

[19] 中华人民共和国国家知识产权局

[51] Int. Cl.

F16H 55/08 (2006.01)

F16H 55/17 (2006.01)

F16H 55/26 (2006.01)



[12] 发明专利申请公布说明书

[21] 申请号 200710127669.7

[43] 公开日 2008 年 12 月 24 日

[11] 公开号 CN 101328967A

[22] 申请日 2007.6.22

[21] 申请号 200710127669.7

[71] 申请人 李远庆

地址 518052 广东省深圳市南山区学府路荔
苑小区 19 栋 C701 室

[72] 发明人 李远庆

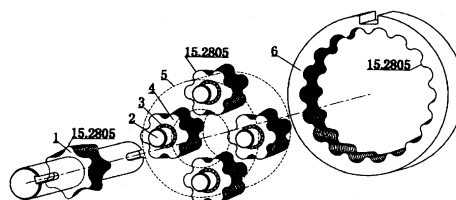
权利要求书 1 页 说明书 6 页 附图 6 页

[54] 发明名称

纯滚动啮合的摆线齿轮传动

[57] 摘要

共轭啮合纯滚动的摆线齿轮，包括内摆线齿轮、外摆线齿轮和平摆线齿条；每个摆线齿轮的所有齿廓是一条封闭曲线，每个摆线齿条的所有齿廓是一条连续曲线；由内摆线齿轮与外摆线齿轮组成外啮合副，由内摆线齿轮与内摆线内齿轮、外摆线齿轮与外摆线内齿轮组成二种内啮合副，内摆线齿轮与平摆线齿条、外摆线齿轮与平摆线齿条组成二种齿轮齿条啮合副。由于摆线齿轮啮合是纯滚动，传动中无磨擦，齿面只有接触应力，因此，摆线齿轮运转平稳，噪声小，发热少，效率高，寿命长，传递功率大，适合持续高速运行；当小齿轮驱动时，最少齿数为 2 齿，无根切，所以承载能力大，是渐开线齿轮的 2.5 倍以上；体积小，与同功率的渐开线传动比较，体积减少 50% 以上，节省原材料，降低能源消耗。



1、一种纯滚动啮合的摆线齿轮，是内摆线齿轮、外摆线齿轮和平摆线齿条；其特征为一个摆线齿轮的所有齿廓是一条封闭曲线，一个摆线齿条的所有齿廓是一条连续曲线，方程为：

$$\text{内摆线齿轮的齿廓曲线由} \begin{cases} X = (R-r)\cos\theta + r\lambda\cos(u\theta-\theta) + C \frac{\cos\theta - \lambda\cos(u\theta-\theta)}{\sqrt{1+\lambda^2-2\lambda\cos u\theta}} \\ Y = (R-r)\sin\theta - r\lambda\sin(u\theta-\theta) + C \frac{\sin\theta + \lambda\sin(u\theta-\theta)}{\sqrt{1+\lambda^2-2\lambda\cos u\theta}} \end{cases} \text{描述；}$$

$$\text{外摆线齿轮的齿廓曲线由} \begin{cases} X = (R+r)\cos\theta - r\lambda\cos(u\theta+\theta) - C \frac{\cos\theta - \lambda\cos(u\theta+\theta)}{\sqrt{1+\lambda^2-2\lambda\cos u\theta}} \\ Y = (R+r)\sin\theta - r\lambda\sin(u\theta+\theta) - C \frac{\sin\theta - \lambda\sin(u\theta+\theta)}{\sqrt{1+\lambda^2-2\lambda\cos u\theta}} \end{cases} \text{描述；}$$

$$\text{平摆线齿条的齿廓曲线由} \begin{cases} X = r\theta - r\lambda\sin\theta + C \frac{\lambda\sin\theta}{\sqrt{1+\lambda^2-2\lambda\cos\theta}} \\ Y = r - r\lambda\cos\theta + C \frac{\lambda\cos\theta - 1}{\sqrt{1+\lambda^2-2\lambda\cos\theta}} \end{cases} \text{描述；}$$

三个方程中： R —基圆； r —发生圆； λ —幅长系数， $0.75 \leq \lambda < 1$ ； u —摆线齿轮齿数，同时 $u = R/r$ ； θ —摆线发生圆中心相对于基圆中心的转角，也是摆线发生圆沿直线滚动的转角；发生圆 r 与幅长系数 λ 的乘积是摆线齿轮的模数 m ， $m = r\lambda$ 。

