

(12) NACH DEM VERTRAG ÜBER DIE INTERNATIONALE ZUSAMMENARBEIT AUF DEM GEBIET DES
PATENTWESENS (PCT) VERÖFFENTLICHTE INTERNATIONALE ANMELDUNG

(19) Weltorganisation für geistiges Eigentum
Internationales Büro

(43) Internationales Veröffentlichungsdatum
20. Januar 2022 (20.01.2022)



(10) Internationale Veröffentlichungsnummer
WO 2022/012874 A1

(51) Internationale Patentklassifikation:

B60W 60/00 (2020.01) B60W 50/00 (2006.01)

(21) Internationales Aktenzeichen: PCT/EP2021/066820

(22) Internationales Anmeldedatum:

21. Juni 2021 (21.06.2021)

(25) Einreichungssprache: Deutsch

(26) Veröffentlichungssprache: Deutsch

(30) Angaben zur Priorität:

10 2020 118 706.8

15. Juli 2020 (15.07.2020) DE

(71) Anmelder: DAIMLER AG [DE/DE]; Mercedesstraße
120, 70372 Stuttgart (DE).

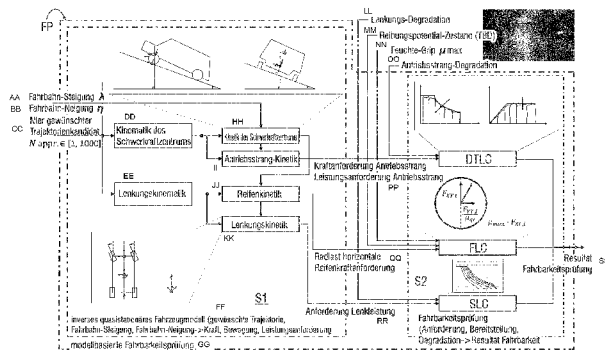
(72) Erfinder: WERNER, Roland; Balinger Straße 2, 71069 Sindelfingen (DE). DUMAS, Florian Bastien; Bronngasse 16, 71083 Herrenberg (DE). DÖRR, Christoph; Johannesstraße 11, 70176 Stuttgart (DE). SELLHUSEN, Stefan; Aalener Straße 16/2, 71229 Leonberg (DE).

(74) Anwalt: FINGER, Catrin; Liedtke & Partner, Patentanwälte, Gerhart-Hauptmann-Straße 10-11, 99096 Erfurt (DE).

(81) Bestimmungsstaaten (soweit nicht anders angegeben, für jede verfügbare nationale Schutzrechtsart): AE, AG, AL, AM, AO, AT, AU, AZ, BA, BB, BG, BH, BN, BR, BW, BY, BZ, CA, CH, CL, CN, CO, CR, CU, CZ, DE, DJ, DK, DM, DO, DZ, EC, EE, EG, ES, FI, GB, GD, GE, GH, GM, GT, HN, HR, HU, ID, IL, IN, IR, IS, IT, JO, JP, KE, KG, KH, KN, KP, KR, KW, KZ, LA, LC, LK, LR, LS, LU, LY, MA, MD, ME, MG, MK, MN, MW, MX, MY, MZ, NA, NG, NI,

(54) Title: METHOD FOR TESTING THE SUITABILITY OF A TARGET TRAJECTORY FOR A TRAJECTORY CONTROL OF A VEHICLE

(54) Bezeichnung: VERFAHREN ZUR PRÜFUNG DER EIGNUNG EINER SOLLTRAJEKTORIE FÜR EINE TRAJEKTORIENREGELUNG EINES FAHRZEUGS



AA roadway inclination
BB roadway slope
CC N-th desired trajectory candidate, N appr. $\in [1, 1000]$
DD kinematics of the center of gravity
EE steering kinematics
FF inverse semi-stationary vehicle model (desired trajectory, roadway inclination, roadway slope -> force, movement, power requirement)
GG model-based traversability test
HH kinetics of the center of gravity
II powertrain kinetics
JJ tire kinetics
KK steering degradation
LL steering degradation
MM friction potential state (TBD)
NN wet grip μ_{max}
OO powertrain degradation
PP force requirement of powertrain, power requirement of powertrain
QQ wheel load horizontal tire force requirement
RR steering power requirement
SS result of traversability test
TT traversability test (requirement, supply, degradation -> result of traversability)

(57) Abstract: The invention relates to a method for testing the suitability of a target trajectory for a trajectory control of a vehicle (1). The target trajectory contains route information relating to the course of a route to be traversed and dynamics information relating to the dynamics with which the route is to be traversed, wherein an inclination (λ), a cross slope (η), and a friction value (μ_{max}) of a roadway along the target trajectory are ascertained or estimated using sensors or from map data. Target values required for traversing the target trajectory are calculated for a target traction force, a target tractive power, a target steering power, and horizontal target tire forces acting on individual wheels of the vehicle (1) from the route and dynamics information relating to the target trajectory and from the ascertained inclination (λ) and cross slope (η) on the basis of model equations of the vehicle (1), and the target trajectory is evaluated as being suitable for the trajectory control if: - the target traction force and the target tractive power lie below a specified traction force characteristic and a tractive power characteristic, respectively, - the target steering power lies below a specified power limit for the steering, and - the horizontal target tire forces acting on each wheel lie within the friction value limits specified by the friction value (μ_{max}). Otherwise, the target trajectory is evaluated as being unsuitable.

(57) Zusammenfassung: Die Erfindung betrifft ein Verfahren zur Prüfung der Eignung einer Solltrajektorie für eine Trajektorienregelung eines Fahrzeugs (1), wobei die Solltrajektorie Streckeninformationen über den Verlauf einer abzufahrenden Strecke und Dynamikinformationen über die Dynamik, mit der die Strecke abgefahren werden soll, enthält, wobei eine

NO, NZ, OM, PA, PE, PG, PH, PL, PT, QA, RO, RS, RU,
RW, SA, SC, SD, SE, SG, SK, SL, ST, SV, SY, TH, TJ, TM,
TN, TR, TT, TZ, UA, UG, US, UZ, VC, VN, WS, ZA, ZM,
ZW.

- (84) **Bestimmungsstaaten** (soweit nicht anders angegeben, für jede verfügbare regionale Schutzrechtsart): ARIPO (BW, GH, GM, KE, LR, LS, MW, MZ, NA, RW, SD, SL, ST, SZ, TZ, UG, ZM, ZW), eurasisches (AM, AZ, BY, KG, KZ, RU, TJ, TM), europäisches (AL, AT, BE, BG, CH, CY, CZ, DE, DK, EE, ES, FI, FR, GB, GR, HR, HU, IE, IS, IT, LT, LU, LV, MC, MK, MT, NL, NO, PL, PT, RO, RS, SE, SI, SK, SM, TR), OAPI (BF, BJ, CF, CG, CI, CM, GA, GN, GQ, GW, KM, ML, MR, NE, SN, TD, TG).

Erklärungen gemäß Regel 4.17:

- hinsichtlich der Berechtigung des Anmelders, die Priorität einer früheren Anmeldung zu beanspruchen (Regel 4.17 Ziffer iii)

Veröffentlicht:

- mit internationalem Recherchenbericht (Artikel 21 Absatz 3)

Steigung (λ), eine Querneigung (η) und ein Reibwert ($\mu_{\max}$) einer Fahrbahn entlang der Solltrajektorie sensorisch oder aus Kartendaten ermittelt oder geschätzt werden, wobei basierend auf Modellgleichungen des Fahrzeugs (1) aus den Strecken- und Dynamikinformationen der Solltrajektorie und aus der ermittelten Steigung (λ) und Querneigung (η) zum Abfahren der Solltrajektorie erforderliche Sollwerte einer Sollzugkraft, einer Sollzugleistung, einer Solllenkleistung und horizontaler Sollreifenkräfte an einzelnen Rädern des Fahrzeugs (1) berechnet werden, wobei die Solltrajektorie als für die Trajektorienregelung geeignet bewertet wird, wenn: - die Sollzugkraft und Sollzugleistung unterhalb einer vorgegebenen Zugkraftkennlinie beziehungsweise Zugleistungskennlinie liegen, - die Solllenkleistung unterhalb eines vorgegebenen Leistungslimits der Lenkung liegt und - die horizontalen Sollreifenkräfte an jedem Rad innerhalb der durch den Reibwert ($\mu_{\max}$) bestimmten Reibwertgrenzen liegen, wobei die Solltrajektorie anderenfalls als ungeeignet bewertet wird.

Verfahren zur Prüfung der Eignung einer Solltrajektorie für eine Trajektorienregelung eines Fahrzeugs

Die Erfindung betrifft ein Verfahren zur Prüfung der Eignung einer Solltrajektorie für eine Trajektorienregelung eines Fahrzeugs gemäß Anspruch 1.

In manuell geführten Fahrzeugen übernimmt der Fahrer die Aufgabe der Trajektorienplanung, das heißt er bestimmt auf welchem Pfad er sich wann und mit welcher Geschwindigkeit bewegen möchte. Bei der Trajektorienplanung berücksichtigt der Fahrer dabei die Eigenschaften der Fahrbahn vor dem Fahrzeug so wie das erlernte Wissen über die zu erwartende Fahrzeugreaktion. Mit dieser Information plant der Fahrer eine Trajektorie, welcher das Fahrzeug erfahrungsgemäß folgen wird, das heißt die Trajektorie ist fahrbar.

Die DE 100 50 421 A1 offenbart ein Fahrdynamik-Regelverfahren eines insbesondere vierrädrigen Kraftfahrzeuges, wobei das zwischen Rädern und Fahrbahn zur Verfügung stehende Kraftschluss-Potential ermittelt und durch Vergleich mit der ebenfalls ermittelten momentanen Kraftschluss-Ausnutzung einer Kraftschluss-Reserve bestimmt wird. Erfindungsgemäß werden neben den in der Horizontalebene wirkenden Kräften zusätzlich die Vertikalbewegungen des Kraftfahrzeug-Aufbaus gegenüber den Rädern bei der Bestimmung der Kraftschluss-Reserve berücksichtigt. Bevorzugt wird durch Multiplikation der in Vertikalrichtung orientierten Radlast mit einem geschätzten oder mittels eines Sensors ermittelten Reibwert zwischen Radreifen und Fahrbahn die vom Radreifen maximal übertragene Horizontalkraft ermittelt, woraus mit den geeignet geschätzten aktuellen Werten für die in der Horizontalebene wirkende Längskraft und Seitenkraft die Kraftschluss-Reserven in Fahrzeug-Längsrichtung und in Fahrzeug-Querrichtung und in Vertikalrichtung ermittelt werden. Dann können die ermittelten Kraftschluss-Reserven einem sog. Kraftschlussregler übermittelt werden, der unter Berücksichtigung des

gewünschten Fahrmanövers eine günstige Nutzung des aktuellen Kraftschlussangebotes veranlasst.

Der Erfindung liegt die Aufgabe zu Grunde, ein verbessertes Verfahren zur Prüfung der Eignung einer Solltrajektorie für eine Trajektorienregelung eines Fahrzeugs anzugeben.

Die Aufgabe wird erfindungsgemäß gelöst durch ein Verfahren zur Prüfung der Eignung einer Solltrajektorie für eine Trajektorienregelung eines Fahrzeugs gemäß Anspruch 1.

Vorteilhafte Ausgestaltungen der Erfindung sind Gegenstand der Unteransprüche.

Bei einem erfindungsgemäßen Verfahren zur Prüfung der Eignung einer Solltrajektorie für eine Trajektorienregelung eines Fahrzeugs enthält die Solltrajektorie Streckeninformationen über den Verlauf einer abzufahrenden Strecke und Dynamikinformationen über die Dynamik, mit der die Strecke abgefahren werden soll. Erfindungsgemäß werden eine Steigung, eine Querneigung und ein Reibwert einer Fahrbahn entlang der Solltrajektorie sensorisch und/oder aus Kartendaten ermittelt und/oder geschätzt. Falls einige Werte nicht sensorisch ermittelt werden können, werden diese beispielsweise aus Kartendaten entnommen. Falls die Werte weder direkt gemessen noch direkt aus Kartendaten entnommen werden können, werden die Werte geschätzt, beispielsweise anhand von Sensorinformationen oder Kartendaten. Basierend auf Modellgleichungen des Fahrzeugs werden aus den Strecken- und Dynamikinformationen der Solltrajektorie und aus der ermittelten Steigung und Querneigung zum Abfahren der Solltrajektorie erforderliche Sollwerte einer Sollzugkraft, einer Sollzugleistung, einer Solllenkleistung und horizontaler Sollreifenkräfte an einzelnen Rädern des Fahrzeugs berechnet, wobei die Solltrajektorie als für die Trajektorienregelung geeignet bewertet wird, wenn:

- die Sollzugkraft und Sollzugleistung unterhalb einer vorgegebenen Zugkraftkennlinie beziehungsweise Zugleistungskennlinie liegen,
 - die Solllenkleistung unterhalb eines vorgegebenen Leistungslimits der Lenkung liegt und
 - die horizontalen Sollreifenkräfte an jedem Rad innerhalb der durch den Reibwert bestimmten Reibwertgrenzen liegen,
- wobei die Solltrajektorie anderenfalls als ungeeignet bewertet wird.

In einer Ausführungsform wird das Verfahren auf jede Solltrajektorie aus einer vorgegebenen Schar von Solltrajektorien angewendet.

In einer Ausführungsform wird jede als ungeeignet bewertete Solltrajektorie als ungültig verworfen.

In einer Ausführungsform werden die Zugkraftkennlinie und die Zugleistungskennlinie aus jeweiligen Look-up-Tabellen entnommen.

In einer Ausführungsform berücksichtigen die Zugkraftkennlinie und die Zugleistungskennlinie Degradationserscheinungen eines Antriebsstrangs.

In einer Ausführungsform erfolgt eine quantitative Bewertung der Ausnutzung des Reibwertpotentials.

In einer Ausführungsform werden auch Degradationserscheinungen einer Lenkungsaktorik berücksichtigt.

In einer Ausführungsform beruhen die Modellgleichungen des Fahrzeugs auf einem quasistationären Modellansatz.

In einer Ausführungsform erfolgt in einem ersten Schritt eine Umrechnung von Größen der Solltrajektorie sowie der Steigung und Querneigung in Fahrzeuggrößen mittels der Modellgleichungen.

In einer Ausführungsform werden die Sollzugkraft und die Sollzugleistung für ein Schwerkraftzentrum des Fahrzeugs berechnet.

Die vorgeschlagene Erfindung löst das Problem der Fahrbarkeitsbestimmung für autonome Fahrzeuge.

Die Erfindung betrifft ein Verfahren zur Prüfung der Eignung einer Solltrajektorie für eine Trajektorienregelung eines Fahrzeugs, wobei die Solltrajektorie Streckeninformationen über den Verlauf einer abzufahrenden Strecke (Sollposition, Sollkrümmung, Sollkrümmungsänderung) und Dynamikinformationen über die Dynamik (Sollgeschwindigkeit, Sollbeschleunigung), mit der die Strecke abgefahren werden soll, enthält.

Erfindungsgemäß werden die Steigung λ , die Querneigung η und der Reibwert $\mu_{\max}$ der Fahrbahn entlang der Solltrajektorie (sensorisch oder aus Kartendaten) ermittelt oder geschätzt. Weiterhin werden, basierend auf Modellgleichungen des Fahrzeugs, aus den Strecken- und Dynamikinformationen der Solltrajektorie und aus der ermittelten Steigung λ und Querneigung η die zum Abfahren der Solltrajektorie erforderlichen Sollwerte der Antriebskraft (Sollzugkraft $F_{\text{traction,demand}}$), der Antriebsleistung (Sollzugleistung $P_{\text{traction,demand}}$), der Lenkleistung (Solllenkleistung $P_{\text{steering,max}}$) und der horizontalen Sollreifenkräfte an den einzelnen Rädern (Längs-Sollreifenkräfte $F_{\text{XT,i}}$, Quer-Sollreifenkräfte $F_{\text{YT,i}}$) berechnet. Die Solltrajektorie wird als für die Trajektorienregelung geeignet bewertet, wenn eine Prüfung ergibt, dass

- die Sollzugkraft und Sollzugleistung unterhalb einer vorgegebenen Zugkraftkennlinie bzw. Zugleistungskennlinie liegen,
- die Solllenkleistung unterhalb eines vorgegebenen Leistungslimits der Lenkung liegt und
- die horizontalen Sollreifenkräfte an jedem Rad innerhalb der durch den Reibwert $\mu_{\max}$ bestimmten Reibwertgrenzen (maximales zur Verfügung stehendes Kraftschlusspotential, Kraftschlussellipse) liegen.

Andernfalls wird die Solltrajektorie als für die Trajektorienregelung ungeeignet bewertet. Vorteilhafterweise wird das Verfahren auf jede Solltrajektorie aus einer vorgegebenen Schar von Solltrajektorien angewendet. Jede als ungeeignet bewertete Solltrajektorie wird als ungültig verworfen. Die Zugkraftkennlinie und Zugleistungskennlinie werden vorteilhafterweise aus einer Look-up-Tabelle entnommen und berücksichtigen eventuelle Degradationserscheinungen.

Die Erfindung betrifft ferner eine Vorrichtung, die eingerichtet ist, ein Verfahren wie oben beschrieben auszuführen. Insbesondere kann die Vorrichtung eine Datenverarbeitungseinrichtung umfassen, beispielsweise ein Steuergerät in einem Kraftfahrzeug.

Ausführungsbeispiele der Erfindung werden im Folgenden anhand von Zeichnungen näher erläutert.

Dabei zeigen:

Fig. 1 eine schematische Seitenansicht eines Fahrzeugs mit verschiedenen Achsensystemen,

- Fig. 2 eine schematische Ansicht eines Fahrzeugs von hinten mit verschiedenen Achsensystemen,
- Fig. 3 eine schematische Draufsicht eines Fahrzeugs mit verschiedenen Achsensystemen,
- Fig. 4 schematisch Rotationen von Achsensystemen,
- Fig. 5 eine schematische Ansicht des Fahrzeugs, wobei die Rollachse, das vordere Rollzentrum und das hintere Rollzentrum dargestellt sind,
- Fig. 6 eine schematische Ansicht des Fahrzeugs,
- Fig. 7 eine schematische Ansicht des Fahrzeugs mit Vorder- und Hinterachskräften und –momenten,
- Fig. 8 eine schematische Ansicht der Vorderachse mit Reifenkräften, Chassis-Reaktions-Kräften und dem Chassis-Reaktions-Moment,
- Fig. 9 schematische Ansichten von Look-up-Tabellen,
- Fig. 10 eine schematische Ansicht einer Reifenkräfte-Ellipse, und
- Fig. 11 eine schematische Detailansicht einer funktionalen Architektur einer Vorrichtung zur modellbasierten Fahrbarkeitsprüfung.

Einander entsprechende Teile sind in allen Figuren mit den gleichen Bezugszeichen versehen.

