



## [12] 发明专利申请公开说明书

[21] 申请号 03815440.4

[43] 公开日 2005 年 9 月 7 日

[11] 公开号 CN 1666113A

[22] 申请日 2003.5.27 [21] 申请号 03815440.4

[30] 优先权

[32] 2002. 5. 31 [33] FI [31] 20021045

[86] 国际申请 PCT/FI2003/000411 2003. 5. 27

[87] 国际公布 WO2003/102620 英 2003. 12. 11

[85] 进入国家阶段日期 2004. 12. 29

[71] 申请人 埃卡豪股份有限公司

地址 芬兰赫尔辛基

[72] 发明人 P·米吕迈基 P·孔特卡宁

T·罗斯 K·瓦尔托宁

J·拉赫蒂宁 H·韦特蒂格

A·图奥米宁 H·蒂里

[74] 专利代理机构 北京市中咨律师事务所

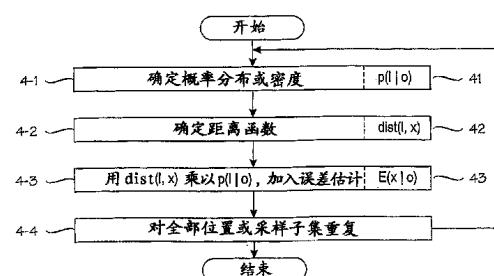
代理人 杨晓光 李 峰

权利要求书 2 页 说明书 13 页 附图 6 页

[54] 发明名称 在无线环境中移动的目标装置的位置误差估计

## [57] 摘要

本发明公开了一种确定目标装置的位置的误差估计的方法。目标装置在无线环境中移动，并使用具有至少一个可测量的信号值的信号通信。无线环境的概率模型表明在无线环境中几个样本点的信号值的概率分布。获得信号值的观测结果集合，并基于所述概率模型和所述观测结果集合估计目标装置的位置。确定误差估计(43)为几个样本点(SP)的乘积的组合，每一个乘积都包括所讨论的样本点是目标装置的位置的概率分布(41)和所讨论的样本点与目标装置的估计位置之间的距离函数(43)。



1. 一种确定目标装置 (T) 位置的误差估计 (EE, 43) 的方法，其中所述目标装置可在无线环境 (RN) 中移动，并且使用信号与无线环境通信，其中每一个所述信号有至少一个可测量的信号值 (v)；

所述方法包括：

维护无线环境 (RN) 的概率模型 (PM)，所述概率模型表明在无线环境中几个样本点 (SP) 的信号值的概率分布 (31)；

获得在目标装置 (T) 的位置处的无线环境中的信号值 (v) 的观测结果集合 (OS)；

基于所述概率模型 (PM) 和所述观测结果集合 (OS) 估计目标装置的位置；

其特征在于：确定误差估计 (43) 为几个样本点 (SP) 的乘积的组合，每个乘积包括：

所讨论的样本点是目标装置位置的概率 (41)；以及

所讨论的样本点和目标装置的估计位置之间的距离函数 (43)。

2. 根据权利要求 1 所述的方法，其特征在于：使用误差估计 (43) 产生给用户的视觉指示器 (71, 89, 91, 92, 101)。

3. 根据权利要求 2 所述的方法，其特征在于：所述视觉指示器添加到地图 (70) 上。

4. 根据权利要求 3 所述的方法，其特征在于：所述视觉指示器是一组离散指示器 (71)，每一个离散指示器具有至少一个取决于位置的视觉属性。

5. 根据权利要求 3 所述的方法，其特征在于：所述视觉指示器是位置集合 (89)，所述集合包括至少具有预定概率的目标装置位置。

6. 根据权利要求 3 所述的方法，其特征在于：所述视觉指示器是区域 (91, 92, 101)，所述区域包括至少具有预定概率的目标装置位置。

7. 根据权利要求 6 所述的方法，其特征在于：估计包括至少具有预定

概率的目标装置位置的最小区域。

8. 根据权利要求 7 所述的方法，其特征在于：所述最小区域是椭圆。

9. 根据权利要求 7 所述的方法，其特征在于：所述最小区域是不规则形状的。

10. 根据权利要求 1 所述的方法，其特征在于：使用误差估计更新所述概率模型（PM）。

11. 根据权利要求 10 所述的方法，其特征在于：所述更新概率模型包括在或靠近误差估计高于平均值的位置添加新的样本点。

12. 根据权利要求 10 或 11 所述的方法，其特征在于：所述更新概率模型包括重新校准现有的样本点。

13. 根据权利要求 1 所述的方法，其特征在于：只对所述概率模型的样本点的采样子集执行几个样本点的乘积的组合。

14. 一种估计目标装置（T）的位置的位置估计设备（LEM），其中目标装置可在无线环境（RN）中移动，并且使用信号与无线环境通信，其中每个所述信号有至少一个可测量的信号值（v）；

所述位置估计设备（LEM）包括：

无线环境（RN）的概率模型（PM），所述概率模型表明在无线环境中几个样本点（SP）的信号值的概率分布（31）；

用于获得或接收在目标装置（T）的位置处的无线环境中的信号值（v）的观测结果集合（OS）的装置；

用于基于所述概率模型（PM）和所述观测结果集合（OS）估计目标装置的位置的装置；

其特征在于：用于确定目标装置（T）的估计位置的误差估计（43，EE）为几个样本点（SP）的乘积的组合的装置，每一个乘积包括：

所讨论的样本点是目标装置的位置的概率（41）；以及

所讨论的样本点和目标装置的估计位置之间的距离函数（43）。

15. 根据权利要求 14 所述的位置估计设备，其特征在于：包括用于产生误差估计（43，EE）的视觉指示器（71，89，91，92，101）的装置。

## 在无线环境中移动的目标装置的位置误差估计

### 技术领域

本发明一般涉及定位技术，其中在对目标装置的无线通信环境的一个或多个观测结果的基础上估计目标装置的位置。

### 背景技术

图 1 示意性地说明了上述定位技术的一个例子。目标装置 T 通过无线接口 RI 与基站 BS 通信。在这个例子中，假定通信为无线通信。目标装置 T 观测在无线接口 RI 的信号值。将观测结果 O 应用于概率模型 PM，该模型模拟目标装置的无线通信环境，并产生位置估计 LE。在这里，目标装置是位置待确定的装置。目标装置通过无线环境中的信号通信，而无线环境中的信号值被用来确定目标装置的位置。例如，目标装置可以是在无线局域网（WLAN）中通信的数据处理装置，在这种情况下，基站一般被称作接入点（AP）。数据处理装置可以是通用目的膝上或掌上计算机或者通信装置，或者可以是专用测试或测量装置，如连接到无线局域网的医疗器具。在这里，位置是 1 到 3 个坐标的坐标组。在一些特殊的情况下，如在隧道中，单独一个坐标就足够了；但是在大多数的情况下，位置用坐标对（X,Y 或角度/半径）表示。