2、根据权利要求1所述的纯滚动啮合的摆线齿轮，其特征为模数相同的内摆线齿轮与外摆线齿轮的齿廓共轭外啮合。

3、根据权利要求1所述的纯滚动啮合的摆线齿轮，其特征为模数相同的内摆线齿轮与内摆线内齿轮的齿廓共轭内啮合。

4、根据权利要求1所述的纯滚动啮合的摆线齿轮，其特征为模数相同的外摆线齿轮与外摆线内齿轮的齿廓共轭内啮合。

5、根据权利要求1所述的纯滚动啮合的摆线齿轮，其特征为模数相同的内摆线齿轮与平摆线齿条的齿廓共轭啮合。

6、根据权利要求1所述的纯滚动啮合的摆线齿轮，其特征为模数相同的外摆线齿轮与平摆线齿条的齿廓共轭啮合。

7、根据权利要求1所述的纯滚动啮合的摆线齿轮，其特征为模数相同的内摆线齿轮、外摆线齿轮和外摆线内齿轮组合成摆线齿轮行星变速器。

8、根据权利要求1所述的纯滚动啮合的摆线齿轮，其特征为模数相同的外摆线齿轮、内摆线齿轮和内摆线内齿轮组合成摆线齿轮行星变速器。

纯滚动啮合的摆线齿轮传动

本发明涉及一种纯滚动啮合的摆线齿轮，其特征为摆线齿轮的齿廓由一条封闭曲线组成，摆线齿条的齿廓由一条连续的曲线组成，并且齿廓在相互啮合的过程中，没有滑动摩擦。

在直接啮合的齿轮传动中，有渐开线齿轮、圆弧齿轮和摆线针轮等等，它们在机械传动中都承担着变速的作用。使用最普遍的是渐开线齿轮，其加工容易，便于提高精度，最少齿数一般是 17 齿。圆弧齿轮是以凹圆弧与凸圆弧做齿廓的斜齿圆柱齿轮，比渐开线斜齿轮的承载能力高 1.5~2 倍，磨损小，一对啮合的圆弧齿轮需要两把滚刀加工，噪声和振动比渐开线齿轮大，最少齿数是 11 齿。摆线针轮传动，是短幅外摆线的等距曲线齿廓与销齿啮合传动。在上述齿轮中，其啮合过程在齿廓间是相互存在滑动摩擦的。

本发明的目的是，提供一种纯滚动啮合的摆线齿轮传动，摆线齿轮脱离了渐开线等齿轮的齿廓成型规律，摆线齿轮没有顶圆和根圆，不论齿数多少，齿轮的所有齿廓由一条封闭曲线组成；摆线齿条由一条连续曲线组成；在相互啮合的一对齿轮中，其单齿的齿廓的曲线长度相等，达到纯滚动地啮合传动。当小齿轮作驱动时，最少齿数为 2 齿，并且摆线齿轮不存在根切。摆线齿轮可以外啮合、内啮合以及摆线齿轮与齿条啮合。

本发明的目的通过如下技术方案实现：由于找到了摆线的法线运动规律，发现了内外摆线的共轭效应，推导出摆线的法线运动方程、等距曲线方程，顺应自然规律，发明纯滚动共轭啮合的摆线齿轮；摆线齿轮的齿廓形状，以三种摆线的等距曲线参方程描述：

$$\begin{aligned}
 &\text{内摆线齿轮的齿廓曲线由} \begin{cases} X = (R-r)\cos\theta + r\lambda\cos(u\theta-\theta) + C \frac{\cos\theta - \lambda\cos(u\theta-\theta)}{\sqrt{1+\lambda^2-2\lambda\cos u\theta}} \\ Y = (R-r)\sin\theta - r\lambda\sin(u\theta-\theta) + C \frac{\sin\theta + \lambda\sin(u\theta-\theta)}{\sqrt{1+\lambda^2-2\lambda\cos u\theta}} \end{cases} \text{描述;} \\
 &\text{外摆线齿轮的齿廓曲线由} \begin{cases} X = (R+r)\cos\theta - r\lambda\cos(u\theta+\theta) - C \frac{\cos\theta - \lambda\cos(u\theta+\theta)}{\sqrt{1+\lambda^2-2\lambda\cos u\theta}} \\ Y = (R+r)\sin\theta - r\lambda\sin(u\theta+\theta) - C \frac{\sin\theta - \lambda\sin(u\theta+\theta)}{\sqrt{1+\lambda^2-2\lambda\cos u\theta}} \end{cases} \text{描述;} \\
 &\text{平摆线齿条的齿廓曲线由} \begin{cases} X = r\theta - r\lambda\sin\theta + C \frac{\lambda\sin\theta}{\sqrt{1+\lambda^2-2\lambda\cos\theta}} \\ Y = r - r\lambda\cos\theta + C \frac{\lambda\cos\theta - 1}{\sqrt{1+\lambda^2-2\lambda\cos\theta}} \end{cases} \text{描述;}
 \end{aligned}$$