Die vorliegende Erfindung betrifft die Einschätzung der Fahrbarkeit aller gewünschten Trajektorien aus einer Anzahl von Trajektorienkandidaten, die als horizontale Trajektorien in erdfesten Koordinaten angegeben sind, wobei Fahrbarkeitslimits für Trajektorien typischerweise in Fahrzeug- und Fahrbahngrößen angegeben werden. Beispiele sind das Reibungspotential, das die maximal erreichbaren horizontalen Reifenkräfte begrenzt und die Antriebskräfte und Leistungsgrenzen im Antriebsstrang, die die mögliche Beschleunigung begrenzen. Zur Überprüfung gegenüber diesen Grenzen ist es erforderlich, die zugeordneten Fahrzeuggrößen aus den gewünschten Trajektorien zu

berechnen. Vorliegend wird ein quasistationärer (QSS) Modellansatz gewählt, um sowohl Reifenkräfte als auch Antriebskraft und Leistungsanforderungen aus einer gegebenen, gewünschten Trajektorie zu berechnen. Vorliegend wurde beispielhaft eine Anzahl von 1000 gewünschten Trajektorienkandidaten von 10 s Länge verwendet, die alle 100 ms evaluiert wurden. Daher ist die Laufzeit ein wichtiger Punkt und der Hauptgrund für die Wahl eines quasistationären Modellansatzes anstatt beispielsweise eines dynamischen Modells, welches genaueres Sampling und Lösen der gewöhnlichen Differentialgleichungen dieses Modells erfordert.

Die im Folgenden verwendeten Achsensysteme folgen ISO 8855:2011. Die wichtigsten Achsensysteme sind unten angegeben. Eine graphische Übersicht über relevante orthogonale Achsensysteme, kinematische Eigenschaften, Kräfte und Momente ist in Figuren 1, 2 und 3 gezeigt.

Das Fahrzeugachsensystem (X_V , Y_V , Z_V) ist ein Achsensystem, dass im Referenzrahmen der gefederten Fahrzeugmasse verankert ist, so dass die X_V -Achse im Wesentlichen horizontal und nach vorn ausgerichtet (wenn das Fahrzeug 1 im Stillstand ist) und parallel zur Symmetrie-Längsebene des Fahrzeugs 1 ist. Die Y_V -Achse ist rechtwinklig zur Symmetrie-Längsebene des Fahrzeugs 1 und zeigt nach links, wobei die Z_V -Achse nach oben zeigt. Der Ursprung des zugehörigen Fahrzeug-Koordinatensystems (x_V , y_V , z_V) befindet sich bei statischer Referenzlastbedingung in der Mitte der Vorderachse.

Das erdfeste Achsensystem (X_E , Y_E , Z_E) ist ein Achsensystem, das im Trägheitsreferenzrahmen festgelegt ist. X_E und Y_E sind parallel zur Ebene des Untergrunds. Z_E zeigt nach oben und ist am Schwerkraftvektor ausgerichtet. Das zugeordnete erdfeste Koordinatensystem (x_E , y_E , z_E) hat seinen Ursprung in der Ebene des Untergrunds.

Das zwischengeschaltete horizontierte Achsensystem (X , Y , Z) ist ein Achsensystem, dessen X - und Y -Achsen parallel zur Ebene des Untergrunds sind, wobei die X -Achse auf die vertikale Projektion der X_V -Achse auf die Ebene des Untergrunds ausgerichtet ist. Der Ursprung des zugeordneten Koordinatensystems (x , y , z) fällt mit dem Ursprung des Fahrzeug-Koordinatensystems zusammen.

Das Fahrbahn-Ebenen-Achsensystem (X_R , Y_R , Z_R) ist ein Achsensystem, dessen X_R - und Y_R -Achsen parallel zur Fahrbahn-Ebene liegen, wobei die X_R -Achse auf die vertikale Projektion der X_V -Achse auf die Fahrbahn-Ebene ausgerichtet ist. Der Ursprung des

zugeordneten Fahrbahn-Koordinatensystems (x_R, y_R, z_R) fällt mit dem Ursprung des Fahrzeug-Achsensystems zusammen. Die Fahrbahnebene ist ein Best-Fit durch die vier Kontaktstellen der Reifen.

Das Reifen-Achsensystem ($X_{T,1R}, Y_{T,1R}, Z_{T,1R}$) für das rechte Vorderrad 1R, das Reifen-Achsensystem ($X_{T,1L}, Y_{T,1L}, Z_{T,1L}$) für das linke Vorderrad 1L, das Reifen-Achsensystem ($X_{T,2R}, Y_{T,2R}, Z_{T,2R}$) für das rechte Hinterrad 2R und das Reifen-Achsensystem ($X_{T,2L}, Y_{T,2L}, Z_{T,2L}$) für das linke Hinterrad 2L sind Achsensysteme, deren X_T und Y_T -Achsen parallel zur Fahrbahnebene liegen, wobei die Z_T -Achse normal zur Fahrbahnebene ausgerichtet ist, wobei die Ausrichtung der X_T -Achse durch den Schnitt der Radebene und der Fahrbahnebene definiert ist, wobei die positive Z_T -Achse nach oben zeigt. Figur 1 zeigt ferner den Neigungswinkel θ (negativ dargestellt) und den Fahrbahn-Steigungswinkel λ (negativ dargestellt) gemäß ISO 8855:2011. $F_{X R, cg}$, $F_{Y R, cg}$ und $F_{Z R, cg}$ sind beliebige Kraftvektor-Komponenten, die mit dem Fahrbahn-Achsensystem ausgerichtet und am Schwerpunktzentrum des Fahrzeugs 1 wirksam sind. $M_{X R, cg}$, $M_{Y R, cg}$, $M_{Z R, cg}$ sind beliebige Drehmoment-Vektoren-Komponenten, die mit dem Fahrbahn-Achsensystem ausgerichtet sind.

Figur 2 zeigt ferner einen Wankwinkel ϕ (positiv dargestellt, Rotation um die X_V -Achse), den Fahrzeug-Wankwinkel ϕ_V (positiv dargestellt, Rotation um die X -Achse) und den Fahrbahnebenen-Sturzwinkel η (positiv dargestellt, Rotation um die X -Achse) gemäß ISO 8855:2011.

Figur 3 zeigt ferner den Gierwinkel ψ (positiv dargestellt, von der X_E -Achse zur X -Achse, um Z_E) und die linken und rechten vorderen Lenkwinkel δ_{1L} , δ_{1R} (positiv dargestellt, Winkel von der X_V -Achse zur Radebene, um die Z_V -Achse) gemäß ISO 8855:2011.

Beschleunigung und Geschwindigkeit von Trajektorienkandidaten, die durch die Trajektionorientenplanung bereitgestellt sind, werden als Projektionen der gewünschten Hinterachsbewegung in die zwischengeschaltete X-Y-Ebene angegeben. Damit sie als Eingangsgrößen eines Modells nutzbar sind, müssen diese Eigenschaften zu Beschleunigungen und Geschwindigkeiten konvertiert werden, die die Bewegung des Schwerpunktzentums in der durch X_R - Y_R gegebenen Fahrbahnebene beschreiben. Die zugehörigen Koordinatentransformationen zwischen den Koordinatensystemen (x, y, z) and (x_R, y_R, z_R) werden in diesem Abschnitt abgeleitet.

Figur 1 zeigt die zugehörigen Rotationen. Man beachte, dass die als Eingangsgrößen bereitgestellten Winkel Fahrbahnebenen-Steigung λ (Gefälle) und Fahrbahnebenen-Sturzwinkel η (Querneigung) sind, die nicht gleich den Rotationswinkeln sind, die für die Achsenrotationen benötigt werden. Aus Figur 1 können die folgenden Merkmale entnommen werden:

$$\overline{OB} = 1, \quad (1)$$

$$\overline{OC} = 1, \quad (2)$$

$$\overline{AB} = \sin(\eta_{XR}), \quad (3)$$

$$\overline{DC} = \sin(\eta), \quad (4)$$

$$\overline{AC} = \overline{AB} = \sin(\eta_{XR}), \quad (5)$$

$$\frac{\overline{DC}}{\overline{AC}} = \cos(\lambda), \quad (6)$$

$$\overline{OE} = \cos(\eta_{XR}), \quad (7)$$

$$\overline{EF} = \sin(\eta_{XR}), \quad (8)$$

$$\overline{IF} = \overline{OE} = \cos(\eta_{XR}), \quad (9)$$

$$\overline{IG} = \overline{IF} = \cos(\eta_{XR}). \quad (10)$$

Daraus folgt:

$$\cos(\lambda) = \frac{\overline{DC}}{\overline{AC}} = \frac{\sin(\eta)}{\sin(\eta_{XR})}, \quad (11)$$

$$\sin(\eta_{XR}) = \frac{\sin(\eta)}{\cos(\lambda)}, \quad (12)$$

$$\sin(\eta) = \sin(\eta_{XR}) \cdot \cos(\lambda). \quad (13)$$

Figur 4 zeigt die Rotationen der Achsen, die den Fahrbahnebenen-Steigungswinkel λ und den Fahrbahnebenen-Sturzwinkel η ins Verhältnis setzen:

1. Das Rotieren des zwischengeschalteten horizontalen Achsensystems (X, Y, Z) um den Winkel η_{XR} um X führt zu einem Hilfs-Achsensystem (X', Y', Z').
2. Das Rotieren des Hilfs-Achsensystems (X', Y', Z') um Y (!) um den Winkel λ ergibt das Fahrbahn-Achsensystem (X_R, Y_R, Z_R). Man bemerke, dass die Rotation um die originale Y-Achse erfolgt, nicht um Y', was anders ist als die üblichen Euler-Winkel- oder Tait-Bryan-Winkel-Rotationen, die Rotationen um die resultierenden Achsensysteme

hervorrufen. λ und η sind die Winkel zwischen X_R , Y_R und deren jeweiliger Projektion in der horizontalen Ebene. Diese Projektionen bilden kein orthogonales Paar von Vektoren.

Um Koordinatentransformationen (oder passive Transformationen wie in M.J. Benacquista, J.D. Romano, *Classical Mechanics*, Springer, Cham, CH, 2018, pp. 193) zwischen (x, y, z) und (x_R, y_R, z_R) zu definieren, ist es möglich zwischen intrinsischen und extrinsischen Rotations-Matrizen zu unterscheiden (siehe M.J. Benacquista, J.D. Romano, *Classical Mechanics*, Springer, Cham, CH, 2018, pp. 200), welche entweder mit relativ zum rotierten Körper (intrinsisch) oder mit im Raum festgelegten Achsen (extrinsisch) definiert sind. Die Rotationen in Figur 4 sind als eine Abfolge extrinsischer Rotationen angegeben:

1. Rotieren um X um den Winkel η_{XR} .
2. Rotieren um Y um den Winkel λ .

Unter Anwendung von M.J. Benacquista, J.D. Romano, *Classical Mechanics*, Springer, Cham, CH, 2018 ist dies äquivalent zu den intrinsischen Rotationen:

1. Rotieren um Y um den Winkel λ ,
2. Rotieren um X_0 (!) um den Winkel η_{XR} .

Daher kann die Koordinatentransformation T_{IR} von (x, y, z) nach (x_R, y_R, z_R) unter Verwendung von zwei Rotationsmatrizen für intrinsische Rotationen angegeben werden, zum Beispiel:

$$\begin{bmatrix} x_R \\ y_R \\ z_R \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\eta_{XR}) & \sin(\eta_{XR}) \\ 0 & -\sin(\eta_{XR}) & \cos(\eta_{XR}) \end{bmatrix}}_{T_{X'}(\eta_{XR})} \underbrace{\begin{bmatrix} \cos(\lambda) & 0 & -\sin(\lambda) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\lambda) & 0 & \cos(\lambda) \end{bmatrix}}_{T_Y(\lambda)} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad (14)$$

T_{IR}

Durch Kombination beider Transformationsmatrizen ist T_{IR} gegeben durch:

$$T_{IR} = \begin{bmatrix} \cos(\lambda) & 0 & -\sin(\lambda) \\ \sin(\eta_{XR})\sin(\lambda) & \cos(\eta_{XR}) & \sin(\eta_{XR})\cos(\lambda) \\ \cos(\eta_{XR})\sin(\lambda) & -\sin(\eta_{XR}) & \cos(\eta_{XR})\cos(\lambda) \end{bmatrix} \quad (15)$$

Das Ersetzen von η_{XR} durch Gleichung (12) ergibt:

$$\mathbf{T}_{IR} = \begin{bmatrix} \cos(\lambda) & 0 & -\sin(\lambda) \\ \frac{\sin(\eta)}{\cos(\lambda)} \sin(\lambda) & \cos(\arcsin(\frac{\sin(\eta)}{\cos(\lambda)})) & \sin(\eta) \\ \cos(\arcsin(\frac{\sin(\eta)}{\cos(\lambda)})) \sin(\lambda) & -\frac{\sin(\eta)}{\cos(\lambda)} & \cos(\arcsin(\frac{\sin(\eta)}{\cos(\lambda)})) \cos(\lambda) \end{bmatrix} \quad (16)$$

Die Koordinatentransformation $\mathbf{T}_{ER}$ von erdfesten Koordinaten (x_E, y_E, z_E) zu Fahrbahnebenen-Koordinaten (x_R, y_R, z_R) kann durch Erweiterung von Gleichung (14) gefunden werden:

$$\begin{bmatrix} x_R \\ y_R \\ z_R \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\eta_{XR}) & \sin(\eta_{XR}) \\ 0 & -\sin(\eta_{XR}) & \cos(\eta_{XR}) \end{bmatrix}}_{\mathbf{T}_{X'}(\eta_{XR})} \underbrace{\begin{bmatrix} \cos(\lambda) & 0 & -\sin(\lambda) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\lambda) & 0 & \cos(\lambda) \end{bmatrix}}_{\mathbf{T}_Y(\lambda)} \underbrace{\begin{bmatrix} \cos(\psi) & \sin(\psi) & 0 \\ -\sin(\psi) & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{T}_{Z_E}(\psi)} \begin{bmatrix} x_E \\ y_E \\ z_E \end{bmatrix} \quad (17)$$

$\mathbf{T}_{ER}$

Hierbei bezeichnet $\mathbf{T}_{ZE}$ die Matrix in Rechts-Rotation um Z_E um den Winkel ψ (vergl. Figur 3) verbunden mit einer Koordinatentransformation von erdfesten Koordinaten (x_E, y_E, z_E) zu Zwischenkoordinaten (x, y, z), wie es in D.T. Greenwood, *Principles of Dynamics*, Prentice Hall, Upper Saddle River, US-NJ, 2nd edition, 1988, pp. 357 zu finden ist. Mit der Kombination aller Transformationsmatrizen ist $\mathbf{T}_{ER}$ gegeben durch:

$$\mathbf{T}_{ER} = \begin{bmatrix} \cos(\psi)\cos(\lambda) & & \\ -\sin(\psi)\cos(\eta_{XR}) + \cos(\psi)\sin(\lambda)\sin(\eta_{XR}) & & \\ \sin(\psi)\sin(\eta_{XR}) + \cos(\psi)\sin(\lambda)\cos(\eta_{XR}) & & \\ \sin(\psi)\cos(\lambda) & -\sin(\lambda) & \\ \cos(\psi)\cos(\eta_{XR}) + \sin(\psi)\sin(\lambda)\sin(\eta_{XR}) & \cos(\lambda)\sin(\eta_{XR}) & \\ -\cos(\psi)\sin(\eta_{XR}) + \sin(\psi)\sin(\lambda)\cos(\eta_{XR}) & \cos(\lambda)\cos(\eta_{XR}) & \end{bmatrix} \quad (18)$$

Die Matrix in Gleichung (18) enthält zur besseren Lesbarkeit einen Zeilenumbruch, wobei die erste Spalte vor dem Zeilenumbruch und die zweite und dritte Spalte nach dem Zeilenumbruch dargestellt sind.

Für die quasistationären Fahrzeugbeschreibungen wird als Modellannahme ein Doppelspurmodell in Bewegung angenommen.

Die folgenden Aspekte werden berücksichtigt:

- Seitenbeschleunigung in Kurven
- Längsbeschleunigung infolge von Fahren und Bremsen
- aerodynamischer Zug
- aerodynamischer Auftrieb
- Rollmomentverteilung zwischen Vorderachse und Hinterachse
- stationärer Einfluss von Querneigung und Gefälle
- Rollwiderstand (nur der Einfluss des erforderlichen Motormoments)

Die folgenden Aspekte werden vernachlässigt:

- Roll- und Nickbewegung der Aufhängung
- Schnelle Veränderungen von Querneigung und Gefälle
- Unterschiede zwischen Gesamtmasse und gefederter Masse
- asymmetrische seitliche Lastbedingungen
- Einfluss von ABS, ASR und ESP (das heißt das Modell ist eine leicht konservative Beschreibung der Fahrzeugfähigkeiten)
- Unterschiede in linken und rechten Antriebs- und Bremskräften (das heißt kein Torque Vectoring und kein μ -split)
- Langsame Kurvenfahrt und Parkmanöver

Figur 5 ist eine schematische Ansicht des Fahrzeugs 1 in der X_R - Z_R -Ebene, wobei die Rollachse RA, das vordere Rollzentrum FRC und das hintere Rollzentrum RRC dargestellt sind. h_{cg} bezeichnet die Höhe des Schwerkraftzentrums, l_f den Abstand des Schwerkraftzentrums zur Vorderachse und l den Radstand. $F_{X_{R,f}}$, $F_{Z_{R,f}}$, $F_{X_{R,r}}$, $F_{Z_{R,r}}$ sind Achskräfte und $F_{X_{R,R1}}$, $F_{Z_{R,R1}}$, $F_{X_{R,L1}}$, $F_{Z_{R,L1}}$, $F_{X_{R,R2}}$, $F_{Z_{R,R2}}$, $F_{X_{R,L2}}$, $F_{Z_{R,L2}}$ sind Reifenkräfte. $F_{X_{R,cg}}$ und $F_{Z_{R,cg}}$ sind beliebige Kraftvektor-Komponenten, die mit dem Fahrbahnebenen-Achssystem am Schwerkraftzentrum des Fahrzeugs 1 ausgerichtet sind. $M_{Y_{R,cg}}$ ist eine beliebige Drehmomenten-Vektor-Komponente, die mit dem Fahrbahnebenen-Achssystem ausgerichtet ist.

Aus Figur 5 ist ersichtlich, dass die Gleichgewichtskräfte in Z_R -Richtung sich wie folgt ergeben:

$$F_{Z_{R,f}} + F_{Z_{R,r}} + F_{Z_{R,cg}} = 0. \quad (19)$$

Das Gleichgewicht der Momente um Y_R an der Vorderachse auf Bodenniveau ist:

$$F_{Z_{R,r}} \cdot l + F_{Z_{R,cg}} \cdot l_f + F_{X_{R,cg}} \cdot h_{cg} + M_{Y_{R,cg}} = 0. \quad (20)$$

Aus (20) folgt:

$$F_{ZR,r} = -\frac{l_f}{l} F_{ZR,cg} - \frac{h_{cg}}{l} F_{XR,cg} - \frac{1}{l} M_{YR,cg} \quad (21)$$

und Einsetzen in Gleichung (19) führt zu:

$$F_{ZR,f} = -\underbrace{\left(1 - \frac{l_f}{l}\right)}_{=\frac{l_h}{l}} F_{ZR,cg} + \frac{h_{cg}}{l} F_{XR,cg} + \frac{1}{l} M_{YR,cg}. \quad (22)$$

Die Plausibilität kann leicht gesehen werden durch Einsetzen von zum Beispiel

$$F_{ZR,cg} = -m \cdot g \text{ und } F_{XR,cg} = -m \cdot a_{XR}.$$

Hinweis: Radlastübergang während Beschleunigung und Bremsen wird wegen Symmetrie als gleichförmig auf das linke und rechte Rad verteilt angenommen. Daher muss in (21) und (22) kein Nickzentrum und keine Nickmomentverteilung berücksichtigt werden. Allerdings wird die Rollmomentverteilung in den folgenden Abschnitten berücksichtigt.