更特别地，本发明涉及基于隐马尔可夫模型的定位技术。图 2 示意性地说明了隐马尔可夫模型。该模型由位置、位置间的转变和在这些位置的观测结果组成。在图 2 所示的例子中，目标装置沿着有 5 个位置（从  $q_{t-2}$  到  $q_{t+2}$ ）的路径移动。更一般地， $q_t$  定义在 t 时刻的位置分布，这样  $P(q_t=s)$  就是目标装置在 t 时刻处于位置 s 的概率。然而，因为位置分布能够容易

地转换为单独的位置估计，因此缩写符号“位置  $q$ ”用于表示位置分布  $q$ 。

在这里，信号值是固定发射机的信号的可测量的并且取决于位置的量。例如：信号强度和比特误码率/比是可测量的并取决于位置的量的例子。

隐马尔可夫模型的“隐”字源于这样的事实：我们主要关心位置（从  $q_{t-2}$  到  $q_{t+2}$ ），但是位置不是直接可观测的。作为代替，我们可以在信号值的基础上获得一系列的观测结果（从  $o_{t-2}$  到  $o_{t+2}$ ），但是在观测结果  $o_{t-2} \dots o_{t+2}$  与位置  $q_{t-2} \dots q_{t+2}$  之间没有简单的关系。（注意从位置  $q_{t-2}$  到  $q_{t+2}$  的直线箭头并不意味着目标装置沿着直的路径或者以固定的速度移动，或者观测是等间隔进行的）。

本发明要解决的问题来源于隐马尔可夫模型：我们不能观测与距离或者位置有单调关系的变量。代替的定位方法是基于信号值的观测结果。对于两个或者更多的远距离位置，可能有几组接近相等的信号值，位置估计可能非常不精确。本发明的好处在于基于隐马尔可夫模型的定位技术中是非常显著的，同时也适用于其他的定位技术。

## 发明内容

本发明的目的在于提供一种方法和实现该方法的设备，以克服上述的缺点。换句话说，本发明的目的是确定基于期望信号值的概率模型的定位技术的可靠性测量。本发明的目的通过以独立权利要求所叙述的为特征的方法和设备实现。

从属权利要求公开了本发明的优选实施例。本发明的一些优选实施例涉及这种可靠性测量的新使用。

在这里，术语“概率模型”是指表明几个样本点的信号值的概率分布的模型。对于每一个信道或者信号值类型，如信号强度、比特误码率/比或者信噪比，应该有一个单独的模型，或者一个模型有几层或几个组件。样本点（即位置）的期望信号值概率分布能通过校准（物理测量）或者通过

仿真或理论计算，或者通过这些技术的任意组合确定。新的样本点可以通过对其他现有的样本点内插或外推获得。

本发明的一个方面是一种确定目标装置的位置的误差估计的方法，如：

$$E(x|o) = \sum_l p(l|o) \text{dist}(l, x) \quad [1]$$

其中：

$x$  = 目标装置的估计位置；

$l$  = 位置变量（“ $l$ ”代表位置，不是数字 1）；

$o$  = 在观测点的观测结果（估计为  $x$ ）

$p(l|o)$  = 位置变量  $l$  的可能值的概率分布；

$\text{dist}$  = 某个距离函数，例如欧几里得距离、平方距离或类似函数。

上述等式 1 仅适用于离散位置变量  $l$ 。如果  $l$  连续，则等式中的求和应该用积分代替：

$$E(x|o) = \int_l p(l|o) \text{dist}(l, x) \quad [2]$$

在等式 2 中， $p(l|o)$  应当解释为概率密度（代替分布）。

$p(l|o)$  的真正解释是目标装置位于位置  $l$  的概率。等式 1 和 2 能通过假定将误差估计确定为加权平均值来逻辑组合，也就是说，几个样本点的乘积的组合，其中每一个乘积都包括所讨论的样本点是目标装置位置的概率，和所讨论的样本点与目标装置的估计位置之间的距离函数。“乘积的组合”意味着和或者积分，分别取决于模型是离散的还是连续的。如果是连续模型，概率分布应被解释为概率密度。

根据本发明的一个优选实施例，误差估计用于确定信号值概率分布需要确定的新的样本点，或者需要例如通过重新校准来重新确定的现有的样本点。

本发明的另一个优选实施例包括显示地图，其示出了几个样本点，并

图示出每一个样本点的误差估计。这种地图提供了在不同位置定位的可靠性的快速视觉估计。

根据本发明的另一个优选实施例，示出了在地图上添加的区域，目标装置具有预定的概率  $n$  位于该区域内，其中  $n$  是从 80% 到 100% 的值。例如，连续区域可以是椭圆。例如，这种区域使用户可以看出附近是否有应当避免的危险点。

根据本发明的一个优选实施例，误差估计用于定位潜在有用的新样本点的候选。然后通过物理校准或者基于传播模型的计算确定信号值概率分布。本实施例基于这样的思想：具有高期望未来误差（future error）的位置是有希望的新样本点的候选。期望未来误差能够使用紧密格网（tight grid）从等式 1 或 2 中计算出。例如，网格间隔是大约 1 米。一个或多个具有高期望误差的网格点（grid point），或者被几个这样的网格点包围的点则用作新的样本点。

由于未来是未知的，因此未来期望误差可以通过对所有可能的未来观测结果求和来估计：

$$EE(x) = \sum_o E(x|o)p(o)$$

[3]

对于每一个网格点  $x$ ，其中  $E(x|o)$  是从等式 1（和）或等式 2（积分）中得到的期望误差。如果观测结果向量的维数很高，使得根据等式 3 的求和是不可行的，那么求和能用采样近似。一个更简单的方法是用校准数据作为进行采样的集合，在这种情况下，只需要对校准的观测结果求和。

为了实现上述基于等式 3 的方法，需要确定未来观测结果的概率分布或密度。一种更好的近似方法如下。当从等式 3 中计算  $EE(x)$  时，假设概率分布或密度  $p(o)$  为基于过去的在最靠近位置  $x$  的样本点的观测结果计算的概率分布或密度。如果  $E(x|o)$  用  $dist(l^*, x)$  近似，其中  $l^*$  是定位系统在看到观测结果  $o$  后产生的点估计，则该算法的效率可以提高。

## 附图说明

下面将通过优选实施例并参考附图，更详细地描述本发明，其中：

图 1 示意性地说明了定位技术；

图 2 说明了隐马尔可夫模型；

图 3 示意性地说明了离散概率模型；

图 4 是说明本发明原理的流程图；

图 5 示出了基于在无线接口 RI 的信号值估计目标装置的位置的位置估计模块 LEM；

图 6A 和图 6B 是说明典型的位置待确定的目标装置的框图；

图 7 示出了用于可视化位置估计的可靠性的可视化技术的一个例子；

图 8A 和图 8B 说明了用于选择邻近点或包含目标装置位置的组合概率量（combined probability mass）超过给定阈值的区域的实施例；

图 9A 到图 9C 说明了用于确定组合概率量超过给定阈值的椭圆的实施例；

图 10A 到图 10D 说明了用于确定组合概率量超过给定阈值的不规则形状区域的实施例。

## 具体实施方式

再一次参考图 2，其示出了一系列信号值的观测结果  $o_{t-2}$  到  $o_{t+z}$ 。对于每一个观测结果，沿着目标装置的路径都有各自的位置  $q_{t-2}$  到  $q_{t+z}$ 。这一关系用箭头 21 表示。箭头 21 的方向意味着位置  $q_t$  确定观测结果  $o_t$  中包含的信号值，但反之不成立。换句话说，我们只能直接观测信号值，而从观测结果  $o_t$  到对应的位置  $q_t$  没有简单的关系。在开放的海上，信号值可预见地随离开发射机的距离减小，但实际上在本发明应用的所有环境中，离开发射机的直接路径经常阻塞，并且当它不阻塞时，它也不是发送采用的唯一