上面三个方程中： R —基圆； r —发生圆； λ —幅长系数， $0.75 < \lambda < 1$ ； u —摆线齿轮齿数，同时 $u = R/r$ ； θ —摆线发生圆中心相对于基圆中心的转角；发生圆 r 与幅长系数 λ 的乘积是摆线齿轮的模数 m ， $m = r\lambda$ 。

在模数相同的情况，摆线齿轮可以组合五种啮合副：

1、外啮合的摆线齿轮副，由内摆线齿轮与外摆线齿轮共轭啮合组成，齿廓形状按内摆线和外摆线的两个等距曲线方程描述；

2 内摆线齿轮的内啮合副，由内摆线的内齿轮与内摆线齿轮共轭啮合组成，齿廓形状按内摆线的等距曲线方程描述；

3、外摆线齿轮的内啮合副，由外摆线的内齿轮与外摆线齿轮共轭啮合组成，齿廓形状按外摆线的等距曲线方程描述；

4、内摆线齿轮与平摆线齿条啮合副，由内摆线齿轮与平摆线齿条共轭啮合组成，齿廓形状按内摆线和平摆线两个等距曲线方程描述；

5、外摆线齿轮与平摆线齿条啮合副，由外摆线齿轮与平摆线齿条共轭啮合组成，齿廓形状按外摆线和平摆线两个等距曲线方程描述。

通过以上五种组合方式，由封闭曲线形成的摆线齿轮、连续曲线形成的摆线齿条达到齿廓纯滚动的共轭啮合。

本发明的有益效果是：由于摆线齿轮啮合是纯滚动的，啮合传动中无磨擦，齿面只有接触应力，因此，摆线齿轮运转平稳，噪声小，发热少，效率高，寿命长，传递功率大，适合持续高速运行；当小齿轮作驱动时，最少齿数为 2 齿，没有根切，所以承载能力大，是渐开线齿轮的 2.5 倍以上；还可缩小传动结构，与相同功率传动的渐开线比较，体积减少 50%以上，可节省大量原材料，降低能源消耗。

下面参照附图和具体实施例对本发明详细说明。

图 1 为本发明纯滚动啮合的摆线齿轮传动共轭外啮合原理示意图。

图 2 为本发明的外啮合纯滚动分析示意图。

图 3 为本发明的外啮合实施示意图。

图 4 为本发明纯滚动啮合的摆线齿轮传动共轭内啮合原理示意图。

图 5 为本发明内啮合纯滚动分析示意图。

图 6 为本发明的内啮合实施示意图。

图 7 为本发明纯滚动啮合的摆线齿轮传动齿轮与齿条共轭啮合原理示意图。

图 8 为本发明的齿轮与齿条啮合纯滚动分析示意图。

图 9 为本发明的摆线齿轮与齿条啮合实施示意图。

图 10 为本发明纯滚动啮合的摆线齿轮与渐开线齿轮行星变速器对比示意图。

图 11 为本发明的纯滚动啮合的摆线齿轮传动的检测示意图。

图 12 为本发明纯滚动啮合的摆线齿轮行星变速器示意图。

图 13 所示为本发明纯滚动啮合的摆线齿轮行星变速器效果示意图。

如图 1 所示，活动的内摆线基圆 R_2 与发生圆 r 沿固定的外摆线基圆 R_1 纯滚动，同时 r 又沿活动基圆 R_2 纯滚动，并且 R_2 又沿 R_1 纯滚动，三圆的关系是：

$$R_2 = R_1 - nr \quad (1-1), \quad R_1 / r = u \quad (1-2), \quad R_2 / r = k \quad (1-3)$$

n 是一对相啮合齿轮的齿数差， $n = u - k$ ；半径比 u 和 k 必须是整数，也是两个齿轮的齿数。在开始位置，三圆 R_1 、 R_2 、 r 都在 X 轴上的 A 点相切；当 r 沿 R_1 以 ω_r 从点 A 纯滚动 θ 角至切点 B ，与 R_1 相切的 R_2 以 ω_2 同步地沿 R_1 纯滚动 α 角至切点 B ，此时，内摆线基圆 R_2 与外摆线