Figur 6 zeigt eine schematische Ansicht des Fahrzeugs 1 in der X_R - Y_R -Ebene.

$F_{XR,f}$, $F_{YR,f}$, $F_{XR,r}$, $F_{YR,r}$ sind Achskräfte. $F_{XR,cg}$, $F_{YR,cg}$ und $F_{ZR,cg}$ sind beliebige Kraftvektorkomponenten, die mit dem Fahrbahnebenen-Achssystem ausgerichtet und am Schwerpunktzentrum des Fahrzeugs 1 wirksam sind. $M_{XR,cg}$, $M_{YR,cg}$, $M_{ZR,cg}$ sind beliebige Drehmomenten-Vektor-Komponenten, die mit dem Fahrbahnebenen-Achssystem ausgerichtet sind.

Aus Figur 6 ist ersichtlich, dass die Gleichgewichtskräfte in Y_R -Richtung sich wie folgt ergeben:

$$F_{YR,f} + F_{YR,r} + F_{YR,cg} = 0. \quad (23)$$

Das Momentengleichgewicht um Z_R an der Vorderachsmittle ist:

$$-F_{YR,cg} \cdot l_f - F_{YR,r} \cdot l + M_{ZR,cg} = 0. \quad (24)$$

Linke und rechte Brems- und Antriebskräfte werden als gleich angenommen und tragen daher nicht zum Momentengleichgewicht um Z_R bei. Daher folgt aus (24), dass

$$F_{YR,r} = -\frac{l_f}{l} F_{YR,cg} + \frac{1}{l} M_{ZR,cg} \quad (25)$$

und das Einsetzen dieser Gleichung in (25) führt zu

$$F_{YR,f} = - \underbrace{\left(1 - \frac{l_f}{l}\right)}_{=\frac{l_h}{l}} F_{YR,cg} - \frac{1}{l} M_{ZR,cg}. \quad (26)$$

In X_R -Richtung gilt:

$$F_{XR,f} + F_{XR,r} + F_{XR,cg} = 0. \quad (27)$$

$F_{XR,r}$ und $F_{XR,f}$ werden durch Antriebs- und Bremsmomentverteilung bestimmt.

Figur 7 ist eine schematische Ansicht des Fahrzeugs 1 in der Y_R - Z_R -Ebene mit den Vorder- und Hinterachskräften $F_{YR,f}$, $F_{YR,r}$ und -momenten $M_{XR,f}$, $M_{XR,r}$, $F_{YR,cg}$, und $F_{ZR,cg}$ sind beliebige Kraftvektorkomponenten, die mit dem Fahrbahnebenen-Achssystem ausgerichtet und am Schwerpunktzentrum des Fahrzeugs 1 wirksam sind. $M_{XR,cg}$ ist eine beliebige Drehmomenten-Vektor-Komponente, die mit dem Fahrbahnebenen-Achssystem ausgerichtet ist. h_{cg} bezeichnet die Höhe des Schwerpunktzentrums und h_{rcg} ist die Höhe des Rollzentrums RC_{cg} an der x_R -Position des Schwerpunktzentrums.

Das Momentengleichgewicht um die X_R -Achse kann aus Figur 7 entnommen werden, welche die Vorder- und Hinterachskräfte $F_{YR,f}$, $F_{YR,r}$ und -momente $M_{XR,f}$, $M_{XR,r}$ sowie auch beliebige Kräfte und Momente, die am Schwerpunktzentrum wirksam sind, darstellt. Wenn das Rollzentrum RC_{cg} an der x_R -Position des Schwerpunktzentrums verwendet wird, um das Momentengleichgewicht um X_R auszudrücken, dann folgt, dass:

$$M_{XR,cg} + \underbrace{M_{XR,f} + M_{XR,r}}_{:=M_{XR,f+r}} - (h_{cg} - h_{rcg}) \cdot F_{YR,cg} = 0. \quad (28)$$

Mit der Einführung von $M_{XR,f+r}$ kann dies umgestellt werden als:

$$M_{XR,f+r} = (h_{cg} - h_{rcg}) \cdot F_{YR,cg} - M_{XR,cg}. \quad (29)$$

Figur 8 ist eine schematische Ansicht der Vorderachse in der Y_R - Z_R -Ebene mit den Reifenkräften $F_{YR,1L}$, $F_{ZR,1L}$, $F_{YR,1R}$, $F_{ZR,1R}$, Chassis-Reaktions-Kräften $F_{YR,1}$, $F_{ZR,1}$ und dem Chassis-Reaktions-Moment $M_{XR,1}$. h_{rf} bezeichnet die Höhe des Rollzentrums der Vorderachse FRC und b_f ist die Spurweite der Vorderachse. Man beachte, dass die Reifenkräfte $F_{YR,1L}$ und $F_{YR,1R}$ immer noch als Vektorkomponenten in Fahrbahnebenen-

Koordinaten angegeben sind, die nicht mit $F_{Y,T,1L}$ und $F_{Y,T,1R}$ in Reifenkoordinaten übereinstimmen.

Wenn man eine Rollmomentenverteilung einführt, die den Einfluss der Steifheiten der Aufhängung und des Stabilisators zusammenfasst, ist es möglich, die Rollmomente der Vorder- und Hinterachse zu erhalten, die durch den Versatz zwischen dem Schwerpunktzentrum und der Rollachse verursacht werden:

$$M_{XR,f} = \kappa \cdot M_{XR,f+r} = \kappa((h_{cg} - h_{rcg}) \cdot F_{YR,cg} - M_{XR,cg}), \quad (30)$$

$$M_{XR,r} = (1 - \kappa) \cdot M_{XR,f+r} = (1 - \kappa)((h_{cg} - h_{rcg}) \cdot F_{YR,cg} - M_{XR,cg}). \quad (31)$$

Da die Rollmomentverteilung und die Achskräfte verfügbar sind, ist es möglich, die vertikalen Reifenkräfte zu berechnen wie in Figur 8 dargestellt.

Das Kräftegleichgewicht in Z_R - und Y_R -Richtung ergibt:

$$F_{ZR,1L} + F_{ZR,1R} + F_{ZR,1} = 0, \quad (32)$$

$$F_{YR,1L} + F_{YR,1R} + F_{YR,1} = 0, \quad (33)$$

$$F_{ZR,2L} + F_{ZR,2R} + F_{ZR,2} = 0, \quad (34)$$

$$F_{YR,2L} + F_{YR,2R} + F_{YR,2} = 0. \quad (35)$$

Das Momentengleichgewicht um die Symmetrieachse auf Fahrbahnebenen-Niveau ergibt:

$$\frac{b_f}{2} F_{ZR,1L} - \frac{b_f}{2} F_{ZR,1R} - h_{rf} \cdot F_{YR,1} + M_{XR,1} = 0, \quad (36)$$

$$\frac{b_r}{2} F_{ZR,2L} - \frac{b_r}{2} F_{ZR,2R} - h_{rr} \cdot F_{YR,2} + M_{XR,2} = 0. \quad (37)$$

Mit Newtons drittem Gesetz werden die Chassis-Reaktions-Kräfte und die Achskräfte wie folgt ins Verhältnis gesetzt:

$$F_{YR,1} = -F_{YR,f}, \quad (38)$$

$$F_{ZR,1} = -F_{ZR,f}, \quad (39)$$

$$M_{XR,1} = -M_{XR,f}. \quad (40)$$

Die Anwendung dessen und (32) bis (37) führt zu:

$$F_{ZR,1L} + F_{ZR,1R} - F_{ZR,f} = 0, \quad (41)$$

$$F_{YR,1L} + F_{YR,1R} - F_{YR,f} = 0, \quad (42)$$

$$F_{ZR,2L} + F_{ZR,2R} - F_{ZR,r} = 0, \quad (43)$$

$$F_{YR,2L} + F_{YR,2R} - F_{YR,r} = 0, \quad (44)$$

$$\frac{b_f}{2} \underbrace{(F_{ZR,1L} - F_{ZR,1R})}_{:=2 \cdot \Delta F_{ZR,1}} + h_{rf} \cdot F_{YR,f} - M_{XR,f} = 0, \quad (45)$$

$$\frac{b_r}{2} \underbrace{(F_{ZR,2L} - F_{ZR,2R})}_{:= 2 \cdot \Delta F_{ZR,2}} + h_{rr} \cdot F_{YR,r} - M_{XR,r} = 0. \quad (46)$$

Die Lösung von (41) und (43) sowohl für $F_{ZR,1L}$, $F_{ZR,1R}$ als auch für $F_{ZR,2L}$, $F_{ZR,2R}$ und das anschließende Einsetzen der Ergebnisse in (45) und (46) ergibt:

$$\frac{b_f}{2} (F_{ZR,1L} - F_{ZR,f} + F_{ZR,1L}) + h_{rf} \cdot F_{YR,f} - M_{XR,f} = 0, \quad (47)$$

$$b_f \cdot F_{ZR,1L} - \frac{b_f}{2} F_{ZR,f} + h_{rf} \cdot F_{YR,f} - M_{XR,f} = 0, \quad (48)$$

$$F_{ZR,1L} = \frac{1}{2} F_{ZR,f} - \frac{h_{rf}}{b_f} F_{YR,f} + \frac{1}{b_f} M_{XR,f} \quad (49)$$

$$\frac{b_f}{2} (F_{ZR,f} - F_{ZR,1R} - F_{ZR,1R}) + h_{rf} \cdot F_{YR,f} - M_{XR,f} = 0, \quad (50)$$

$$\frac{b_f}{2} F_{ZR,f} - b_f \cdot F_{ZR,1R} + h_{rf} \cdot F_{YR,f} - M_{XR,f} = 0, \quad (51)$$

$$F_{ZR,1R} = \frac{1}{2} F_{ZR,f} + \frac{h_{rf}}{b_f} F_{YR,f} - \frac{1}{b_f} M_{XR,f} \quad (52)$$

$$\frac{b_r}{2} (F_{ZR,2L} - F_{ZR,r} + F_{ZR,2L}) + h_{rr} \cdot F_{YR,r} - M_{XR,r} = 0, \quad (53)$$

$$b_r \cdot F_{ZR,2L} - \frac{b_r}{2} F_{ZR,r} + h_{rr} \cdot F_{YR,r} - M_{XR,r} = 0, \quad (54)$$

$$F_{ZR,2L} = \frac{1}{2} F_{ZR,r} - \frac{h_{rr}}{b_r} F_{YR,r} + \frac{1}{b_r} M_{XR,r} \quad (55)$$

$$\frac{b_r}{2} (F_{ZR,r} - F_{ZR,2R} - F_{ZR,2R}) + h_{rr} \cdot F_{YR,r} - M_{XR,r} = 0, \quad (56)$$

$$\frac{b_r}{2} F_{ZR,r} - b_r \cdot F_{ZR,2R} + h_{rr} \cdot F_{YR,r} - M_{XR,r} = 0, \quad (57)$$

$$F_{ZR,2R} = \frac{1}{2} F_{ZR,r} + \frac{h_{rr}}{b_r} F_{YR,r} - \frac{1}{b_r} M_{XR,r} \quad (58)$$

Einsetzen von (22), (26) und (30) in (49) und (52) ergibt:

$$\begin{aligned} F_{ZR,1L} = & \frac{1}{2} \left(- \left(1 - \frac{l_f}{l} \right) F_{ZR,cg} + \frac{h_{cg}}{l} F_{XR,cg} + \frac{1}{l} M_{YR,cg} \right) \\ & - \frac{h_{rf}}{b_f} \left(- \left(1 - \frac{l_f}{l} \right) F_{YR,cg} - \frac{1}{l} M_{ZR,cg} \right) \\ & + \frac{1}{b_f} \cdot \kappa \left((h_{cg} - h_{rcg}) F_{YR,cg} - M_{XR,cg} \right), \end{aligned} \quad (59)$$

$$\begin{aligned}
\underbrace{F_{ZR,1L}}_{\geq 0(\text{constraint})} &= \frac{1}{2} \frac{h_{cg}}{l} F_{XR,cg} - \frac{1}{b_f} \cdot \kappa \cdot M_{XR,cg} \\
&+ \left(\frac{h_{rf}}{b_f} \left(1 - \frac{l_f}{l} \right) + \kappa \frac{h_{cg} - h_{rcg}}{b_f} \right) F_{YR,cg} + \frac{1}{2 \cdot l} M_{YR,cg} \\
&- \frac{1}{2} \left(1 - \frac{l_f}{l} \right) F_{ZR,cg} + \frac{h_{rf}}{b_f \cdot l} M_{ZR,cg},
\end{aligned} \tag{60}$$

$$\begin{aligned}
F_{ZR,1R} &= \frac{1}{2} \left(- \left(1 - \frac{l_f}{l} \right) F_{ZR,cg} + \frac{h_{cg}}{l} F_{XR,cg} + \frac{1}{l} M_{YR,cg} \right) \\
&+ \frac{h_{rf}}{b_f} \left(- \left(1 - \frac{l_f}{l} \right) F_{YR,cg} - \frac{1}{l} M_{ZR,cg} \right) \\
&- \frac{1}{b_f} \cdot \kappa \left((h_{cg} - h_{rcg}) F_{YR,cg} - M_{XR,cg} \right),
\end{aligned} \tag{61}$$

$$\begin{aligned}
\underbrace{F_{ZR,1R}}_{\geq 0(\text{constraint})} &= \frac{1}{2} \frac{h_{cg}}{l} F_{XR,cg} + \frac{1}{b_f} \cdot \kappa \cdot M_{XR,cg} \\
&- \left(\frac{h_{rf}}{b_f} \left(1 - \frac{l_f}{l} \right) + \kappa \frac{h_{cg} - h_{rcg}}{b_f} \right) F_{YR,cg} + \frac{1}{2 \cdot l} M_{YR,cg} \\
&- \frac{1}{2} \left(1 - \frac{l_f}{l} \right) F_{ZR,cg} - \frac{h_{rf}}{b_f \cdot l} M_{ZR,cg}.
\end{aligned} \tag{62}$$

Einsetzen von (21), (25) und (31) in (55) und (58) ergibt:

$$\begin{aligned}
F_{ZR,2L} &= \frac{1}{2} \left(- \frac{l_f}{l} F_{ZR,cg} - \frac{h_{cg}}{l} F_{XR,cg} - \frac{1}{l} M_{YR,cg} \right) \\
&- \frac{h_{rr}}{b_r} \left(- \frac{l_f}{l} F_{YR,cg} + \frac{1}{l} M_{ZR,cg} \right) \\
&+ \frac{1}{b_r} \cdot (1 - \kappa) \left((h_{cg} - h_{rcg}) F_{YR,cg} - M_{XR,cg} \right),
\end{aligned} \tag{63}$$

$$\begin{aligned}
\underbrace{F_{ZR,2L}}_{\geq 0(\text{constraint})} &= - \frac{1}{2} \frac{h_{cg}}{l} F_{XR,cg} - \frac{1}{b_r} \cdot (1 - \kappa) \cdot M_{XR,cg} \\
&+ \left(\frac{h_{rr}}{b_r} \frac{l_f}{l} + (1 - \kappa) \frac{h_{cg} - h_{rcg}}{b_r} \right) F_{YR,cg} - \frac{1}{2 \cdot l} M_{YR,cg} \\
&- \frac{1}{2} \frac{l_f}{l} F_{ZR,cg} - \frac{h_{rr}}{b_r \cdot l} M_{ZR,cg},
\end{aligned} \tag{64}$$

$$\begin{aligned}
F_{ZR,2R} &= \frac{1}{2} \left(- \frac{l_f}{l} F_{ZR,cg} - \frac{h_{cg}}{l} F_{XR,cg} - \frac{1}{l} M_{YR,cg} \right) \\
&+ \frac{h_{rr}}{b_r} \left(- \frac{l_f}{l} F_{YR,cg} + \frac{1}{l} M_{ZR,cg} \right) \\
&- \frac{1}{b_r} \cdot (1 - \kappa) \left((h_{cg} - h_{rcg}) F_{YR,cg} - M_{XR,cg} \right),
\end{aligned} \tag{65}$$

$$\begin{aligned}
\underbrace{F_{ZR,2R}}_{\geq 0 \text{ (constraint)}} &= -\frac{1}{2} \frac{h_{cg}}{l} F_{XR,cg} + \frac{1}{b_r} \cdot (1 - \kappa) \cdot M_{XR,cg} \\
&- \left(\frac{h_{rr}}{b_r} \frac{l_f}{l} + (1 - \kappa) \frac{h_{cg} - h_{rcg}}{b_r} \right) F_{YR,cg} - \frac{1}{2 \cdot l} M_{YR,cg} \\
&- \frac{1}{2} \frac{l_f}{l} F_{ZR,cg} + \frac{h_{rr}}{b_r \cdot l} M_{ZR,cg}.
\end{aligned} \tag{66}$$

$F_{ZR,1L}$, $F_{ZR,1R}$, $F_{ZR,2L}$, $F_{ZR,2R}$ in den oben angegebenen Gleichungen müssen auf Werte ≥ 0 begrenzt werden, da negative Kräfte infolge des Anhebens des Rads nicht möglich sind.

Um die seitliche Reifenkraftverteilung und die maximalen horizontalen Reifenkräfte zu berechnen wird das Konzept der effektiven Radlasten eingeführt. Maximale horizontale Reifenkräfte erhöhen sich nicht linear mit der Radlast, sondern zeigen ein leicht degressives Verhalten. Das bedeutet, dass zwei gleichförmig belastete Räder zusammen eine höhere maximale horizontale Reifenkraft aufbringen als zwei ungleichförmig belastete Räder, auch wenn sie dieselbe Summe vertikaler Kräfte aufweisen. Es gibt verschiedene Ansätze dieses Verhalten zu modellieren. Hier wird ein Ansatz nach R. Orend, *Modelling and Control of a vehicle with single-wheel chassis actuators*, IFAC Proceedings Volume 38, Issue 1, Pages 79-84, 2005 verwendet, der die effektiven Radlasten $F_{ZT,eff,i}$ wie folgt einführt:

$$F_{ZT,eff,i} = F_{ZT,i} \left(1 + k_{FZ} \frac{F_{ZT,N,i} - F_{ZT,i}}{F_{ZT,N,i}} \right), \quad i \in \{1L, 1R, 2L, 2R\}, \tag{67}$$

wobei $0 \leq k_{FZ} \leq 1$ einen empirischen Radlast-Degressions-Faktor und $F_{ZT,N,i}$ die nominale Radlast bezeichnet.