路径。依靠相位，经由多条路径的传输可以积极地（constructively）或破环性地（destructively）组合。因此，从位置到信号值的关系决不是单调的，并且可能有几个共享一些信号值的位置。对几个信道进行观测是减小目标装置位置的不确定性的方法。然而，当现有的定位技术估计目标装置的位置为概率模型中最有可能的样本点，或者样本点之间的位置时，基于隐马尔可夫模型的现有定位技术不能提供位置估计的可靠性的估计。

图 3 示意性地说明了离散概率模型 PM。模型 PM 包括几个样本点，一般用参考标记 SP 表示。对于每一个样本点 SP，在目标装置的无线环境（典型地，无线电环境，如无线局域网 WLAN 或蜂窝网络）中，有预定的（校准的、计算的或仿真的）信号值  $v$  的概率分布  $p$ 。参考标记 31 一般表示这种信号值的概率分布，示意性地示出了 3 个样本点 SP1 到 SP3 的概率分布。目标装置的估计位置用参考标记 32 表示，并在样本点 SP 的信号值的概率分布的基础上确定。这些是任何基于目标装置的无线通信环境的概率模型的定位技术都知道的。信号值的概率分布 31 独立于目标装置的位置。

根据本发明，对于概率模型 PM 的几个位置中的每一个位置，例如对于每一个样本点 SP，确定了目标装置位于那个位置的概率。同样，确定了估计位置和概率模型的几个位置中的每一个位置之间的距离函数。例如，其中一个样本点用参考标记 33 表示。样本点 33 和估计位置 32 之间的距离用参考标记 34 表示。为距离 34 确定距离函数，如欧几里得距离，平方距离或其他。因此，有两个不应相互混淆的概率分布。第一个是在不同样本点的信号值的概率分布。这个概率分布独立于目标装置的估计位置。第二个概率分布是对每一个不同的位置作为目标装置的位置计算的概率。计算第二个概率的位置可以是概率模型 PM 的样本点 SP，样本点的子集，或者一些其他位置的集合。对于每一个独立的位置，第二个概率是一个单独的值，但是当考虑了所有的位置后，这些概率构成了概率分布（如果位置是离散的）或密度（如果位置是连续的）。

图 4 是说明本发明原理的流程图。图 4 的流程省略了在概率模型的基础上确定目标装置位置的步骤，只示出了与误差估计相关的步骤。在步骤 4-1 中，确定位置 32 的概率分布或密度 41，该概率分布或密度 41 在等式 1 或 2 中使用。在步骤 4-2，确定距离 34 的距离函数 42。在步骤 4-3，概率分布或密度 41 与距离函数 42 相乘，其结果加到误差估计 43 中。在步骤 4-4，对整个位置区域或样本点的采样子集重复（求和或者积分）该过程，这取决于可用的和所需的计算资源。位置区域是指定位系统运行的物理区域。

图 5 是基于在无线接口 RI 的信号值估计目标装置的位置的典型位置估计模块 LEM 的框图。图 5 示出了一个紧凑的位置估计模块 LEM，但是更多的分布式实施例也是同样可能的。位置估计模块的本质特征是目标装置的无线环境的概率模型 PM，该概率模型能在给定多个来自无线接口的观测结果的情况下，预测目标装置的位置。在这个例子中，概率模型 PM 由模型构建模块 MCM 建立和维护。模型构建模块 MCM 在校准数据 CD 或者采用一个或多个传播模型形式的传播数据 PD，或者二者任意组合的基础上建立和维护概率模型。校准数据 CD 是在已知位置物理测量信号值的结果（或者如果通过其他方式不能获知那些位置时，确定它们的坐标）。可选地，如果信号参数随时间变化，则校准数据记录也可以包括进行测量的时间。可以使用一个或多个传播模型 PD 代替校准数据 CD 或者和校准数据 CD 一起模拟无线接口 RI。传播模型可以通过类似视景仿真的射线追踪技术的技术构建。收集校准测量值的位置称作校准点。校准数据 CD 包括数据记录，其中每一个数据记录都包含所讨论的校准点的位置和在该校准点测量的信号参数的集合。位置可以在任何绝对或者相对坐标系中表示。在特殊情况下，如火车、高速路、隧道、水路或类似情况，单独一个坐标就足够了，但是通常还是使用两个或三个坐标。

还有用于在目标装置的观测结果集合 OS 和概率模型 PM 的基础上产生位置估计 LE 的位置计算模块 LCM。例如，位置计算模块可以实现为在

膝上或掌上计算机中执行的软件程序。从技术上说，“测量值”和“观测结果”可以相似地使用，但是为了避免混淆，术语“测量值”一般用于校准测量，而在目标装置的当前位置获得的信号参数称为“观测结果”。目标装置最近的观测结果集合称为当前观测结果。根据本发明，位置计算模块 LCM 除了产生位置估计 LE 外，还产生误差估计 EE。

图 6A 是说明典型的位置待确定的目标装置 T 的框图。在本例中，目标装置 T 是通过无线网络 RN 通信的便携式计算机。例如，无线网络可以是 WLAN（无线局域网）。在图 6A 所示的实施例中，包括概率模型 PM 的位置估计模块 LEM 没有安装在目标装置 T 中。因此，目标装置 T 必须通过一个或多个与它相连的基站 BS，发送其观测结果集合 OS 到位置估计模块 LEM。位置估计模块 LEM 通过无线接口 RI 向目标装置返回其位置估计 LE。

图 6B 示出了一个可选的实施例，其中目标装置的附加计算机 PC 接收可分离存储器 DM（如 CD-ROM 盘）上的概率模型 PM 的副本，这样目标装置 T 能够确定自己的位置而不用发送任何东西。作为另一个可选的例子（没有分开表示），附加计算机 PC 可以通过连接到位置估计模块 LEM 的互联网（或其他数据）连接接收概率模型。宽带移动台能通过无线接口 RI 接收概率模型。也可以使用上述技术的混合，使得接收机通过有线连接或者在可分离存储器上接收初始的概率模型，但以后模型的更新通过无线接口发送。