基圆 R_1 的切点由 A 移动至 D ；对于外摆线基圆 R_1 ， r 圆上的定点由 A 旋转 $u\theta$ 角至 B' ；同时，对于内摆线基圆 R_2 ， r 圆上的定点由 D 旋转 $k\alpha$ 角至 B' ；显然：弧长 $L = AB = DB = BB'$ ；

r 沿 R_1 纯滚动，由切点 A 至 B ，旋转 θ 角，由弧长公式： $\theta = L/R_1$ (1-4)

r 沿 R_2 纯滚动，由切点 D 至 B ，旋转 α 角，由弧长公式： $\alpha = L/R_2$ (1-5)

将 (1-1)、(1-2) 两式代入 (1-5) 式： $\alpha = \frac{L}{R_1 - nr} = \frac{L}{R_1} \cdot \frac{u}{u - n}$ (1-6)

将 (1-4) 式代入 (1-6) 式： $\alpha = \theta \frac{u}{u - n}$ (1-7)

r 沿 R_1 纯滚动 θ 角， r 圆上的定点 P 旋转了 $u\theta$ ；

r 沿 R_2 纯滚动 α 角， r 圆上的定点 P 旋转了 $k\alpha$ ；

这样 (1-7) 式可写成： $k\alpha = k\theta \frac{u}{u - n}$ (1-8)

将 (1-1)、(1-3) 两式代入 (1-8) 式： $k\alpha = \frac{R_1 - nr}{r} \cdot \frac{u}{u - n} \theta = u\theta$ (1-9)

(1-9) 式说明：内摆线基圆 R_2 沿外摆线基圆 R_1 纯滚动的同时，摆线发生圆 r 既沿 R_2 纯滚动，又沿 R_1 纯滚动，发生圆 r 上的轨迹动点 p 处处重合；公切点 B 是 R_1 、 R_2 和 r 的共同瞬时中心，发生圆 r 上的固定点 p 与 R_1 、 R_2 、 r 三圆的公切点 B 的连线 pB 是轨迹点 p 的法线；使得两种摆线轨迹在动点 p 处共轭；从而， r 相对于 R_1 的法线与 r 相对于 R_2 的法线处处重合；因此内摆线与外摆线以及它们的等距曲线，依次在重合着运动的法线 p 点和 q 点共轭，由此证明，内摆线齿轮与外摆线齿轮是共轭啮合。而图 1 中的基圆 R_2 沿基圆 R_1 纯滚动，正好就是内摆线齿轮沿外摆线齿轮啮合滚动。

如图 2 所示，是图 1 中的发生圆 r 沿 R_1 纯滚动一周经由点 G_1, p, T_1 产生的短幅外摆线的一支；发生圆 r 沿 R_2 纯滚动一周经由点 g_1, p, t_1 所产生的短幅内摆线的一支；在这对曲线左边的则是 G_2, q, T_2 ， G_3, q_1, T_3 二条短幅外摆线的等距曲线，以及 g_2, q, t_2 和 g_3, q_1, t_3 二条短幅内摆线的等距曲线。两条短幅摆线是在 p 点共轭，其余二对轮齿曲线依次在法线上的 q 点和 q_1 点共轭，将短幅摆线 G_1, p, T_1 (41.5698mm) 和 g_1, p, t_1 (29.9314mm) 进行比较，显然 $G_1, p, T_1 > g_1, p, t_1$ 的长度；再将 G_3, q_1, T_3 (33.8899mm) 和 g_3, q_1, t_3 (43.7542mm) 进行比较，却是 $G_3, q_1, T_3 < g_3, q_1, t_3$ 的长度；这两对曲线在啮合过程肯定是有滑动的，不能作为齿轮的齿廓。但是这两对曲线之间的 G_2, q, T_2 和 g_2, q, t_2 ，它们的长度都是 37.413mm，这对曲线长度相等；这就表明，在 $G_1, p, T_1 > g_1, p, t_1$ 和 $G_3, q_1, T_3 < g_3, q_1, t_3$ 之间肯定有一对曲线等长的共轭齿廓；因此，摆线齿轮外啮合是纯滚动的。

如图 3 所示，是三对外啮合纯滚动的螺旋（斜齿）摆线齿轮副，图 3 (a)、(b) 是上面齿轮为外摆线的等距曲线，下面为内摆线等距曲线；图 3 (c) 左边为外摆线等距曲线，右边为内摆线等距曲线，是螺杆压缩机的主要部件螺旋轴。根据摆线齿轮啮合原理，摆线齿轮啮合旋转的过程中，一对齿廓的共轭法线是变动的，其变动量在两个齿轮的中心连线的垂直范围