Wenn nur longitudinale oder nur seitliche Reifenkräfte vorausgesetzt werden, können die jeweiligen Spitzenkräfte wie folgt modelliert werden:

$$F_{XT,max,i} = \mu_{max} \cdot F_{ZT,eff,i}, \tag{68}$$

$$F_{YT,max,i} = \mu_{max} \cdot \mu_{ql} \cdot F_{ZT,eff,i}, \quad i \in \{1L, 1R, 2L, 2R\}, \tag{69}$$

wobei μ_{max} das Reibwertpotenzial und μ_{ql} das Verhältnis von seitlichem Grip zu longitudinalem Grip bezeichnet, welches anisotrope Reifenkrafteigenschaften modelliert.

Um die horizontalen Reifenkräfte in X_R -Richtung zu berechnen, werden die Definition $F_{X_{R,i+f}} := F_{X_{R,i}} + F_{X_{R,f}}$ (70)

und (27) verwendet, um Folgendes zu bilden:

$$F_{X_{R,r+f}} := F_{X_{R,r}} + F_{X_{R,f}} = -F_{X_{R,cg}}. \quad (71)$$

Wenn man die Antriebs- und Bremsmomentverteilungen γ_d und γ_b einführt, die zusammen als $\gamma_{d|b}$ bezeichnet werden, dann sind die Vorderachsen- und Hinterachsenkräfte in X_R -

Richtung wie folgt gegeben:

$$F_{X_{R,f}} = \gamma_{d|b} \cdot F_{X_{R,r+f}} = -\gamma_{d|b} \cdot F_{X_{R,cg}}, \quad (72)$$

$$F_{X_{R,r}} = (1 - \gamma_{d|b}) \cdot F_{X_{R,r+f}} = -(1 - \gamma_{d|b}) \cdot F_{X_{R,cg}}. \quad (73)$$

Unter der Annahme von gleichen linken und rechten Antriebs- und Bremskräften wie oben erwähnt führt dies zu:

$$F_{X_{R,1L}} = F_{X_{R,1R}} = -\frac{\gamma_{d|b}}{2} \cdot F_{X_{R,cg}}, \quad (74)$$

$$F_{X_{R,2L}} = F_{X_{R,2R}} = -\frac{(1-\gamma_{d|b})}{2} \cdot F_{X_{R,cg}}. \quad (75)$$

Um die Reifenkräfte in Y_R -Richtung zu berechnen, wird die folgende Funktion verwendet wie in D. Ammon, *Modellbildung und Systementwicklung in der Fahrzeugdynamik*, Teubner, Stuttgart, DE, 1997 beschrieben:

$$F_{Y_{T,i}} = \frac{\alpha_i}{\sqrt{\alpha_i^2 + s_i^2}} \cdot \underbrace{\mu_{Y,max}}_{=\mu_{max} \cdot \mu_{ql}} \cdot F_{Z_{T,eff,i}} \cdot \underbrace{g\left(\frac{\sqrt{\alpha_i^2 + s_i^2}}{\alpha_{max,N} \cdot \mu_{Y,max}}\right)}_{\text{normalized shape function with value sin}[0,1]},$$

$$i \in \{1L, 1R, 2L, 2R\}. \quad (76)$$

α_i bezeichnet den Seitenschlupf-Winkel und s_i den Längsschlupf wie in D. Ammon, *Modellbildung und Systementwicklung in der Fahrzeugdynamik*, Teubner, Stuttgart, DE, 1997 definiert. Die normalisierte Formfunktion ist bei 1 für größere Seitenschlupfwinkel gesättigt, was der einzige interessante Bereich für die weiteren Überlegungen ist. $\alpha_{max,N}$ ist ein Skalierungsfaktor ohne weitere Bedeutung in der vorliegenden Arbeit.

Unter der Annahme von seitlichen Reifenkräften $F_{Y_{T,i}}$ mit $i \in \{1L, 1R, 2L, 2R\}$

in der Nähe der Grenzen und daher im Sättigungsbereich von $F_{Y_{T,i}}$ können die folgenden Annahmen getroffen werden:

$$\alpha_{1R} \approx \alpha_{1L}, \quad \alpha_{2R} \approx \alpha_{2L}, \quad s_{1R} \approx s_{1L}, \quad s_{2R} \approx s_{2L}, \quad (77)$$

Bei Verwendung dieser Annahmen und von (76) kann das Verhältnis von linken und rechten Reifenkräften pro Achse wie folgt geschätzt werden:

$$\frac{F_{YR,1L}}{F_{YR,1R}} \approx \frac{F_{YT,1L}}{F_{YT,1R}} \approx \frac{F_{ZT,eff,1L}}{F_{ZT,eff,1R}}, \quad (78)$$

$$\frac{F_{YR,2L}}{F_{YR,2R}} \approx \frac{F_{YT,2L}}{F_{YT,2R}} \approx \frac{F_{ZT,eff,2L}}{F_{ZT,eff,2R}}. \quad (79)$$

Das bedeutet, dass die seitliche Reifenkraft basierend auf dem effektiven Radlastverhältnis verteilt ist.

Setzt man Reifen- und Achskräfte in Y_R -Richtung ins Verhältnis, so ergibt sich:

$$F_{YR,f} = F_{YR,1L} + F_{YR,1R}, \quad (80)$$

$$F_{YR,r} = F_{YR,2L} + F_{YR,2R}. \quad (81)$$

Durch Verwendung von (78) und (79) kann dies wie folgt umgestellt werden:

$$F_{YR,f} = F_{YR,1R} \left(\frac{F_{ZT,eff,1L}}{F_{ZT,eff,1R}} + 1 \right), \quad (82)$$

$$F_{YR,f} = F_{YR,1L} \left(1 + \frac{F_{ZT,eff,1R}}{F_{ZT,eff,1L}} \right), \quad (83)$$

$$F_{YR,r} = F_{YR,2R} \left(\frac{F_{ZT,eff,2L}}{F_{ZT,eff,2R}} + 1 \right), \quad (84)$$

$$F_{YR,r} = F_{YR,2L} \left(1 + \frac{F_{ZT,eff,2R}}{F_{ZT,eff,2L}} \right). \quad (85)$$

Lösen nach den Reifenkräften ergibt:

$$F_{YR,1R} = \frac{F_{ZT,eff,1R}}{F_{ZT,eff,1L} + F_{ZT,eff,1R}} F_{YR,f}, \quad (86)$$

$$F_{YR,1L} = \frac{F_{ZT,eff,1L}}{F_{ZT,eff,1L} + F_{ZT,eff,1R}} F_{YR,f}, \quad (87)$$

$$F_{YR,2R} = \frac{F_{ZT,eff,2R}}{F_{ZT,eff,2L} + F_{ZT,eff,2R}} F_{YR,r}, \quad (88)$$

$$F_{YR,2L} = \frac{F_{ZT,eff,2L}}{F_{ZT,eff,2L} + F_{ZT,eff,2R}} F_{YR,r}. \quad (89)$$

Einsetzen von (26) und (25) ergibt die Reifenkräfte in Y_R -Richtung:

$$F_{YR,1R} = \frac{F_{ZT,eff,1R}}{F_{ZT,eff,1L} + F_{ZT,eff,1R}} \left(- \underbrace{\left(1 - \frac{l_f}{l}\right)}_{=\frac{l_h}{l}} F_{YR,cg} - \frac{1}{l} M_{ZR,cg} \right), \quad (90)$$

$$F_{YR,1L} = \frac{F_{ZT,eff,1L}}{F_{ZT,eff,1L} + F_{ZT,eff,1R}} \left(- \underbrace{\left(1 - \frac{l_f}{l}\right)}_{=\frac{l_h}{l}} F_{YR,cg} - \frac{1}{l} M_{ZR,cg} \right), \quad (91)$$

$$F_{YR,2R} = \frac{F_{ZT,eff,2R}}{F_{ZT,eff,2L} + F_{ZT,eff,2R}} \left(-\frac{l_f}{l} F_{YR,cg} + \frac{1}{l} M_{ZR,cg} \right), \quad (92)$$

$$F_{YR,2L} = \frac{F_{ZT,eff,2L}}{F_{ZT,eff,2L} + F_{ZT,eff,2R}} \left(-\frac{l_f}{l} F_{YR,cg} + \frac{1}{l} M_{ZR,cg} \right). \quad (93)$$

Schließlich sind die Reifenkräfte in den Reifenrichtungen X_T , Y_T und Z_T gegeben durch:

$$\begin{bmatrix} F_{XT,i} \\ F_{YT,i} \\ F_{ZT,i} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \cos(\delta_i) & \sin(\delta_i) & 0 \\ -\sin(\delta_i) & \cos(\delta_i) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{T}_{RT,i}} \begin{bmatrix} F_{XR,i} \\ F_{YR,i} \\ F_{ZR,i} \end{bmatrix}, \quad i \in \{1L, 1R, 2L, 2R\}. \quad (94)$$

Hiermit ist es möglich, zu überprüfen, ob die Reifenkräfte innerhalb der Reibungsgrenze liegen:

$$F_{XT,i}^2 + \frac{F_{YT,i}^2}{\mu_{q1}^2} \leq \mu_{\max}^2 F_{ZT,eff,i}^2, \quad i \in \{1L, 1R, 2L, 2R\}. \quad (95)$$

Figur 10 zeigt eine schematische Ansicht einer sogenannten Reifenkraft-Ellipse, in der das Haftgrenze für kombinierte Kräfte F_{XT} und F_{YT} dargestellt ist.

Die horizontalen Sollreifenkräfte sollen an jedem Rad innerhalb der durch den Reibwert $\mu_{\max}$ bestimmten Reibwertgrenzen (maximales zur Verfügung stehendes Kraftschlusspotential, Kraftschlussellipse, siehe auch DE 100 50 421 A1) liegen.

Wenn die Ungleichung (95), für jedes Rad erfüllt ist, dann ist eine der drei notwendigen Bedingungen für Fahrbarkeit erfüllt, anderenfalls ist die Trajektorie nicht fahrbar.

Bis hierhin sind externe Kräfte, Schwerkraft und Trägheit nicht berücksichtigt worden. Stattdessen wurden beliebige Kraftvektor-Komponenten $F_{XR,cg}$, $F_{YR,cg}$, und $F_{ZR,cg}$, die am Schwerkraftzentrum des Fahrzeugs 1 wirksam sind, und beliebige Drehmomenten-Vektor-

Komponenten $M_{X R, cg}$, $M_{Y R, cg}$, und $M_{Z R, cg}$ als Platzhalter verwendet. Im Folgenden werden externe Kräfte, Schwerkraft und Trägheit bezüglich des stationären Einflusses von Querneigung und Gefälle als Terme eingeführt, die zu $F_{X R, cg}$, $F_{Y R, cg}$, $F_{Z R, cg}$ und $M_{X R, cg}$, $M_{Y R, cg}$, $M_{Z R, cg}$ beitragen.

Bezüglich der Schwerkraft folgt aus Figuren 1 und 4, dass $F_{Z, cg, gravity} = -m \cdot g$. Daher:

$$F_{XR, cg, gravity} = \sin(\lambda) \cdot m \cdot g, \quad (96)$$

$$F_{YR, cg, gravity} = -\sin(\eta_{XR}) \cos(\lambda) \cdot m \cdot g = -\sin(\eta) \cdot m \cdot g, \quad (97)$$

$$F_{ZR, cg, gravity} = -\cos(\eta_{XR}) \cos(\lambda) \cdot m \cdot g = -\cos(\arcsin(\frac{\sin(\eta)}{\cos(\lambda)})) \cos(\lambda) \cdot m \cdot g. \quad (98)$$

λ ist beim Bergabfahren positiv.

Bezüglich der translatorischen Trägheit gilt:

Um Trägheitskräfte auszudrücken müssen die in Fahrbahnebenen-Koordinaten angegebenen Beschleunigungen $a_{X R, cg}$, $a_{Y R, cg}$, und $a_{Z R, cg}$ aus den gewünschten Schwerkraftzentrum-Trajektorien-Beschleunigungen $a_{X, cg}$ und $a_{Y, cg}$ berechnet werden, die Projektionen in der X-Y Ebene des zwischengeschalteten Achsensystems sind. Unter Anwendung der Annahme stationärer Querneigung und Gefälle gilt Folgendes:

$$a_{ZR, cg} \equiv 0. \quad (99)$$

Daher sind die verbleibenden Unbekannten $a_{X R, cg}$ und $a_{Y R, cg}$ und auch die Bewegung $a_{Z, cg}$ des Fahrzeugs 1, die nicht als Teil der Trajektorienprojektion gegeben ist. Unter Verwendung von (14), (15) und (99) kann Folgendes festgestellt werden:

$$a_{XR, cg} = \cos(\lambda) a_{X, cg} - \sin(\lambda) a_{Z, cg}, \quad (100)$$

$$a_{YR, cg} = \sin(\eta_{XR}) \sin(\lambda) a_{X, cg} + \cos(\eta_{XR}) a_{Y, cg} + \sin(\eta_{XR}) \cos(\lambda) a_{Z, cg}, \quad (101)$$

$$0 = \cos(\eta_{XR}) \sin(\lambda) a_{X, cg} - \sin(\eta_{XR}) a_{Y, cg} + \cos(\eta_{XR}) \cos(\lambda) a_{Z, cg}. \quad (102)$$

Auflösen von (102) nach $a_{Z, cg}$ ergibt:

$$a_{Z, cg} = -\frac{\sin(\lambda)}{\cos(\lambda)} a_{X, cg} + \frac{\sin(\eta_{XR})}{\cos(\eta_{XR}) \cos(\lambda)} a_{Y, cg}. \quad (103)$$

Einsetzen von (103) in (100) ergibt:

$$a_{XR, cg} = \cos(\lambda) a_{X, cg} - \sin(\lambda) \left(-\frac{\sin(\lambda)}{\cos(\lambda)} a_{X, cg} + \frac{\sin(\eta_{XR})}{\cos(\eta_{XR}) \cos(\lambda)} a_{Y, cg} \right), \quad (104)$$

$$a_{XR,cg} = \frac{1}{\cos(\lambda)} \underbrace{(\cos^2(\lambda) + \sin^2(\lambda))}_{=1} a_{X,cg} - \frac{\sin(\eta_{XR})\sin(\lambda)}{\cos(\eta_{XR})\cos(\lambda)} a_{Y,cg}, \quad (105)$$

$$a_{XR,cg} = \frac{1}{\cos(\lambda)} a_{X,cg} - \frac{\sin(\eta_{XR})\sin(\lambda)}{\cos(\eta_{XR})\cos(\lambda)} a_{Y,cg}. \quad (106)$$

Einsetzen von (103) in (101) ergibt:

$$a_{YR,cg} = \sin(\eta_{XR})\sin(\lambda)a_{X,cg} + \cos(\eta_{XR})a_{Y,cg} \quad (107)$$

$$+ \sin(\eta_{XR})\cos(\lambda) \left(-\frac{\sin(\lambda)}{\cos(\lambda)} a_{X,cg} + \frac{\sin(\eta_{XR})}{\cos(\eta_{XR})\cos(\lambda)} a_{Y,cg} \right), \quad (108)$$

$$a_{YR,cg} = \left(\cos(\eta_{XR}) + \frac{\sin^2(\eta_{XR})}{\cos(\eta_{XR})} \right) a_{Y,cg}, \quad (109)$$

$$a_{YR,cg} = \frac{1}{\cos(\eta_{XR})} a_{Y,cg}. \quad (110)$$

Schließlich können mit (99), (106) und (110) die translatorischen Trägheitskraftvektor-Komponenten wie folgt ermittelt werden:

$$F_{XR,cg,inert,trans} = -m \cdot a_{XR,cg} = -\frac{m}{\cos(\lambda)} a_{X,cg} + m \frac{\sin(\eta_{XR})\sin(\lambda)}{\cos(\eta_{XR})\cos(\lambda)} a_{Y,cg}, \quad (111)$$

$$F_{YR,cg,inert,trans} = -m \cdot a_{YR,cg} = -\frac{m}{\cos(\eta_{XR})} a_{Y,cg}, \quad (112)$$

$$F_{ZR,cg,inert,trans} = -m \cdot a_{ZR,cg} = 0. \quad (113)$$

Bezüglich der Rotations-Trägheit gilt:

Um das Rotations-Drehmoment $M_{XR,cg,inert,rot}$, $M_{YR,cg,inert,rot}$, und $M_{ZR,cg,inert,rot}$, das mit der Rotationsträgheit zusammenhängt, zu berechnen, müssen die

Rotationsbeschleunigungen $\dot{\omega}_{XR}$, $\dot{\omega}_{YR}$, und $\dot{\omega}_{ZR}$ des Fahrzeugs 1, die in Fahrbahnebenen-Koordinaten angegeben sind, in Bezug auf die gewünschte Schwerkraftzentrums-Trajektorie ausgedrückt werden.