接下来将描述本发明的确定误差估计的技术的两个实际应用。在一个应用中，误差估计用作校准帮助。在另一个应用中，误差估计作为位置估计的可靠性的视觉指示器显示给用户。

### 误差估计的可视化

下面，位置区域意味着定位系统运行的物理区域。在下面的描述中，假定位置区域是 2 维的，但是本发明可以同样适用于 3 维或 4 维空间。如前面提到的，术语“概率分布”意思是概率分布或概率密度，取决于场合，

也就是，区域是离散的还是连续的。

提及的可视化技术包括两个主要阶段，这里称为阶段 1 和阶段 2。阶段 1 包括在整个位置区域上形成 2 维概率分布。如果作为基础的定位系统是概率的，则阶段 1 可以是不必要的。然而，一些定位系统基于有限的、小的位置集合（例如，收集样本数据的校准点的集合）上的概率分布。在这种情况下，离散概率分布需要扩展到整个位置区域。这种扩展可以用不同的方式实现。例如，位置区域可以被分成所谓“Voronoi”分区，使得每个分区都包括一个校准点和所有比其他校准点更接近该校准点的非校准点。可选地，位置  $x$  的扩展概率分布可以是校准点的概率的加权和，其中权重从距离中计算。另一种可能的方式是在逐点位置估计周围采用正态分布，将结合图 9A 到图 9C 描述。这可以看作是更通用的称作“entropification”的技术的特殊情况，详细的描述在 Peter Grunwald's 博士的论文“*The Minimum Description Length and Reasoning under Uncertainty*”中。还有一种可能的方式将结合图 10A 到图 10D 描述。

阶段 2 包括对定位不确定性可视化。在这个阶段，几个实施例都是可能的。例如，在一个可视化实施例中，在整个位置区域对概率分布可视化。与位置区域中每个点相关的概率值被可视地传输给用户，例如以数字、颜色值、亮度、条形高度、圆的大小等等。位置区域中的点意味着可选的离散集合的任一成员（如校准点的集合，或者视觉显示器的像素的集合）。其思想是用户能容易地看出概率量是如何在位置区域上分布的。图 7 示出了这种可视化技术的例子。在地图或者平面布局图 70 上添加视觉指示器的格网，如条，一般用参考标记 71 表示。视觉指示器 71 的一个或多个视觉属性表明对应网格点是目标装置的真正位置的概率。在这个例子中，视觉属性是条形长度。立刻很明显的，目标装置最有可能位于条 72 附近，因为条 72 是最长的条，并且是长条集合的中心点。可以使用更多的视觉属性代替条形长度，或者加在条形长度上。

在另一个可视化实施例中，向用户显示邻近的区域，假设用户具有预

定的概率（如 85、90 或 95%）位于该区域中。优选地，预定的概率是用户可选择的。其思想是确定最小的区域，其包括超过预定的概率（如 90%）的概率量。

在图 8A 和图 8B 中示出了用于确定组合概率量超过预定的概率阈值的连续区域的简单算法。图 8A 还示出了图 7 所示的地图或平面布局图 70。在地图 70 上添加网格点的格网，其中 8 个网格点用参考标记 81 - 88 表示。表 80 表明任何一个网格点 81 - 88 是目标装置位置的概率  $p$ 。网格点 81，具有 18% 的概率，看来是最有可能的位置，接下来是网格点 82，等等。还示出了在地图 70 上添加的连续区域 89，其组合概率量超过预定的概率，如 90%。

在图 8B 中示出了用于确定目标区域，如区域 89，的算法。步骤 8-1 包括初始化操作，如确定阈值级别。例如，阈值级别可以是固定的或用户可设置的。接下来，目标区域被初始化为空集合。在步骤 8-2，选择起始点，并将其添加到目标区域。起始点可以是任意点，但优选地，起始点是作为目标装置位置的可能性高的点。例如，起始点可以是目标装置的估计位置或具有最高可能性的网格点。这个例子说明了后面的选择。因此，图 8A 和图 8B 所示的例子从将具有 18% 的概率的网格点 81 加入目标区域开始。接下来，在步骤 8-3，检查目标区域的组合概率量是否超过（或等于）预定的阈值级别，如 90%。如果没有，则进入步骤 8-4，在该步骤中，选择一点，使得所选择的点邻近目标区域，并且在仍未加入目标区域的点中有最高的概率。在本例中，选择具有 15% 概率的点 82，然后，返回步骤 8-3 进行资格检验。在本例中，重复循环 8-3、8-4，直到目标区域 89 包括具有 91% 的组合概率量的点 81 - 88。如果搜索非连续区域，则步骤 8-4 中的邻近要求可以放宽。

为了更加精确，图 8B 所示的算法不产生图 8A 所示的准确的分界线 89，但是选择分界线 89 内的网格点。然后，选择的网格点的集合可以通过画出合适的分界线或者通过采用其他的方式（如不同的颜色或亮度）指示

选择的网格点来指示给用户。

图 8B 所示的算法的改进版本如下进行。图 8B 所示的算法通过采用任何最有可能的网格点作为起始点来执行。每一次执行该算法都产生（或可能产生）不同的目标区域。最终，选择最小的目标区域，并显示给用户。如果这个改进的算法是穷尽的，也就是说，选择每一个网格点作为起始点，最后选择最小的结果区域，那么起始点的初始选择自然是不重要的。

图 9A 到图 9C 示出了一个可视化的实施例，其用于显示椭圆 91，或者近似椭圆，使得该椭圆所覆盖的区域的组合概率量等于或超过预定的阈值级别。术语“近似椭圆”意思是指多边形 92，其顶点位于椭圆 91 的周边。图 9A 示出了添加在地图 70 上的这样的椭圆 91 或者多边形 92。

图 9B 示出了用于计算椭圆的算法。假定对于每一个网格点是目标装置的位置，有一个预先计算的概率值  $p$ 。这样一组概率值如图 8A 中的表 80 所示。如果网格点的位置是  $(x, y)$ ，则该网格点的概率是  $p(x, y)$ 。目标装置的点估计用期望值  $(E[x], E[y])$  表示。椭圆 91 基于如下的  $p$  的协方差矩阵。

在步骤 9-1，确定下面关于  $p$  的值：

$x$  和  $y$  坐标的期望值： $E[x]$  和  $E[y]$ ；

$x$  和  $y$  坐标的方差： $\text{var}[x]$  和  $\text{var}[y]$ ；

协方差为  $\text{cov}[x, y]$ ；

$p$  的协方差矩阵，数学上称为  $S$ ，用参考标记 93 表示。

在步骤 9-2，计算  $S$  的第一特征向量  $(x_1, y_1)$  和两个特征值  $v_1$  和  $v_2$ ，如下：

$$v_1 = \frac{\text{var}[x] + \text{var}[y] + \sqrt{(\text{var}[x] - \text{var}[y])^2 + 4 \text{cov}[x, y]^2}}{2}$$