Unter Verwendung von D.T. Greenwood, *Principles of Dynamics*, Prentice Hall, Upper Saddle River, US-NJ, 2nd edition, 1988, S. 406 ist das Verhältnis zwischen Eulerschen Winkeln und Winkelgeschwindigkeiten in der Notation wie in D.T. Greenwood, *Principles of Dynamics*, Prentice Hall, Upper Saddle River, US-NJ, 2nd edition, 1988:

$$\omega_x = \dot{\phi} - \dot{\psi}\sin(\theta) \quad (114)$$

$$\omega_y = \dot{\theta}\cos(\phi) + \dot{\psi}\cos(\theta)\sin(\phi) \quad (115)$$

$$\omega_z = \dot{\psi}\cos(\theta)\cos(\phi) - \dot{\theta}\sin(\phi) \quad (116)$$

Unter Verwendung der Äquivalenzen

$$\omega_x \hat{=} \omega_{XR}, \omega_y \hat{=} \omega_{YR}, \omega_z \hat{=} \omega_{ZR}, \quad (117)$$

$$\phi \hat{=} \eta_{XR}, \theta \hat{=} \lambda, \psi \hat{=} \psi, \quad (118)$$

überträgt sich das in die Notation des vorliegenden Dokuments:

$$\omega_{XR} = \dot{\eta}_{XR} - \dot{\psi} \sin(\lambda) \quad (119)$$

$$\omega_{YR} = \dot{\lambda} \cos(\eta_{XR}) + \dot{\psi} \cos(\lambda) \sin(\eta_{XR}) \quad (120)$$

$$\omega_{ZR} = \dot{\psi} \cos(\lambda) \cos(\eta_{XR}) - \dot{\lambda} \sin(\eta_{XR}) \quad (121)$$

Unter der Annahme von stationären Bedingungen langsam sich verändernder Querneigung und Gefälle, das heißt $\dot{\eta}_{XR} \approx 0$ und $\dot{\lambda} \approx 0$ führt dies zu:

$$\omega_{XR} = -\dot{\psi} \sin(\lambda) \quad (122)$$

$$\omega_{YR} = \dot{\psi} \cos(\lambda) \sin(\eta_{XR}) \quad (123)$$

$$\omega_{ZR} = \dot{\psi} \cos(\lambda) \cos(\eta_{XR}) \quad (124)$$

Unter Berücksichtigung des folgenden Verhältnisses zwischen den Winkelgeschwindigkeits-Ableitungen $\dot{\omega}$ und $(\dot{\omega})_r$, wenn sie aus einem trägen Rahmen und einem bewegten Rahmen betrachtet werden (vergl. D.T. Greenwood, *Principles of Dynamics*, Prentice Hall, Upper Saddle River, US-NJ, 2nd edition, 1988, S. 392):

$$\begin{aligned} \dot{\omega} &= \underbrace{(\dot{\omega})_r}_{\text{as seen from moving frame}} + \underbrace{\omega \times \omega}_{=0} \\ &= (\dot{\omega})_r, \end{aligned} \quad (125)$$

können die Winkelbeschleunigungen gefunden werden durch Berechnen der Ableitungen von (122) bis (124) unter Verwendung von $\dot{\eta}_{XR} \approx 0$ und $\dot{\lambda} \approx 0$:

$$\dot{\omega}_{XR} = -\ddot{\psi} \sin(\lambda) \quad (126)$$

$$\dot{\omega}_{YR} = \ddot{\psi} \cos(\lambda) \sin(\eta_{XR}) \quad (127)$$

$$\dot{\omega}_{ZR} = \ddot{\psi} \cos(\lambda) \cos(\eta_{XR}) \quad (128)$$

Mit Eulers Gleichungen der Bewegung (D.T. Greenwood, *Principles of Dynamics*, Prentice Hall, Upper Saddle River, US-NJ, 2nd edition, 1988, S. 392) und auch (122) bis (124) und (126) bis (128) ist es möglich, das aus der Trägheit resultierende Rotations-Drehmoment zu berechnen:

$$M_{XR, \text{cg, inert, rot}} = -J_{xx} \dot{\omega}_{XR} - (J_{zz} - J_{yy}) \omega_{YR} \omega_{ZR} \quad (129)$$

$$= +J_{xx} \ddot{\psi} \sin(\lambda) - (J_{zz} - J_{yy}) \dot{\psi}^2 \cos^2(\lambda) \sin(\eta_{XR}) \cos(\eta_{XR}) \quad (130)$$

$$M_{YR, \text{cg, inert, rot}} = -J_{yy} \dot{\omega}_{YR} - (J_{xx} - J_{zz}) \omega_{ZR} \omega_{XR} \quad (131)$$

$$= -J_{yy} \ddot{\psi} \cos(\lambda) \sin(\eta_{XR}) + (J_{xx} - J_{zz}) \dot{\psi}^2 \sin(\lambda) \cos(\lambda) \cos(\eta_{XR}) \quad (132)$$

$$M_{ZR, \text{cg, inert, rot}} = -J_{zz} \dot{\omega}_{ZR} - (J_{yy} - J_{xx}) \omega_{XR} \omega_{YR} \quad (133)$$

$$= -J_{zz} \ddot{\psi} \cos(\lambda) \cos(\eta_{XR}) + (J_{yy} - J_{xx}) \dot{\psi}^2 \sin(\lambda) \cos(\lambda) \sin(\eta_{XR}) \quad (134)$$

Bezüglich des aerodynamischen Zugs und Auftriebs ist es möglich, durch Einführen der Zugkraft-Hebelarm-Höhe h_d , die die resultierende Zugkräfte-Höhe über dem Untergrund beschreibt, aerodynamische Zugbeiträge (M. Mitschke, *Dynamik der Kraftfahrzeuge*, Springer, Berlin, DE, 5th edition, 2014.) zu den beliebigen Kräften und Momenten auszudrücken, die am Schwerpunktzentrum des Fahrzeugs 1 wirksam sind:

$$F_{XR, cg, drag} = -\text{sgn}(v_{XR}) C_d \frac{\rho_a}{2} A_a v_{XR}^2, \quad (135)$$

$$M_{YR, cg, drag} = (h_d - h_{cg}) F_{XR, cg, drag} \quad (136)$$

$$= -(h_d - h_{cg}) \text{sgn}(v_{XR}) C_d \frac{\rho_a}{2} A_a v_{XR}^2. \quad (137)$$

Hierbei bezeichnet C_d den aerodynamischen Zugkoeffizienten, A_a die aerodynamische Oberfläche und ρ_a die Luftdichte.

In ähnlicher Weise wird der aerodynamische Auftrieb (M. Mitschke, *Dynamik der Kraftfahrzeuge*, Springer, Berlin, DE, 5th edition, 2014.) beschrieben durch:

$$F_{ZR, cg, lift} = (C_{l,f} + C_{l,r}) \frac{\rho_a}{2} A_a v_{XR}^2, \quad (138)$$

$$M_{YR, cg, lift} = (-l_f C_{l,f} + (l - l_f) C_{l,r}) \frac{\rho_a}{2} A_a v_{XR}^2, \quad (139)$$

Hierbei bezeichnen $C_{l,f}$ und $C_{l,r}$ vordere und hintere aerodynamische Auftriebs-Koeffizienten.

Bezüglich des quasistationären Lenksystem-Modells gilt: Um die physische Realisierbarkeit (=Fahrbarkeit) einer Trajektorie zu bewerten, sind Lenkkraft-Beschränkungen ein weiterer wichtiger Aspekt. Unter Berücksichtigung der Reifenkräfte, die oben im Kontext der Gleichungen (70) bis (95) diskutiert wurden, werden im Folgenden Beschränkungen des Lenksystems und der Leistung diskutiert. Die Modellannahmen werden getroffen wie oben diskutiert.

Die Bewertung der Fahrbarkeit von Trajektorien ist besonders bei höheren Geschwindigkeiten relevant. In diesem Fall müssen Beschränkungen der Lenkkraft und Lenkrate berücksichtigt werden, um die Auswahl fahrbarer Trajektorien sicherzustellen. Langsame Kurvenfahrt und Parkmanöver können einfach durch Neuplanen behandelt werden, falls Abweichungen zwischen erwünschten und tatsächlichen Lenkaktor-Bewegungen auftreten.

Für höhere Geschwindigkeiten und kleinere Lenkwinkel besagt W. Matschinsky, *Radführungen der Straßenfahrzeuge*, Springer, Berlin, DE, 3rd edition, 2007, dass das Lenkmoment durch seitliche Reifenkräfte $F_{Y\,T,1L}$, $F_{Y\,T,1R}$, kinematischen Nachlauf n_k und

Reifennachlauf n_p dominiert wird. Der durch Lenkkinematiken definierte kinematische Nachlauf ändert sich typischerweise mit vertikalem Radhub. Der Reifennachlauf ändert sich mit longitudinalem Reifenschlupf und mit dem Seitenschlupf-Winkel des Reifens. Je näher der Reifen an Schlupfbedingungen ist, desto kleiner wird der Reifennachlauf.

Bei gleichen linken und rechten Antriebs/Brems-Kräften, wie oben angenommen, löschen sich die Einflüsse von $F_{XT,1L}$ und $F_{XT,1R}$ auf die Lenkkraft aus. Daher wird die erforderliche Lenkkraft durch den Beitrag der Seitenkräfte $F_{YT,1L}$ und $F_{YT,1R}$ zum Rückstellmoment dominiert. Dies führt zu:

$$P_s = \underbrace{(n_{k,1L} + n_{p,1L})F_{YT,1L}}_{F_{YT,1L} \text{ part of self aligning torque}} \dot{\delta}_{1L} + \underbrace{(n_{k,1R} + n_{p,1R})F_{YT,1R}}_{F_{YT,1R} \text{ part of self aligning torque}} \dot{\delta}_{1R}. \quad (140)$$

Da kinematischer Nachlauf n_k und Reifennachlauf n_p vom vertikalen Radhub und Schlupf abhängen, ist ein quasistationäres Modell, das die Chassis-Bewegung, Anregungen durch die Fahrbahnoberfläche und Schlupf nicht berücksichtigt, nicht imstande, exakte Werte für n_k und n_p bereitzustellen. Es ist allerdings möglich, eine obere Grenze $P_{s, \max} \geq P_s$ zu berechnen. Mit den Definitionen des maximalen kinematischen Nachlaufs n_k und Reifennachlaufs n_p und der mittleren Lenkrate $\dot{\delta}_{1,m}$ wie folgt:

$$n_{k, \max} := \max(n_{k,1L}(\dots), n_{k,1R}(\dots)), \quad (141)$$

$$n_{p, \max} := \max(n_{p,1L}(\dots), n_{p,1R}(\dots)), \quad (142)$$

$$\dot{\delta}_{1,m} := \frac{\dot{\delta}_{1L} + \dot{\delta}_{1R}}{2}, \quad (143)$$

ist die obere Grenze gegeben durch:

$$P_{s, \max} = (n_{k, \max} + n_{p, \max})(F_{YT,1L} + F_{YT,1R})\dot{\delta}_{1,m} \quad (144)$$

Damit ist eine weitere der drei notwendigen Bedingung der Fahrbarkeits-Überprüfung zu prüfen, ob $P_{s, \max}$ unterhalb der gegenwärtig verfügbaren Leistung der elektronischen Servolenkung (EPS) P_{EPS} liegt. Wenn die Ungleichung $P_{s, \max} \leq P_{EPS}$ erfüllt ist, dann ist diese notwendige Bedingung für Fahrbarkeit erfüllt, andernfalls ist die Trajektorie nicht fahrbar.

Bezüglich des quasistationären Antriebsstrang-Modells gilt:

Die Kernidee, um die Fahrbarkeitsbeschränkungen im Antriebsstrang zu bewerten, ist, die erforderliche Zugkraft und Radleistung mit der verfügbaren Kraft und Leistung an den

Rädern (Lieferkennung) zu vergleichen. Details zur Definition dieser Begriffe sind in M. Mitschke, *Dynamik der Kraftfahrzeuge*, Springer, Berlin, DE, 5th edition, 2014 genannt.

Die Zugkraft-Anforderung $F_{\text{traction,demand}}$ wie in (145) definiert, wird verwendet um die folgenden Fälle zu unterscheiden:

1. Fahren: $F_{\text{traction,demand}} \geq 0$
2. Motorbremse: $F_{\text{traction,hyd brake threshold}} < F_{\text{traction,demand}} < 0$
3. Motorbremse und hydraulische Bremse: $F_{\text{traction,demand}} \leq F_{\text{traction,hyd brake threshold}}$

Um die angeforderte und verfügbare Zugkraft und Radleistung zu modellieren, werden die folgenden Modellannahmen getroffen.

Die folgenden Aspekte werden berücksichtigt:

- Beschleunigungswiderstand von Chassis und Karosserie
- Beschleunigungswiderstand des Antriebsstrangs
- Steigungswiderstand
- Zweiradantrieb, Vierradantrieb, Vierradantrieb mit unabhängigen Motoren
- Leistungsverluste infolge Radschlupf
- Leistungsverluste des Antriebsstrangs
- Elektrischer Antrieb oder Verbrennungsmotor
- Schaltgetriebe in stationären Bedingungen (Leistungs- und Kraft-Hüllkurve für alle Gänge)
- Rollwiderstand (ohne Geschwindigkeitsabhängigkeit)
- Degradation des elektrischen Antriebs (Anfahr-, Stunden-, Dauerleistung)
- aerodynamischer Zug

Die folgenden Aspekte werden vernachlässigt:

- Schaltstrategie und Schaltprozess. Zum Beispiel wird angenommen, dass die Getriebesteuerung einen angemessenen Gang wählt, um die erforderliche Radleistung und Zugkraft bereitzustellen, und dass es keinen wesentlichen Zugkraft-Verlust während des Schaltens gibt.
- Reibungspotential, das heißt die verfügbare Zugkraft modelliert nur die Motorgrenzen, Reibungsgrenzen sind bereits mit der Reifenkraft in Längsrichtung berücksichtigt.
- Elektrische Verstärkung des Verbrennungsmotors
- Mischbremsung zwischen Motor/elektrischem Antrieb und hydraulischer Bremse wird vorausgesetzt, ist aber noch nicht im Detail modelliert.

Fall 1: Fahren

In den folgenden Betrachtungen wird ein einzelner Verbrennungsmotor oder ein einzelner elektrischer Antrieb vorausgesetzt. Der Ansatz kann jedoch leicht erweitert werden, indem das Antriebsdrehmoment mittels des Antriebs-Drehmomenten-Verteilungs-Faktors auf mehrere Achsen verteilt wird.

Nach M. Mitschke, *Dynamik der Kraftfahrzeuge*, Springer, Berlin, DE, 5th edition, 2014 ist die gesamte Zugkraftanforderung gegeben durch:

$$F_{\text{traction,demand}} = f_R \cdot m \cdot g - F_{X_{R,cg}} + (\lambda_m - 1) \cdot m \cdot a_{X_{R,cg}}, \quad (145)$$

mit

- $f_R \cdot m \cdot g$ Rollwiderstand,
- $F_{X_{R,cg}}$: Summe des Steigungswiderstands (96), Chassis- und Karosserie-Trägheit (111) und des aerodynamischen Zugs (135),
- $(\lambda_m - 1) \cdot m \cdot a_{X_{R,cg}}$: Beschleunigungswiderstand des Antriebsstrangs mit dem Massenfaktor λ_m für rotierende Massen.

Die Radleistungs-Anforderung ohne Reifenschlupf-Verluste ist einfach gegeben durch:

$$P_{\text{traction,demand,w/o slip}} = F_{\text{traction,demand}} \cdot v_{X_{R,cg}} \quad (146)$$

Die Radleistung mit Reifen-Schlupf ist gegeben durch:

$$P_{\text{traction,demand}} = \frac{1}{\eta_{\text{tire}}} \cdot F_{\text{traction,demand}} \cdot v_{X_{R,cg}}, \text{ with } \eta_T = \frac{r_d(1-s)}{r_s}, \quad (147)$$

und die folgenden Definitionen:

- η_T : Reifeneffizienz, die Verluste infolge Längsschlupf beschreibt,
- s : mittlerer Schlupf für die angetriebene Achse, unter der Annahme z.B. $s \approx s_{2L} \approx s_{2R}$
- r_d : der dynamische Rad-Radius, mit $r_d = \frac{U}{2\pi}$ und U als Entfernung, die auf dem Untergrund durch das frei rollende Rad zurückgelegt wurde
- r_s : der statische Rad-Radius, das heißt die Entfernung, von der Mitte des Rades zur Fahrbahnebene.

Man beachte die folgenden Unterschiede:

- $2\pi * r_d$: Entfernung, die auf dem Untergrund durch das schlupffreie Rad zurückgelegt wurde,
- $2\pi * r_d(1 - s)$: Entfernung, die auf dem Untergrund durch das schlupfbehaftete Rad zurückgelegt wurde,
- $2\pi * r_s$: Entfernung, die auf dem Untergrund durch einen Punkt auf dem festen Rad mit dem Radius r_s zurückgelegt wurde.

Für das quasistationäre Fahrzeugmodell wie oben beschrieben ist der Längsschlupf unbekannt. Bei eingeschalteter Antischlupfregelung ist der Längsschlupf im schlechtesten Fall ungefähr der kritische Schlupf s_c (M. Mitschke, *Dynamik der Kraftfahrzeuge*, Springer, Berlin, DE, 5th edition, 2014), typischerweise um 10%. Daher kann eine Reifeneffizienz beim kritischen Schlupf wie folgt berechnet werden:

$$\eta_{T,c} = \frac{r_d(1-s_c)}{r_s} \quad (148)$$

Dies führt zu einer Obergrenzenschätzung für $P_{\text{traction,demand}}$. Eine genauere Schätzung könnte durch Interpolation von η_T zwischen Werten von 1 bis $\eta_{T,c}$ erreicht werden, beispielsweise basierend auf der Anwendung der Reibungsgrenze (friction limit utilisation):

$$\text{friction limit utilisation:} = \frac{1}{2} \left(\frac{F_{X,T,2L}^2 + \frac{F_{Y,T,2L}^2}{\mu_{ql}^2}}{\mu_{\max}^2 F_{Z,T,\text{eff},2L}^2} + \frac{F_{X,T,2R}^2 + \frac{F_{Y,T,2R}^2}{\mu_{ql}^2}}{\mu_{\max}^2 F_{Z,T,\text{eff},2R}^2} \right) \quad (149)$$

Figur 9 zeigt schematische Ansichten von Look-up-Tabellen LUT (Lieferkennfeldern). $F_{\text{traction,supply}}$ und $P_{\text{traction,supply}}$ sind als Look-up-Tabellen (Lieferkennfeld) angegeben für einen elektrischen Motor mit einer festen Getriebeübersetzung (durchgehende Linie) und für einen Verbrennungsmotor mit Schaltgetriebe (gestrichelt). Die Versorgungs-Look-up-Tabellen beschreiben die Zugkraft und Leistung, die an der Achse verfügbar sind. Das heißt, sie berücksichtigen bereits die Antriebsstrang-Verluste. Im Falle eines Schaltgetriebes wird die äußere Hüllkurve für alle Gänge verwendet. Die Look-up-Tabellen können wegen der Degradation DEG skaliert werden.

Um die Fahrbarkeit zu bestimmen, werden $F_{\text{traction,demand}}$ und $P_{\text{traction,demand}}$ gegen die Hüllkurven von $F_{\text{traction,supply}}$ und $P_{\text{traction,supply}}$ verglichen, die als Look-up-Tabellen (Lieferkennfeld) gegeben sind wie in Figur 9 dargestellt ist. Die Look-up-Tabellen

berücksichtigen bereits die Antriebsstrang-Verluste, von denen vorausgesetzt wird, dass sie als konstanter Effizienzfaktor pro Gang modelliert sind. Die Degradation kann berücksichtigt werden, indem ein Verringerungsfaktor verwendet wird, der beispielsweise auf Motortemperatur, Versorgungsspannung etc. beruht.

Wenn die Ungleichungen

$$F_{traction,supply} \geq F_{traction,demand} \text{ und}$$

$P_{traction,supply} \geq P_{traction,demand}$ erfüllt sind, dann ist die dritte notwendige Bedingung für Fahrbarkeit erfüllt, anderenfalls ist die Trajektorie nicht fahrbar.

Fall 2: Motorbremse

Eine kleine negative Zugkraftanforderung $F_{traction,demand}$ wird unter ausschließlicher Verwendung der Motorbremse realisiert. Für ein zweiradgetriebenes Fahrzeug 1 bedeutet dies, dass bremsende Reifenkräfte nur an den vorderen Reifen oder den hinteren Reifen auftreten. Besonders auf Oberflächen mit geringer Reibung kann dies blockierende Reifen verursachen, wenn keine weiteren Maßnahmen ergriffen werden. Daher wird die Regelung für das elektronische Stabilitätsprogramm benötigt, um blockierende Räder zu verhindern. In diesem Fall werden die hydraulischen Bremsen aktiviert und Fall 2 geht zu Fall 3 über. Dies bedeutet, dass es keine Beschränkung der Zugkraft und Zugkraftversorgung abgesehen von den Reibungsgrenzen gibt, wobei die Reibungsgrenzen bereits in der Reifen-Längskraft (siehe oben) berücksichtigt werden.

Fall 3: Motorbremse und hydraulische Bremse

In diesem Fall gibt es keine Beschränkung der Zugkraft und Zugkraftversorgung abgesehen von den Reibungsgrenzen, wobei die Reibungsgrenzen bereits in der Reifen-Längskraft (siehe oben) berücksichtigt werden.

Die folgende Tabelle 1 gibt einen Überblick der Fahrzeugparameter.

Parameter	Einheit	Beschreibung
m	kg	Fahrzeuggesamtmasse
l	m	Radstand
l_f	m	Abstand zwischen dem Schwerkraftzentrum und der Vorderachse
l_r	m	Abstand zwischen dem Schwerkraftzentrum und der Hinterachse ($l_r = l - l_f$)
h_{cg}	m	Höhe des Schwerkraftzentrums

h_{rf}	m	Höhe des vorderen Rollzentrums
h_{rr}	m	Höhe des hinteren Rollzentrums
h_{rcg}	m	Höhe des Rollzentrums am Schwerkraftzentrum ($h_{rcg} = h_{rr} + (h_{rf} - h_{rr})(1 - I_f/I_r)$)
b_f	m	Vordere Spurweite
b_r	m	Hintere Spurweite
κ	-	Rollmomentverteilung zwischen Vorder- und Hinterachse (1: nur vorn, 0: nur hinten)
γ_d	-	Antriebsmomenten-Verteilung zwischen Vorder- und Hinterachse (1: nur vorn, 0: nur hinten)
γ_b	-	Bremsmomenten-Verteilung zwischen Vorder- und Hinterachse (1: nur vorn, 0: nur hinten)
k_{FZ}	-	Radlast-Degressions-Faktor ($0 \leq k_{FZ} \ll 1$)
$F_{ZT,N,1R}, \dots, F_{ZT,N,2L}$	N	Nominale Radlasten bei statischen Lastbedingungen
μ_{max}	-	Reibungspotential
μ_{ql}	-	Verhältnis Quer- zu Längsgrip (Idee: $\mu^2 F_z^2 = F_x^2 + F_y^2 / \mu_{ql}^2$)
$n_{k,max}$	m	Maximaler kinematischer Nachlauf
$n_{p,max}$	m	Maximaler Reifennachlauf
J_{xx}, J_{yy}, J_{zz}	kg m ²	Trägheitsmomente des Fahrzeugs 1 um die Fahrzeugachsen am Schwerkraftzentrum
C_d	-	Aerodynamischer Zugkoeffizient
A_a	m ²	Aerodynamische Oberfläche
h_d	m	Zugkraft-Hebelarm-Höhe
$C_{l,f}$	-	Aerodynamischer Auftriebskoeffizient vorne
$C_{l,r}$	-	Aerodynamischer Auftriebskoeffizient hinten
ρ_a	kg/m ³	Luftichte
λ_m	-	Massenfaktor für rotierende Massen im Antriebsstrang (abhängig vom Gang)
f_R	-	Rollwiderstands-Faktor
r_s	m	Statischer Rad-Radius (Abstand von Radzentrum zur Fahrbahnoberfläche)
r_d	m	Dynamischer Rad-Radius, $U=2\pi r_d$, U: Entfernung, die durch das frei rollende Rad zurückgelegt wurde
$\eta_{T,c}$	-	Leistungseffizienz des Reifens bei kritischem Schlupf

Figur 11 verdeutlicht das Funktionsprinzip der Fahrbarkeitsprüfung FP für autonome Fahrzeuge 1.

Eingangsgrößen sind:

- Fahrzeugtrajektorien, die auf Fahrbarkeit zu überprüfen sind.
- Die Steigung λ und Querneigung η der Straße vor dem Fahrzeug 1, beispielsweise aus Sensor- oder Kartendaten
- Das Reibwertpotential $\mu_{\max}$ der Straße beispielsweise aus Sensor- oder Kartendaten
- Information zur Degradation der Lenkungs- und Antriebsaktork (Verfügbare Leistung/Nominelle Leistung, Verfügbares Moment / Nominelles Moment)

Ausgangsgrößen sind:

- Die Bewertung der Fahrbarkeit (ja / nein)
- Optional eine quantitative Bewertung der Ausnutzung des Reibwertpotentials

Die technische Signalverarbeitung erfolgt folgendermaßen:

In einem ersten Schritt S1 erfolgt eine Umrechnung der Anforderungen in Solltrajektoriengrößen (Sollposition, Sollbeschleunigung, Sollgeschwindigkeit, Sollkrümmung, Sollkrümmungsänderungen etc.) sowie der Steigung und Querneigung in Anforderungen in Fahrzeuggrößen (Sollzugkraft, Sollzugleistung, Solllenkungsleistung, Sollreifenkräfte). Die Umrechnung erfolgt hierbei durch ein inverses Fahrzeugmodell, beispielsweise das oben beschriebene quasistationäre Modell.

In einem zweiten Schritt S2 erfolgt ein Abgleich der Anforderungen in Fahrzeuggrößen mit den von Fahrzeug 1 und Fahrbahn vorgegeben Grenzen, das heißt:

- einer Überprüfung DTLC der Grenzen des Antriebsstrangs, ob Sollzugkraft und Sollzugleistung bei Sollgeschwindigkeit unterhalb den von der Zugkraftkennlinie und Zugleistungskennlinie gegebenen Grenzen liegen,
- einer Überprüfung SLC der Grenzen der Lenkung, ob Solllenkungsleistung unterhalb des Leistungslimits der Lenkung liegt, und
- einer Überprüfung FLC der Reibwertgrenzen, ob horizontale Sollreifenkräfte innerhalb der Reibwertgrenzen liegen (Kammischer Kreis)

Die Grenzen im zweiten Schritt können dabei unter Zuhilfenahme der Information zu Degradation an die aktuelle verfügbare Leistung angepasst werden.

Das Ergebnis der Fahrbarkeitsprüfung wird schließlich aggregiert und durch eine binäre Aussage „fahrbar/nicht fahrbar“ für jede ausgewertete Trajektorie dargestellt. Eine genauere Auswertung der Fahrbarkeit ist denkbar durch das Berechnen der

Überschreitung der Grenze oder des noch verfügbaren Abstands zur Grenze in Prozent. Ein mögliches Beispielfeedback kann folgendermaßen aussehen: Reifenkraft vorne links zu hoch, 120% des Reibwertpotentials ausgenutzt. Diese Erweiterung bietet den Vorteil, eine genauere Hilfsinformation für die Trajektorienplanung zu liefern.

Bezugszeichenliste

1	Fahrzeug
1L	linkes Vorderrad
1R	rechtes Vorderrad
2L	linkes Hinterrad
2R	rechtes Hinterrad
b_f	Spurweite der Vorderachse
DEG	Degradation
DTLC	Überprüfung der Grenzen des Antriebsstrangs
FLC	Überprüfung der Reibwertgrenzen
FRC	vorderes Rollzentrum, Rollzentrum der Vorderachse
FP	Fahrbarkeitsprüfung
$F_{\text{traction, supply}}$	verfügbare Zugkraft
$F_{X R, cg}, F_{Y R, cg}, F_{Z R, cg}$	Kraftvektor-Komponenten
$F_{X R, f}, F_{X R, r}, F_{Z R, r}$	Achskräfte
$F_{X R, R1}, F_{Z R, R1}$	Reifenkräfte
$F_{X R, L1}, F_{Z R, L1}$	Reifenkräfte
$F_{X R, R2}, F_{Z R, R2}$	Reifenkräfte
$F_{X R, L2}, F_{Z R, L2}$	Reifenkräfte
$F_{Y R, 1L}, F_{Z R, 1L}$	Reifenkräfte
$F_{Y R, 1R}, F_{Z R, 1R}$	Reifenkräfte
$F_{X T}, F_{Y T}$	horizontalen Sollreifenkräfte
$F_{Y R, 1}, F_{Z R, 1}$	Chassis-Reaktions-Kräfte
$F_{z, eff}$	effektive Reifenlast
h_{cg}	Höhe des Schwerkraftzentrums
h_{rcg}	Höhe des Rollzentrums an der x_R -Position des Schwerkraftzentrums
h_{rf}	Höhe des Rollzentrums der Vorderachse
l	Radstand
l_f	Abstand des Schwerkraftzentrums zur Vorderachse

LUT	Look-up-Tabelle
LTM	Langzeitspeicher
$M_{X\ R, cg}, M_{Y\ R, cg}, M_{Z\ R, cg}$	Drehmoment-Vektoren-Komponenten
$M_{XR, 1}$	Chassis-Reaktions-Moment
$P_{traction, supply}$	verfügbare Zugleistung
RA	Rollachse
RC_{cg}	Rollzentrum an der x_R -Position des Schwerkraftzentrums
RRC	hinteres Rollzentrum
S1	erster Schritt
S2	zweiter Schritt
SLC	Überprüfung der Grenzen der Lenkung
$v_{XR, cg}$	Längsgeschwindigkeit im Schwerkraftzentrum
X, Y, Z	zwischengeschaltetes Achsensystem
X_E, Y_E, Z_E	erdfestes Achsensystem
X_R, Y_R, Z_R	Fahrbahn-Ebenen-Achsensystem, Fahrbahn-Achsensystem
$X_{T, 1L}, Y_{T, 1L}, Z_{T, 1L}$	Reifen-Achsensystem
X_V, Y_V, Z_V	Fahrzeugachsensystem
X', Y', Z'	Hilfsachsensystem
δ_{1L}, δ_{1R}	Lenkwinkel
η	Fahrbahnebenen-Sturzwinkel, Querneigung
$\eta_{X\ R}$	Winkel
θ	Neigungswinkel
λ	Fahrbahn-Steigungswinkel, Fahrbahnebenen-Steigung, Steigung
μ_{max}	Reibwertpotential, Reibwert
μ_{ql}	Verhältnis von seitlichem Grip zu longitudinalem Grip
ϕ	Wankwinkel
ϕ_V	Fahrzeug-Wankwinkel
ψ	Gierwinkel

Patentansprüche

1. Verfahren zur Prüfung der Eignung einer Solltrajektorie für eine Trajektorienregelung eines Fahrzeugs (1), wobei die Solltrajektorie Streckeninformationen über den Verlauf einer abzufahrenden Strecke und Dynamikinformationen über die Dynamik, mit der die Strecke abgefahren werden soll, enthält,
wobei, dass eine Steigung (λ), eine Querneigung (η) und ein Reibwert ($\mu_{\max}$) einer Fahrbahn entlang der Solltrajektorie sensorisch und/oder aus Kartendaten ermittelt und/oder geschätzt werden, wobei basierend auf Modellgleichungen des Fahrzeugs (1) aus den Strecken- und Dynamikinformationen der Solltrajektorie und aus der ermittelten Steigung (λ) und Querneigung (η) zum Abfahren der Solltrajektorie erforderliche Sollwerte einer Sollzugkraft, einer Sollzugleistung, einer Solllenkleistung und horizontaler Sollreifenkräfte an einzelnen Rädern des Fahrzeugs (1) berechnet werden, wobei die Solltrajektorie als für die Trajektorienregelung geeignet bewertet wird, wenn:
 - die Sollzugkraft und Sollzugleistung unterhalb einer vorgegebenen Zugkraftkennlinie beziehungsweise Zugleistungskennlinie liegen,
 - die Solllenkleistung unterhalb eines vorgegebenen Leistungslimits der Lenkung liegt und
 - die horizontalen Sollreifenkräfte an jedem Rad innerhalb der durch den Reibwert ($\mu_{\max}$) bestimmten Reibwertgrenzen liegen,wobei die Solltrajektorie anderenfalls als ungeeignet bewertet wird.
2. Verfahren nach Anspruch 1,
dadurch gekennzeichnet, dass das Verfahren auf jede Solltrajektorie aus einer vorgegebenen Schar von Solltrajektorien angewendet wird.
3. Verfahren nach einem der Ansprüche 1 oder 2,
dadurch gekennzeichnet, dass jede als ungeeignet bewertete Solltrajektorie als ungültig verworfen wird.

4. Verfahren nach einem der vorhergehenden Ansprüche, dadurch gekennzeichnet, dass die Zugkraftkennlinie und die Zugleistungskennlinie aus jeweiligen Look-up-Tabellen (LUT) entnommen werden.
5. Verfahren nach Anspruch 4, dadurch gekennzeichnet, dass die Zugkraftkennlinie und die Zugleistungskennlinie Degradationserscheinungen eines Antriebsstrangs berücksichtigen.
6. Verfahren nach einem der vorhergehenden Ansprüche, dadurch gekennzeichnet, dass eine quantitative Bewertung der Ausnutzung des Reibwertpotentials ($\mu_{\max}$) erfolgt.
7. Verfahren nach einem der vorhergehenden Ansprüche, dadurch gekennzeichnet, dass Degradationserscheinungen einer Lenkungsaktorik berücksichtigt werden.
8. Verfahren nach einem der vorhergehenden Ansprüche, dadurch gekennzeichnet, dass die Modellgleichungen des Fahrzeugs (1) auf einem quasistationären Modellansatz beruhen.
9. Verfahren nach einem der vorhergehenden Ansprüche, dadurch gekennzeichnet, dass in einem ersten Schritt eine Umrechnung von Größen der Solltrajektorie sowie der Steigung (λ) und Querneigung (η) in Fahrzeuggrößen mittels der Modellgleichungen erfolgt.
10. Vorrichtung, die eingerichtet ist, ein Verfahren gemäß einem der vorhergehenden Ansprüche auszuführen.