[4]

$$v2 = \frac{\text{var}[x] + \text{var}[y] - \sqrt{(\text{var}[x] - \text{var}[y])^2 + 4 \text{cov}[x, y]^2}}{2} \quad [5]$$

$$y1 = \frac{\text{cov}[x, y]}{v1 - \text{var}[y]} \quad [6]$$

$$l1 = \sqrt{1 + y1^2} \quad [7]$$

$$x1 = \frac{\sqrt{v1}}{l1} \quad [8]$$

$$y1 = y1 \cdot \frac{\sqrt{v1}}{l1} \quad [9]$$

其中  $l1$  是临时变量。

最后，在步骤 9-3，画出椭圆，使得  $(E[x], E[y])$  是椭圆的中心， $(x1, y1)$  是长半轴， $v1$  和  $v2$  是椭圆的长半轴和短半轴的长度。图 9C 示出了用于画类似椭圆的多边形的典型伪代码列表 94。在列表 94 中， $k$  是所画多边形的顶点个数， $r$  是从  $\chi^2$  表中选取的椭圆半径；表  $xs$  和  $ys$  包含顶点的坐标。例如，当  $k = 20$  时，多边形看起来相当光滑；当值  $r = 2.448$  时，椭圆包含具有协方差矩阵  $S$  的高斯分布的 95% 的概率量。

图 10A 到图 10D 说明了用于显示包含等于或超过预定阈值的组合概率量的不规则目标区域的算法。该算法使用如下输入量：

D: 样本点的概率分布；

C: 样本点的数据（笛卡儿坐标）；

e: 点估计的笛卡儿坐标；

参数：

m: 待包括的概率量；

a: 角精度；

d: 离开原点的距离的精度。

该算法的输出  $U$  是描述点估计的不确定性的区域的坐标集合。

在步骤 10 - 1, 样本点数据  $C$  映射到以点估计为原点的极坐标系。例如, 如果  $C$  是 2 维的, 则使用如图 10C 所示的用参考标记 102 表示的伪代码列表。

在步骤 10 - 2,  $D$  被转换成极坐标系下的分布。例如, 使用如图 10D 所示的用参考标记 103 表示的伪代码列表。列表 103 示出了使用角度和离开点估计的距离已用参数  $a$  和  $d$  离散的算法的例子。 $E$  表示对于每个扇形, 离开原点的期望距离,  $D_p$  表示极坐标系下的 2 维分布。

步骤 10 - 3 包括查找覆盖  $m$  的区域的笛卡儿坐标。一个办法是通过离开点估计的期望距离, 其定义了区域的形状。然后, 该形状按比例伸缩, 使得它可以覆盖  $m$ 。例如, 除了能够使用任何合适的搜索算法, 还能够使用图 10D 中的伪代码列表 104。

在步骤 10 - 4 中, 可伸缩的离开原点的距离被转换成笛卡儿坐标。例如: 可以使用图 10D 中的伪代码列表 105。在列表 105 中, 不太正式的术语 “blob” 是指图 10A 中用参考标记 101 表示的不规则目标区域。

### 误差估计的其他应用

上述实施例涉及向终端用户可视化误差估计。但误差估计也可以用于其他目的, 如帮助校准。例如, 如果某个位置的误差估计高, 则高期望误差能用作附近的样本点需要重新校准的指示, 或者新的样本点需要加入概率模型中的指示, 或者整个模型需要重新校准的指示。