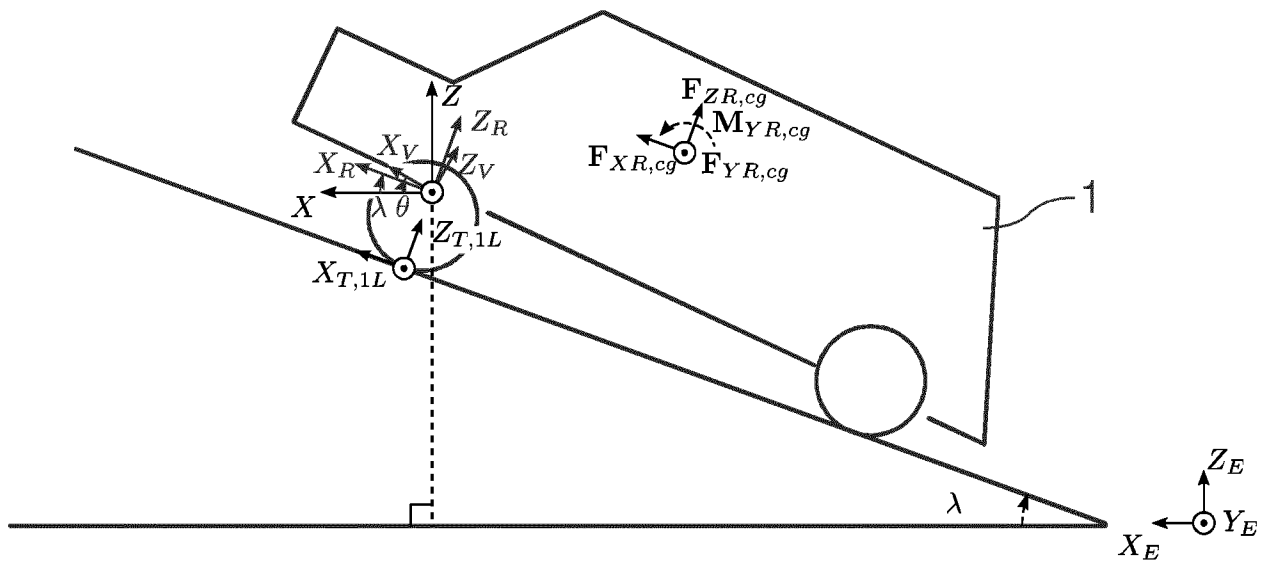


FIG 1

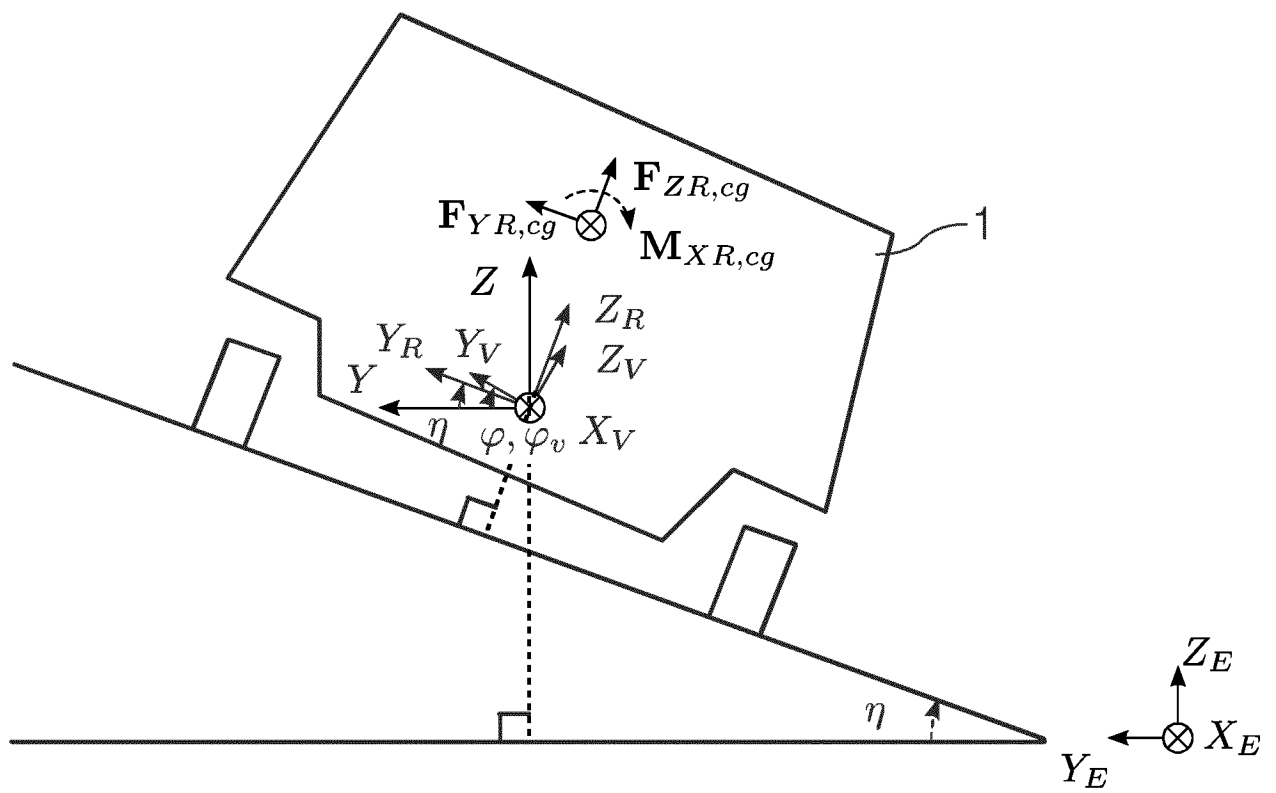


FIG 2

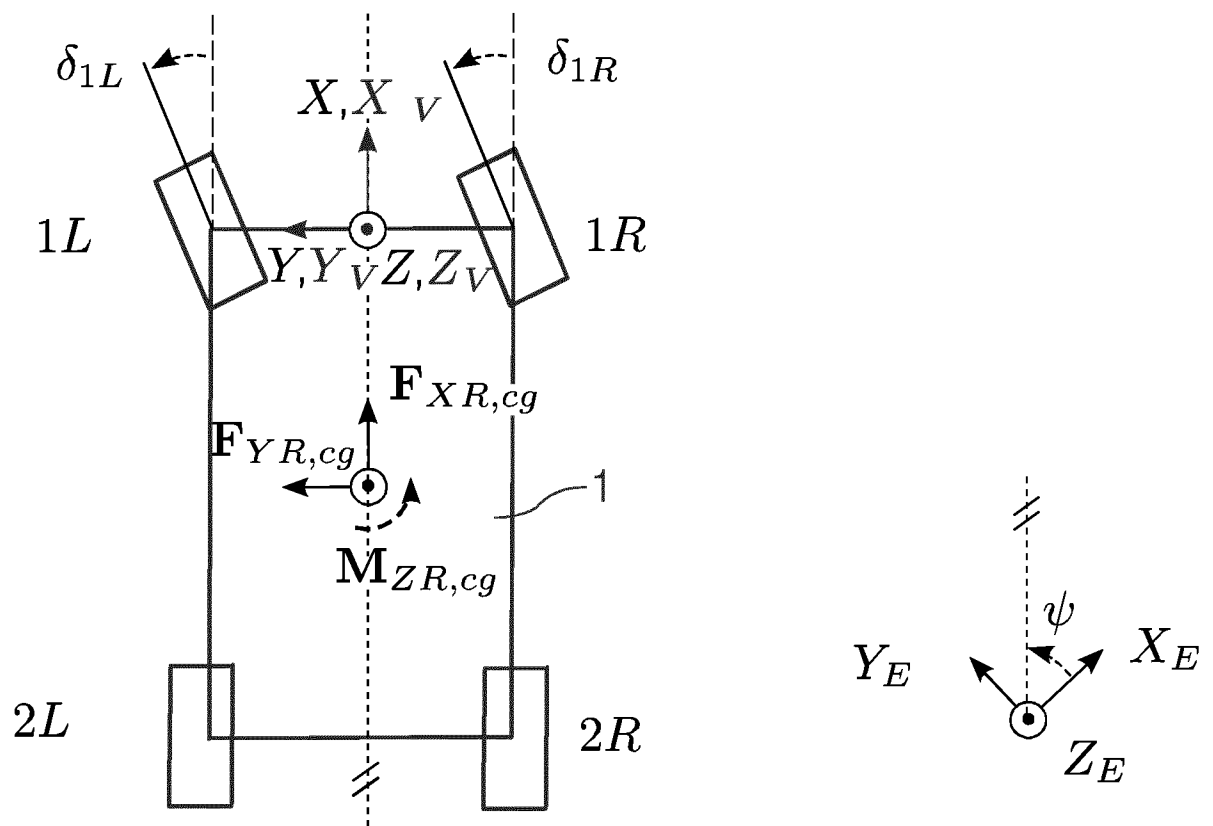


FIG 3

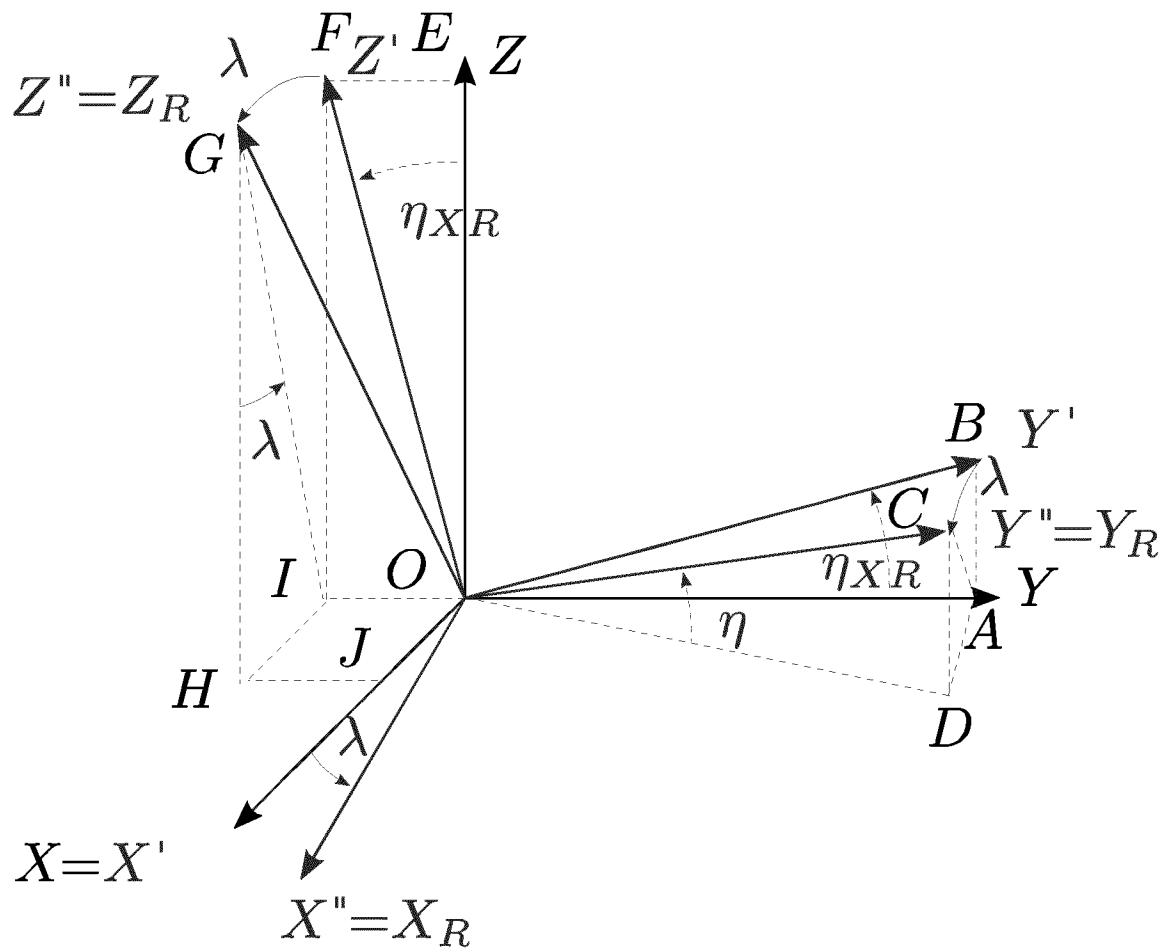


FIG 4

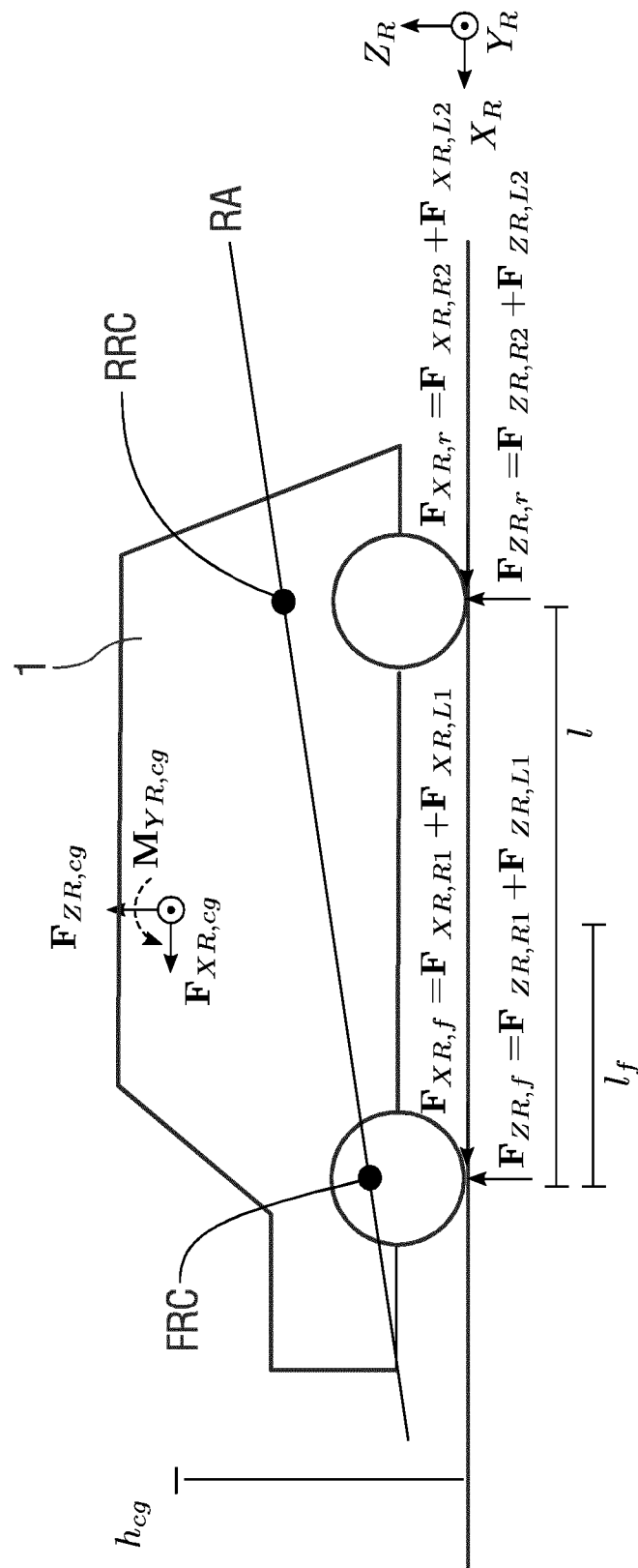


FIG 5

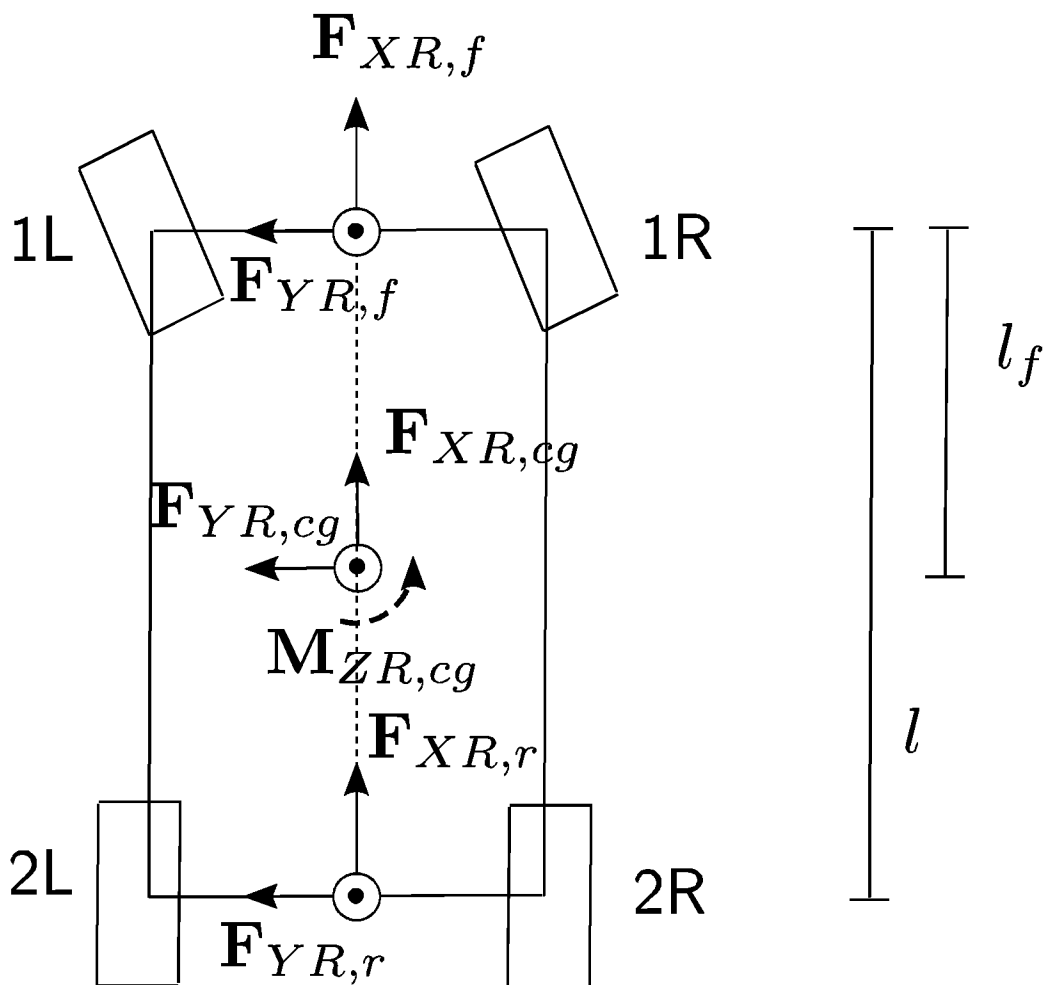


FIG 6

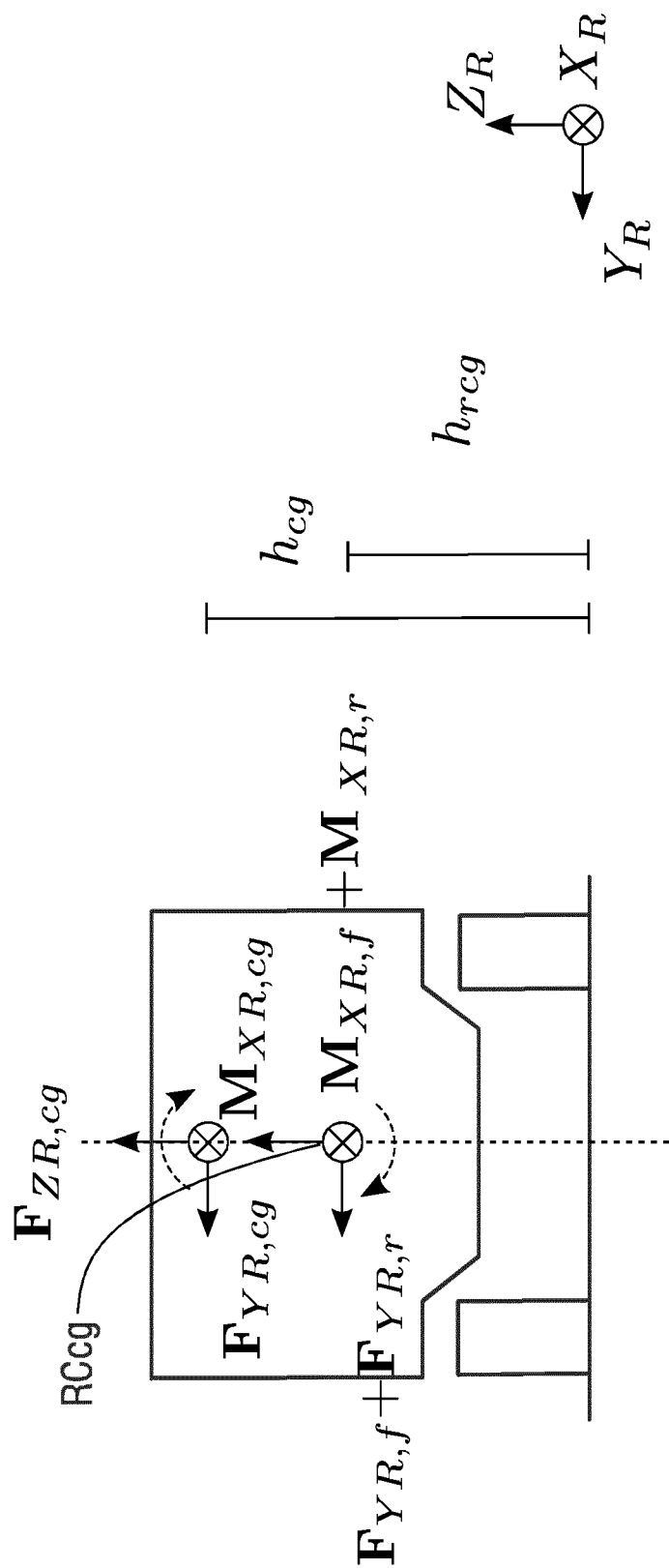


FIG 7

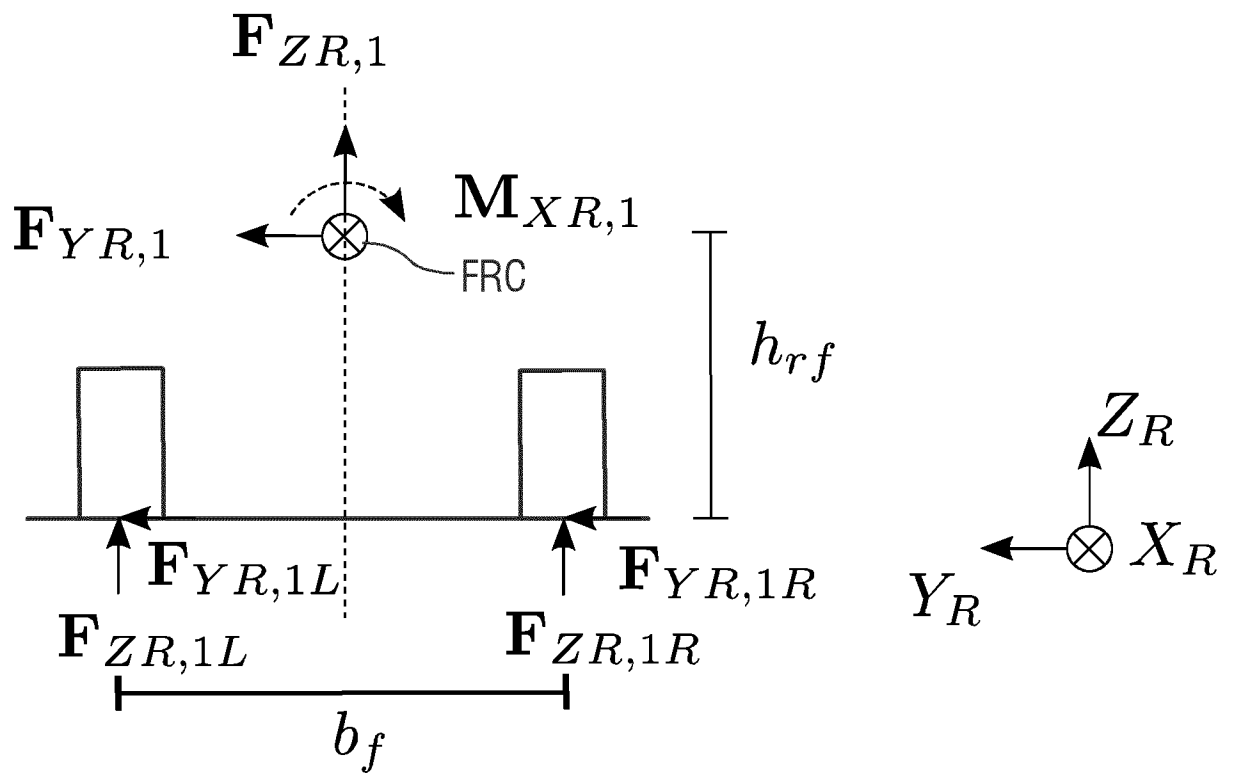


FIG 8

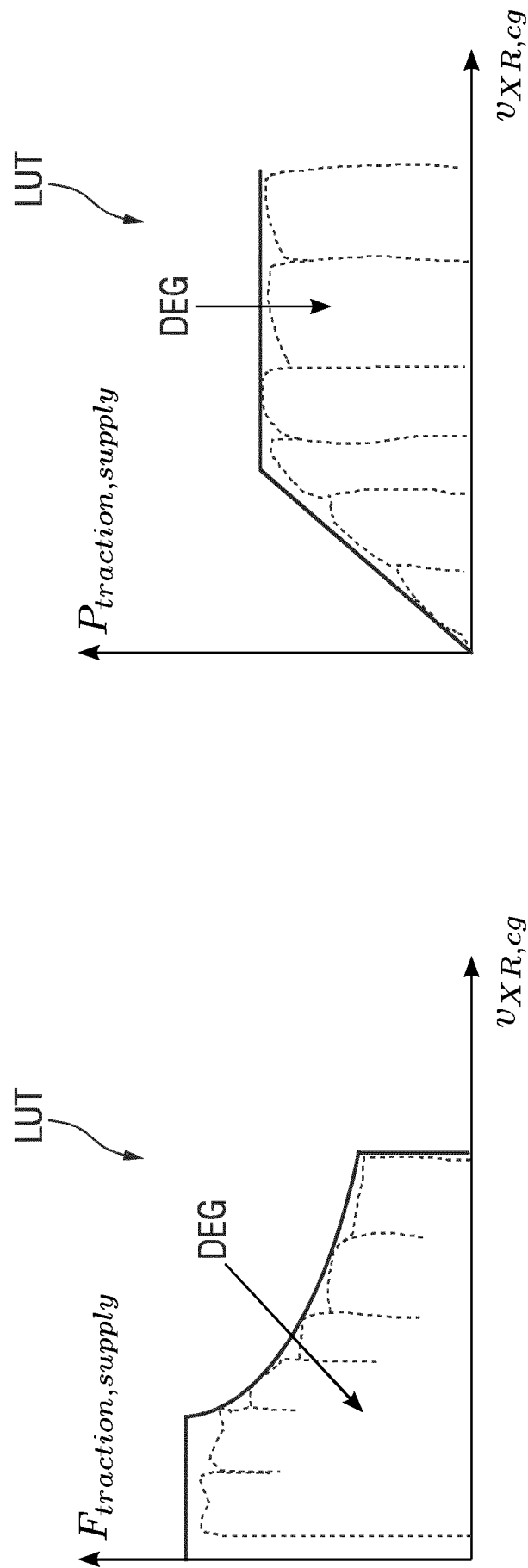


FIG 9

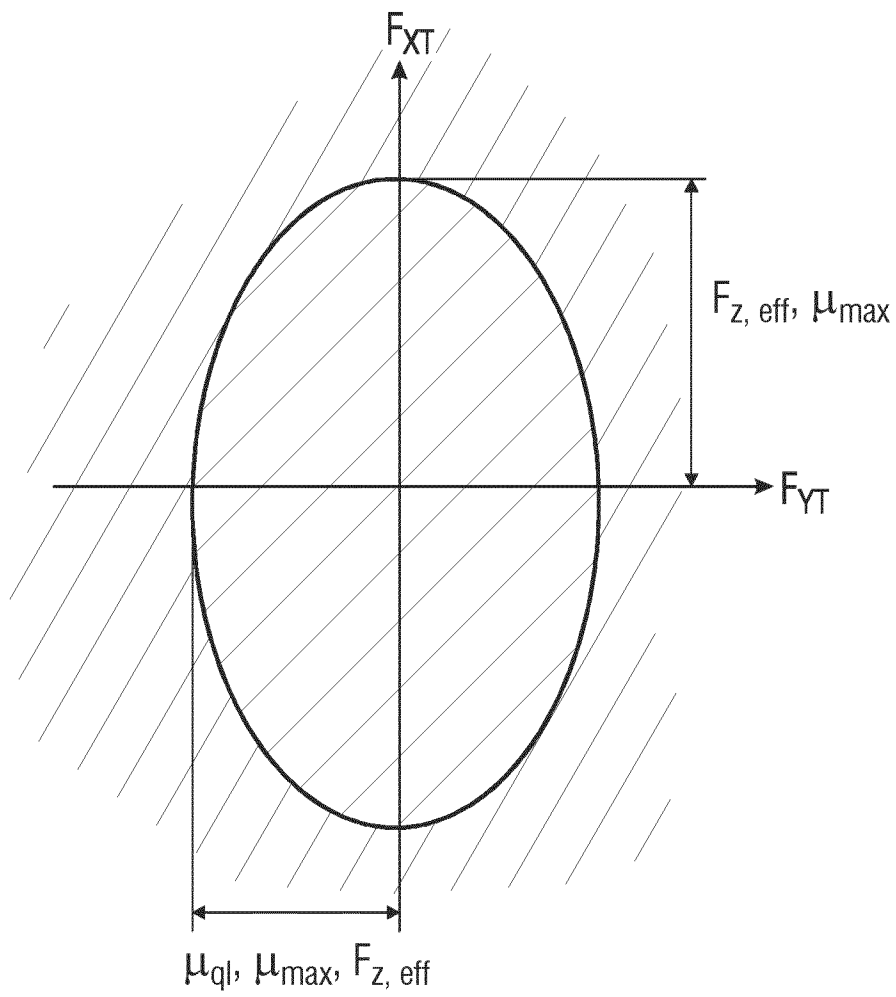


FIG 10

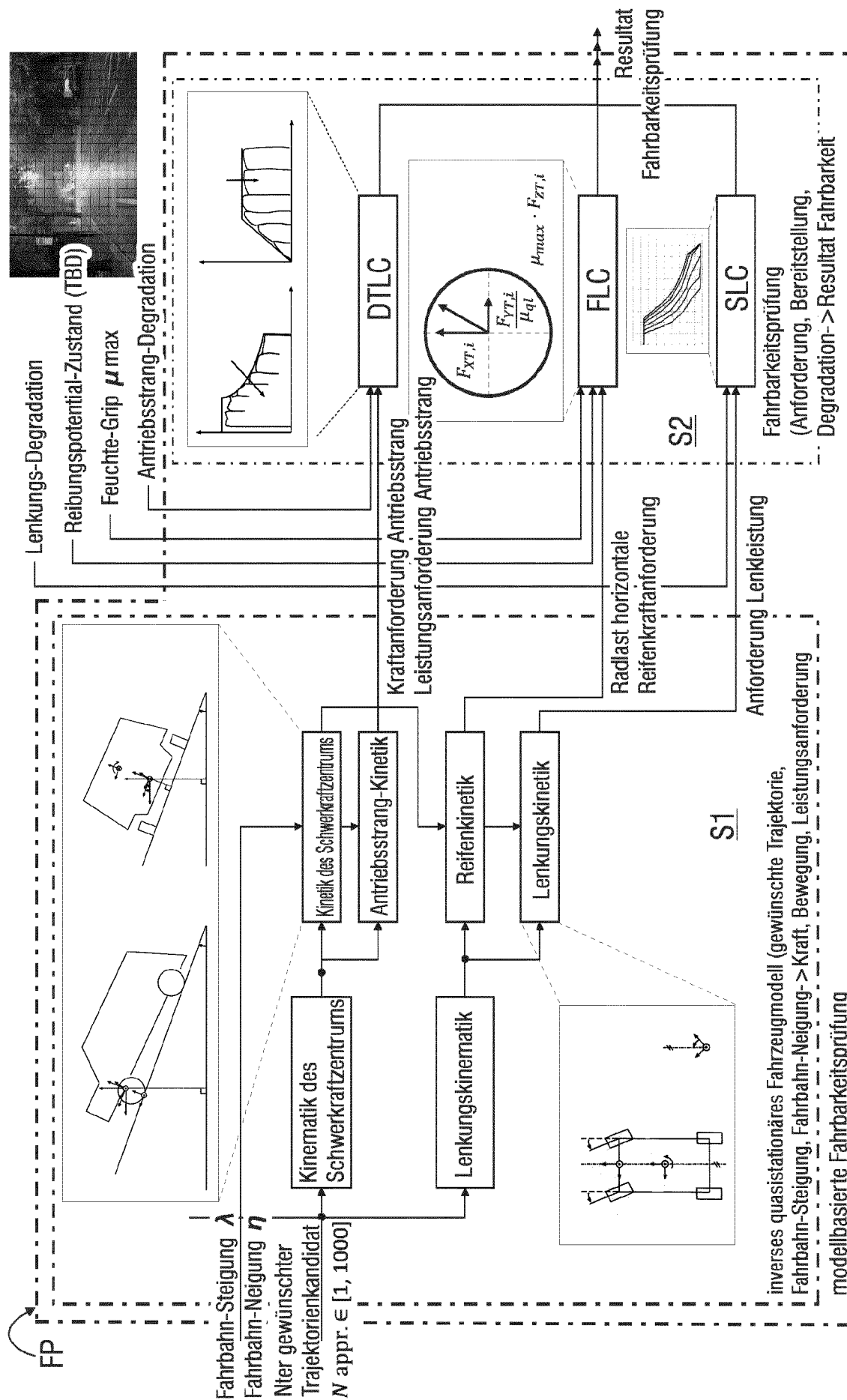


FIG 11

INTERNATIONAL SEARCH REPORT

International application No.

PCT/EP2021/066820

A. CLASSIFICATION OF SUBJECT MATTER**B60W 60/00**(2020.01)i; **B60W 50/00**(2006.01)i

According to International Patent Classification (IPC) or to both national classification and IPC

B. FIELDS SEARCHED

Minimum documentation searched (classification system followed by classification symbols)

B60W

Documentation searched other than minimum documentation to the extent that such documents are included in the fields searched

Electronic data base consulted during the international search (name of data base and, where practicable, search terms used)

EPO-Internal, WPI Data

C. DOCUMENTS CONSIDERED TO BE RELEVANT

Category*	Citation of document, with indication, where appropriate, of the relevant passages	Relevant to claim No.
A	EP 2858060 A2 (AUDI AG [DE]) 08 April 2015 (2015-04-08) paragraphs [0011], [0063] - [0083]	1-10
A	DE 102018203617 A1 (ZAHNRADFABRIK FRIEDRICHSHAFEN [DE]) 12 September 2019 (2019-09-12) paragraphs [0002] - [0005], [0016] - [0051]	1-10
A	EP 2862767 A2 (AUDI AG [DE]) 22 April 2015 (2015-04-22) paragraph [0032]	1-10
A	HOWARD THOMAS M. ET AL. "State space sampling of feasible motions for high-performance mobile robot navigation in complex environments : Howard et al.: Mobile Robot Navigation in Complex Environments" <i>JOURNAL OF FIELD ROBOTICS</i> , US, Vol. 25, No. 6-7, 01 June 2008 (2008-06-01), pages 325-345, Retrieved from the Internet: https://www.ri.cmu.edu/pub_files/pub4/howard_thomas_2008_1/howard_thomas_2008_1.pdf DOI: 10.1002/rob.20244 ISSN: 1556-4959, XP055840062 the whole document	1-10



Further documents are listed in the continuation of Box C.



See patent family annex.

* Special categories of cited documents:

"A" document defining the general state of the art which is not considered to be of particular relevance

"E" earlier application or patent but published on or after the international filing date

"L" document which may throw doubts on priority claim(s) or which is cited to establish the publication date of another citation or other special reason (as specified)

"O" document referring to an oral disclosure, use, exhibition or other means

"P" document published prior to the international filing date but later than the priority date claimed

"T" later document published after the international filing date or priority date and not in conflict with the application but cited to understand the principle or theory underlying the invention

"X" document of particular relevance; the claimed invention cannot be considered novel or cannot be considered to involve an inventive step when the document is taken alone

"Y" document of particular relevance; the claimed invention cannot be considered to involve an inventive step when the document is combined with one or more other such documents, such combination being obvious to a person skilled in the art

"&" document member of the same patent family

Date of the actual completion of the international search

29 September 2021

Date of mailing of the international search report

11 October 2021

Name and mailing address of the ISA/EP

European Patent Office
p.b. 5818, Patentlaan 2, 2280 HV Rijswijk
Netherlands

Telephone No. (+31-70)340-2040

Facsimile No. (+31-70)340-3016

Authorized officer

Stolle, Martin

Telephone No.

INTERNATIONAL SEARCH REPORT
Information on patent family members

International application No.

PCT/EP2021/066820

Patent document cited in search report			Publication date (day/month/year)	Patent family member(s)			Publication date (day/month/year)
EP	2858060	A2	08 April 2015	DE	102013016434	A1	02 April 2015
				EP	2858060	A2	08 April 2015
				ES	2665899	T3	30 April 2018
DE	102018203617	A1	12 September 2019	DE	102018203617	A1	12 September 2019
				WO	2019170346	A1	12 September 2019
EP	2862767	A2	22 April 2015	DE	102013017212	A1	16 April 2015
				EP	2862767	A2	22 April 2015
				ES	2727864	T3	21 October 2019

A. KLASSIFIZIERUNG DES ANMELDUNGSGEGENSTANDES
 INV. B60W60/00 B60W50/00
 ADD.

Nach der Internationalen Patentklassifikation (IPC) oder nach der nationalen Klassifikation und der IPC

B. RECHERCHIERTE GEBIETE

Recherchierter Mindestprüfstoff (Klassifikationssystem und Klassifikationssymbole)
 B60W

Recherchierte, aber nicht zum Mindestprüfstoff gehörende Veröffentlichungen, soweit diese unter die recherchierten Gebiete fallen

Während der internationalen Recherche konsultierte elektronische Datenbank (Name der Datenbank und evtl. verwendete Suchbegriffe)

EPO-Internal, WPI Data

C. ALS WESENTLICH ANGESEHENE UNTERLAGEN

Kategorie*	Bezeichnung der Veröffentlichung, soweit erforderlich unter Angabe der in Betracht kommenden Teile	Betr. Anspruch Nr.
A	EP 2 858 060 A2 (AUDI AG [DE]) 8. April 2015 (2015-04-08) Absätze [0011], [0063] - [0083] -----	1-10
A	DE 10 2018 203617 A1 (ZAHNRADFABRIK FRIEDRICHSHAFEN [DE]) 12. September 2019 (2019-09-12) Absätze [0002] - [0005], [0016] - [0051] -----	1-10
A	EP 2 862 767 A2 (AUDI AG [DE]) 22. April 2015 (2015-04-22) Absatz [0032] -----	1-10
	----- -/-	



Weitere Veröffentlichungen sind der Fortsetzung von Feld C zu entnehmen



Siehe Anhang Patentfamilie

* Besondere Kategorien von angegebenen Veröffentlichungen :

"A" Veröffentlichung, die den allgemeinen Stand der Technik definiert, aber nicht als besonders bedeutsam anzusehen ist

"E" frühere Anmeldung oder Patent, die bzw. das jedoch erst am oder nach dem internationalen Anmeldedatum veröffentlicht worden ist

"L" Veröffentlichung, die geeignet ist, einen Prioritätsanspruch zweifelhaft erscheinen zu lassen, oder durch die das Veröffentlichungsdatum einer anderen im Recherchenbericht genannten Veröffentlichung belegt werden soll oder die aus einem anderen besonderen Grund angegeben ist (wie ausgeführt)

"O" Veröffentlichung, die sich auf eine mündliche Offenbarung, eine Benutzung, eine Ausstellung oder andere Maßnahmen bezieht

"P" Veröffentlichung, die vor dem internationalen Anmeldedatum, aber nach dem beanspruchten Prioritätsdatum veröffentlicht worden ist

"T" Spätere Veröffentlichung, die nach dem internationalen Anmeldedatum oder dem Prioritätsdatum veröffentlicht worden ist und mit der Anmeldung nicht kollidiert, sondern nur zum Verständnis des der Erfindung zugrundeliegenden Prinzips oder der ihr zugrundeliegenden Theorie angegeben ist

"X" Veröffentlichung von besonderer Bedeutung; die beanspruchte Erfindung kann allein aufgrund dieser Veröffentlichung nicht als neu oder auf erfinderischer Tätigkeit beruhend betrachtet werden

"Y" Veröffentlichung von besonderer Bedeutung; die beanspruchte Erfindung kann nicht als auf erfinderischer Tätigkeit beruhend betrachtet werden, wenn die Veröffentlichung mit einer oder mehreren Veröffentlichungen dieser Kategorie in Verbindung gebracht wird und diese Verbindung für einen Fachmann naheliegend ist

"&" Veröffentlichung, die Mitglied derselben Patentfamilie ist

Datum des Abschlusses der internationalen Recherche

29. September 2021

Absendedatum des internationalen Recherchenberichts

11/10/2021

Name und Postanschrift der Internationalen Recherchenbehörde

Europäisches Patentamt, P.B. 5818 Patentlaan 2
 NL - 2280 HV Rijswijk
 Tel. (+31-70) 340-2040,
 Fax: (+31-70) 340-3016

Bevollmächtigter Bediensteter

Stolle, Martin

C. (Fortsetzung) ALS WESENTLICH ANGESEHENE UNTERLAGEN		
Kategorie*	Bezeichnung der Veröffentlichung, soweit erforderlich unter Angabe der in Betracht kommenden Teile	Betr. Anspruch Nr.
A	HOWARD THOMAS M. ET AL: "State space sampling of feasible motions for high-performance mobile robot navigation in complex environments : Howard et al.: Mobile Robot Navigation in Complex Environments", JOURNAL OF FIELD ROBOTICS, [Online] Bd. 25, Nr. 6-7, 1. Juni 2008 (2008-06-01) , Seiten 325-345, XP055840062, US ISSN: 1556-4959, DOI: 10.1002/rob.20244 Gefunden im Internet: URL:https://www.ri.cmu.edu/pub_files/pub4/howard_thomas_2008_1/howard_thomas_2008_1.pdf> das ganze Dokument -----	1-10

INTERNATIONALER RECHERCHENBERICHT

Angaben zu Veröffentlichungen, die zur selben Patentfamilie gehören

Internationales Aktenzeichen

PCT/EP2021/066820

Im Recherchenbericht angeführtes Patentdokument	Datum der Veröffentlichung	Mitglied(er) der Patentfamilie	Datum der Veröffentlichung	
EP 2858060	A2	08-04-2015	DE 102013016434 A1	02-04-2015
			EP 2858060 A2	08-04-2015
			ES 2665899 T3	30-04-2018

DE 102018203617	A1	12-09-2019	DE 102018203617 A1	12-09-2019
			WO 2019170346 A1	12-09-2019

EP 2862767	A2	22-04-2015	DE 102013017212 A1	16-04-2015
			EP 2862767 A2	22-04-2015
			ES 2727864 T3	21-10-2019