对于本领域技术人员, 随着技术的进步, 本发明的思想可以通过不同的方式实现是非常明显的。本发明及其实施例并不限于上述例子, 而是可以在权利要求的范围内变化。

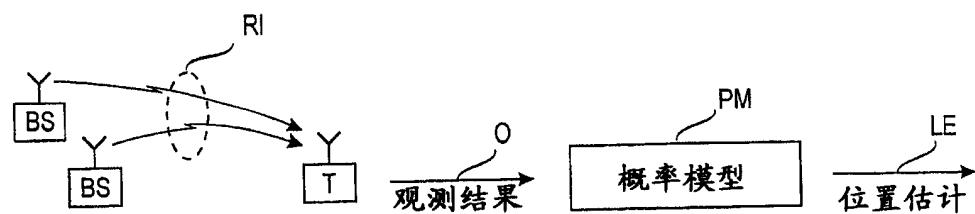


图 1

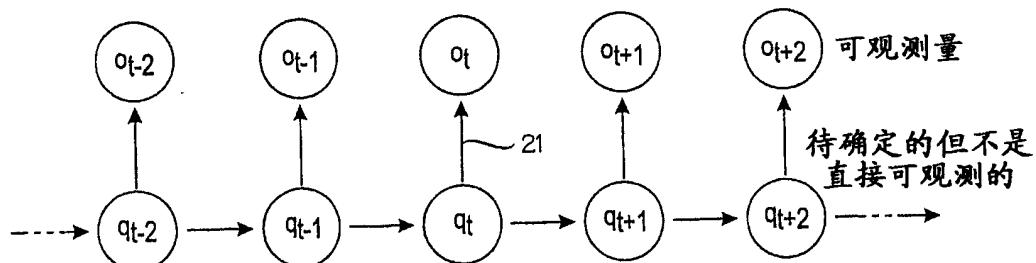


图 2

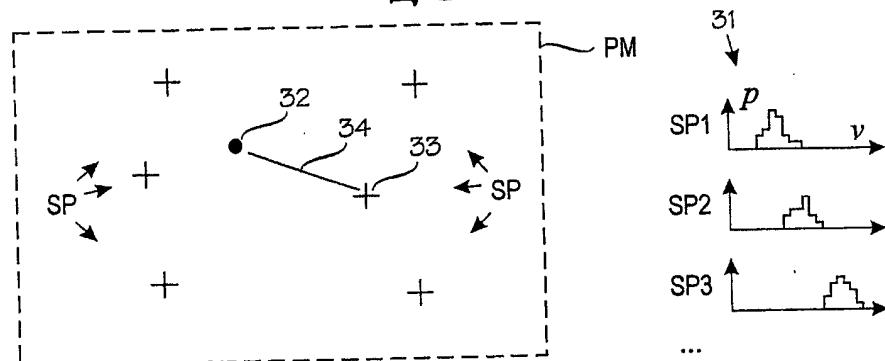


图 3

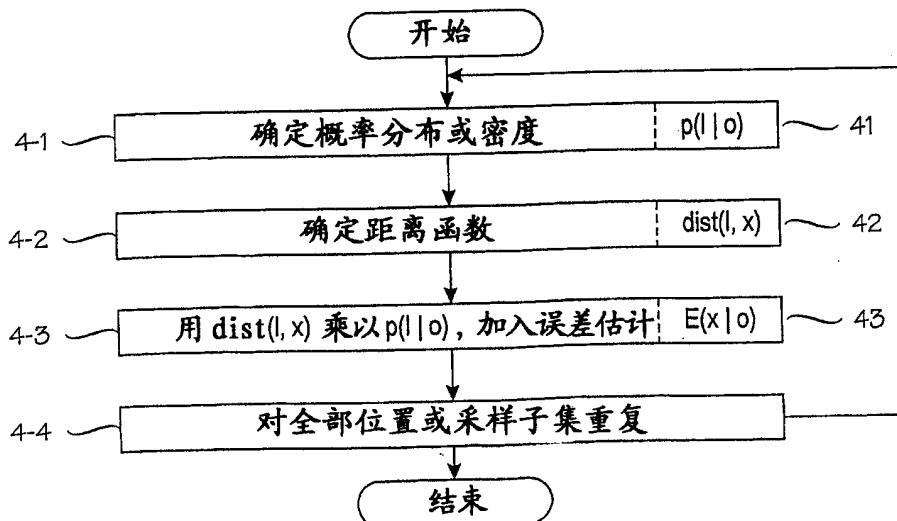


图 4

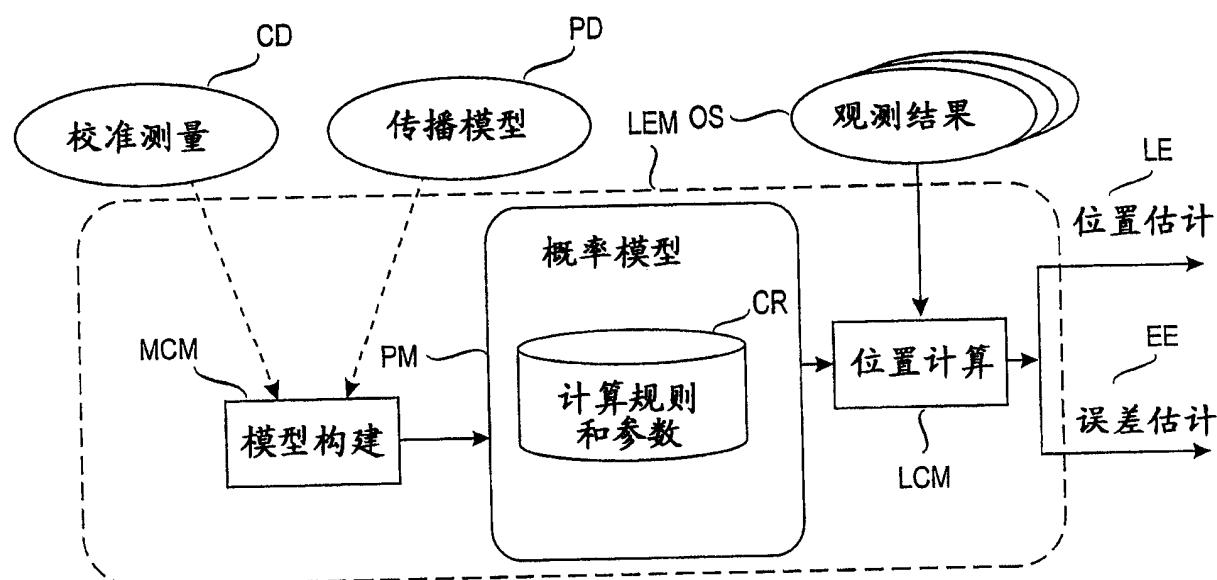


图 5

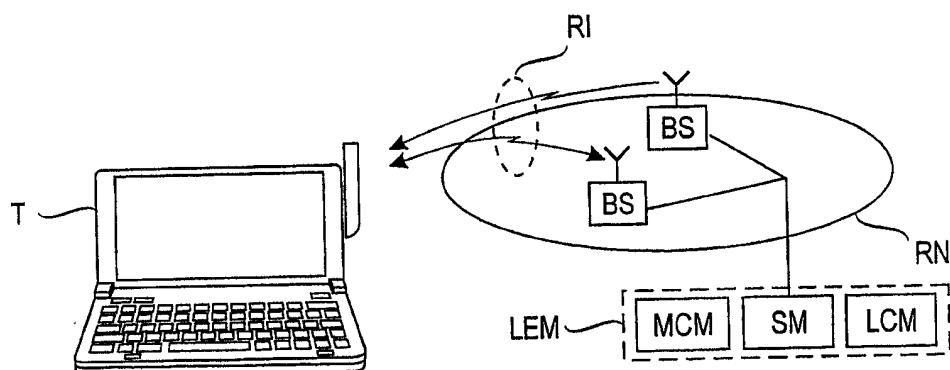


图 6A

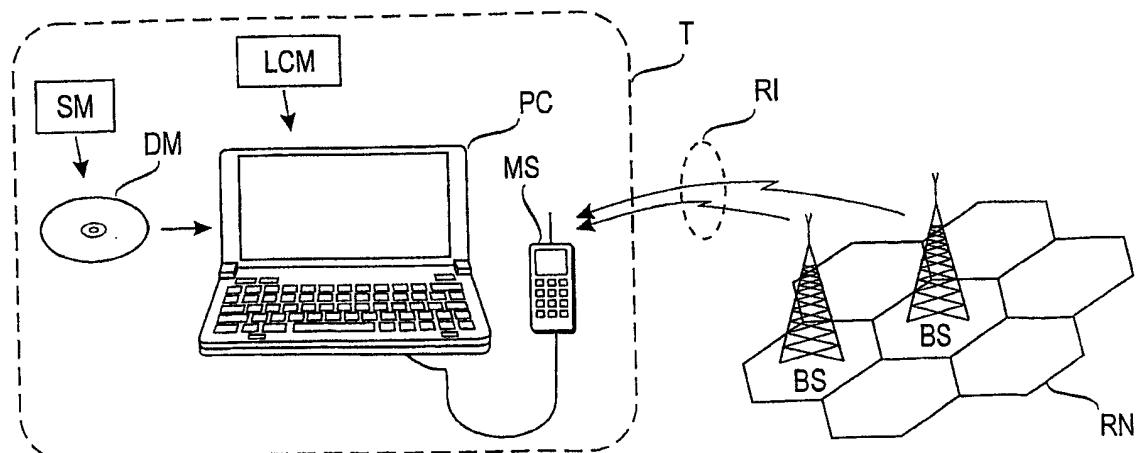
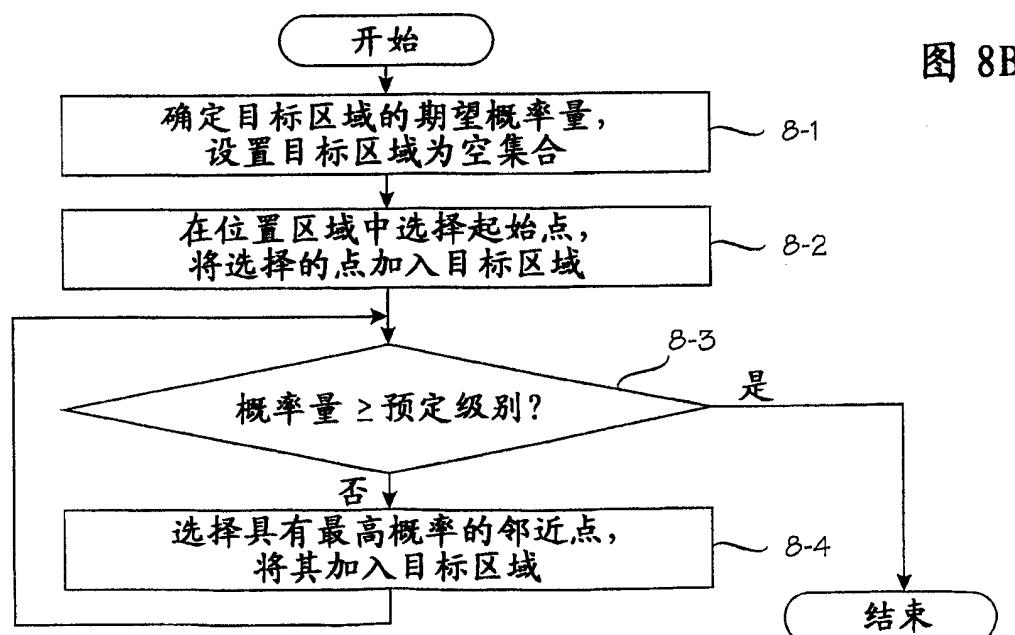
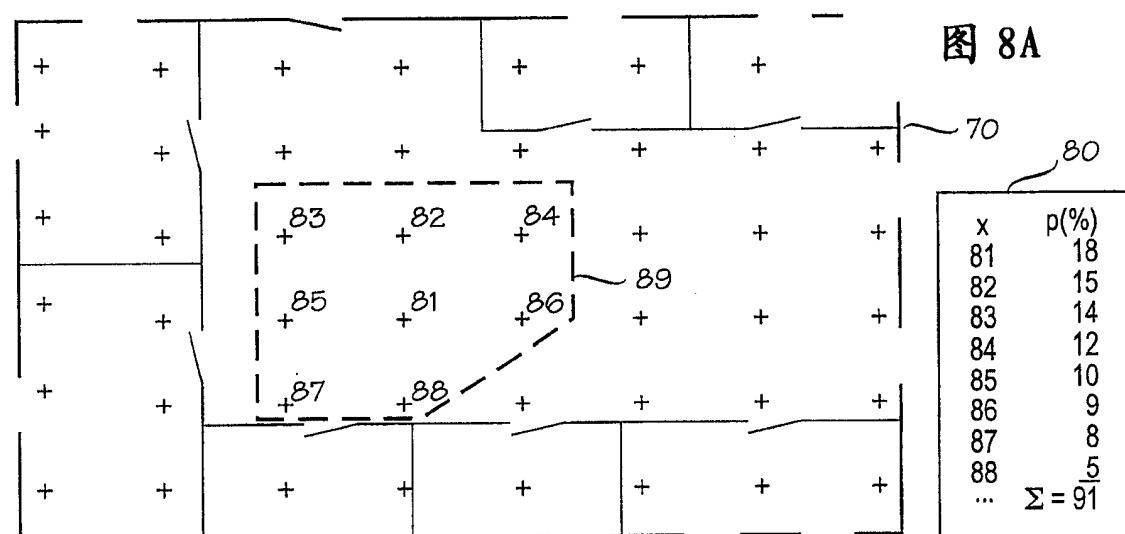
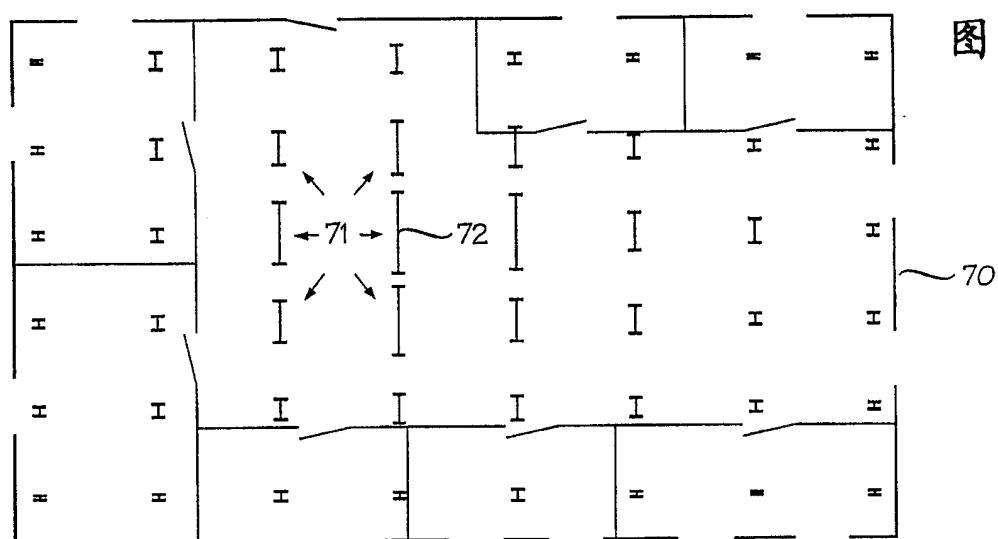


图 6B



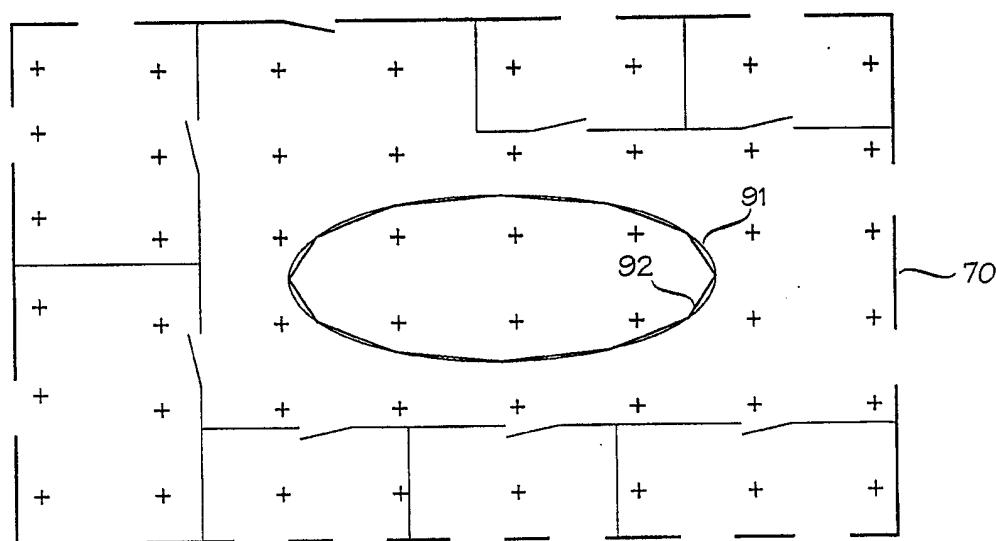


图 9A

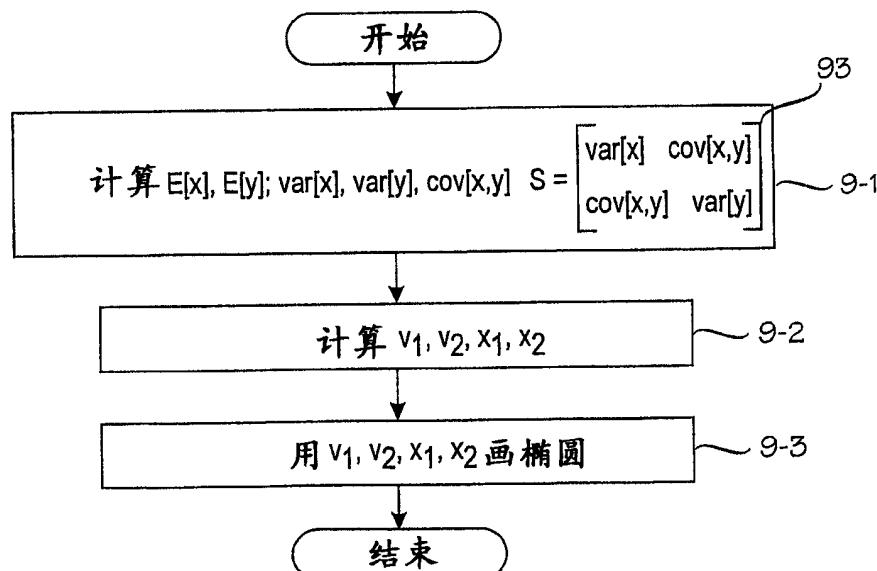


图 9B

```

a := arctan(y_1 / x_1)
for i := 0..k
do
    b := i * 2 * Pi / k
    nx := cos(b) * sqrt(v_1)
    ny := sin(b) * sqrt(v_2)
    xs[i] := E[x] + (cos(a) * nx - sin(a) * ny) * r
    ys[i] := E[y] + (sin(a) * nx + cos(a) * ny) * r
loop
    
```

图 9C

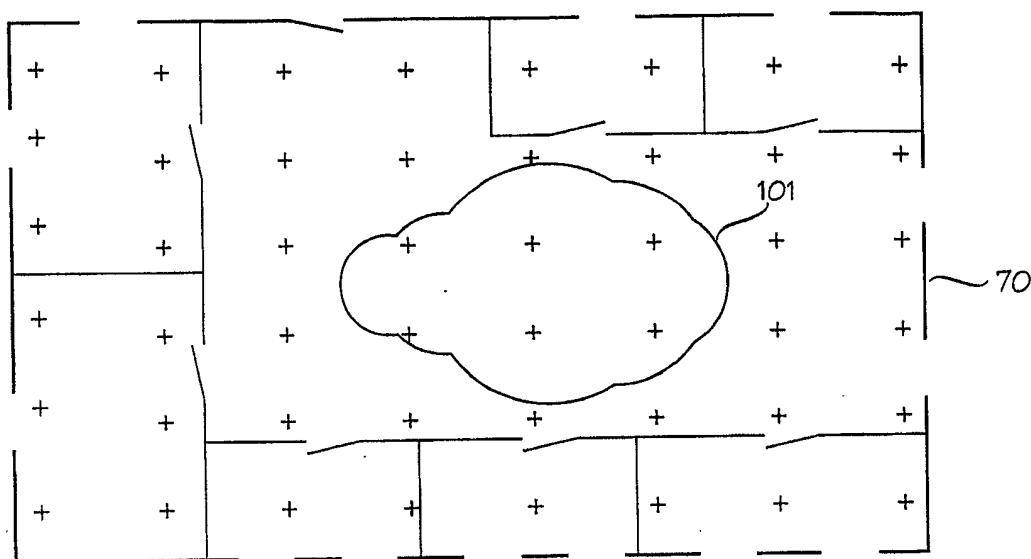


图 10A

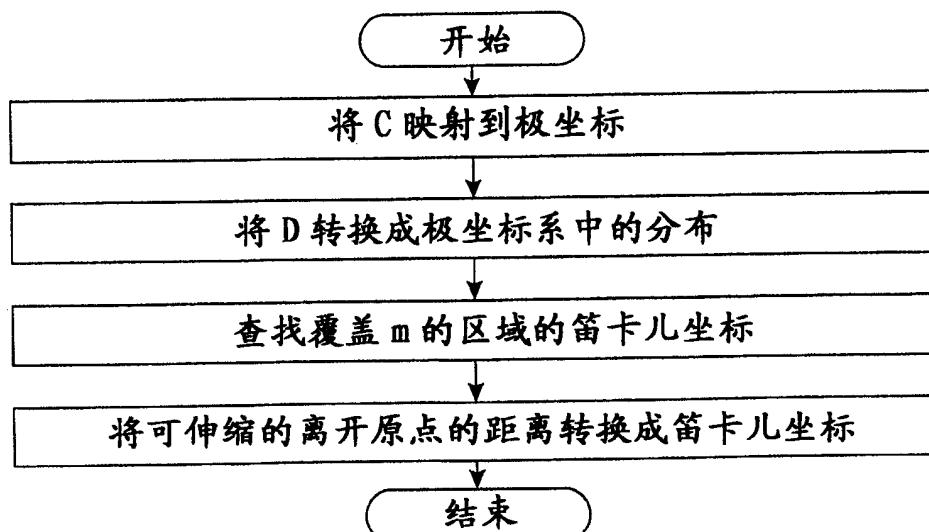


图 10B

```

P = empty set;
foreach c in C
{
    p: polar coordinates of c
    x_delta = c.x - e.x;
    y_delta = c.y - e.y;
    p.distance = sqrt( x_delta ** 2 + y_delta ** 2 );
    p.angle = atan2( y_delta, x_delta );
    add p to P;
}
    
```

代码段展示了将集合 C 中的元素转换为极坐标，并将其添加到集合 P 中。代码注释了变量 p、x\_delta 和 y\_delta，以及计算距离和角度的公式。

图 10C

```

foreach p in P
{
    % spread out D in the polar coordinate system
    s1: sector of p
    s2: concentric ring of p
    s1 = int( p.angle / a );
    s2 = int( p.distance / d )
    % spread a calibration point's mass up to PI / 2 in both directions
    for angle = s1 - int( (p.angle - PI / 2) / a ) to s1 + int( (p.angle + PI / 2) / a )
    {
        i: influence (probability mass) of D[p] at this angle, calculated in
        any desired way, e.g. linear attenuation w.r.t angle difference
        E[s1] += i * s2;
        Dp[s1][s2] += i;
    }
}

s: scaling factor
% find the limits for s
low: lower limit for s
high: upper limit for s
cover: currently covered mass
low = 0;
cover = 0;
s = 1;
while (cover < m)
{
    cover = 0;
    for sector = 0 to int( 2 * PI / a )
    {
        for distance = 0 to int( s * E[sector] )
        {
            cover += Dp[sector][distance];
        }
    }
    if (cover < m)
    {
        low = s;
    }
    else
    {
        high = s;
    }
    s *= m / cover;
}
s = binary_search( low, high, E, Dp );

U = empty;
for sector = 0 to int( 2 * PI / a )
{
    u: cartesian coordinates of a blob point
    u.x = e.x + E[sector] * s * cos( sector * a );
    u.y = e.y + E[sector] * s * sin( sector * a );
    add u to U;
}

```

103

104

105

图 10D