内。同时一对齿廓理论上运动着法线上是点接触，端面重合度趋近于零；因此齿轮必须做成螺旋（斜）齿，达到连续运转，保证工作的平稳性；对于摆线齿轮内啮合，摆线齿轮与摆线齿条的啮合，同样须做成螺旋（斜）齿。

如图 4 所示，外摆线的发生圆 r 沿固定基圆 R_1 纯滚动，同时 r 又沿活动基圆 R_2 纯滚动， R_2 同时又沿 R_1 纯滚动，三圆的关系是：

$$R_1 = R_2 - nr \quad (4-1), \quad R_1/r = u \quad (4-2), \quad R_2/r = k \quad (4-3)$$

式中 n 是一对相啮合齿轮的齿数差， $n = u - k$ ；半径比 u 和 k 必须是整数，也是两个齿轮的齿数。在开始位置，三圆 R_1 、 R_2 、 r 都在 X 轴上的 A 点相切；当 r 沿 R_1 从点 A 纯滚动 θ 角至切点 B 时， R_2 以 ω_2 也沿 R_1 纯滚动 α 角至切点 B ，此时，活动基圆 R_2 与固定基圆 R_1 的切点由 A 移动至 D ；相对固定基圆 R_1 ，发生圆 r 的切点 A 旋转 $u\theta$ 角至 B' ；相对活动基圆 R_2 ， r 圆上的切点已经由 D 旋转 $k\alpha$ 角至 B' ；显然：弧长 $L = AB = DB = BB'$ ；

$$r \text{ 沿 } R_1 \text{ 纯滚动，由切点 } A \text{ 至 } B，\text{ 旋转 } \theta \text{ 角，由弧长公式：} \theta = L/R_1 \quad (4-4)$$

$$r \text{ 沿 } R_2 \text{ 纯滚动，由切点 } D \text{ 至 } B，\text{ 旋转 } \alpha \text{ 角，由弧长公式：} \alpha = L/R_2 \quad (4-5)$$

$$\text{将 (4-1)、(4-2) 两式代入 (4-5) 式：} \alpha = \frac{L}{R_1 + r} = \frac{L}{R_1} \cdot \frac{u}{u + n} \quad (4-6)$$

$$\text{将 (4-4) 式代入 (4-6) 式：} \alpha = \theta \frac{u}{u + n} \quad (4-7)$$

r 沿 R_1 纯滚动 θ 角， r 圆上的定点 p 旋转了 $u\theta$ ；

r 沿 R_2 纯滚动 α 角， r 圆上的定点 p 旋转了 $k\alpha$ ；

$$\text{这样 (4-7) 式可写成：} k\alpha = k\theta \frac{u}{u + n} \quad (4-8)$$

$$\text{将 (4-1)、(4-2)、(4-3) 三式代入 (4-8) 式：} k\alpha = \frac{R_1 + nr}{r} \cdot \frac{u}{u + n} \theta = u\theta \quad (4-9)$$

(4-9) 式说明，活动基圆 R_2 沿固定基圆 R_1 纯滚动的同时，摆线发生圆 r 既沿 R_2 纯滚动，又沿 R_1 纯滚动，发生圆 r 上的轨迹动点 p 处处重合；公切点 B 是 R_1 、 R_2 和 r 的共同瞬时中心，发生圆 r 上的固定点 p 与三圆 R_1 、 R_2 、 r 的公切点 B 的连线 pB 是轨迹点 p 的法线；使得两条摆线轨迹在动点 p 处共轭；从而， r 相对于 R_1 的法线与 r 相对于 R_2 的法线处处重合；因此一对外摆线和它们的等距曲线，依次在重合运动着的法线 p 点和 q 点共轭，由此说明，外齿摆线齿轮与外摆线轮内齿轮是共轭啮合。基圆 R_2 的沿基圆 R_1 纯滚动，正好就是外摆线齿轮沿外摆线内齿摆线轮啮合滚动。

如图 5 所示，是图 4 中的发生圆 r 沿基圆 R_1 纯滚动一周经由点 g_1, p, t_1 和 r 沿 R_2 纯滚动一周经由 G_1, p, T_1 产生的短幅外摆线各一支；在这对曲线左边的是 G_2, q, T_2 ， g_2, q_1, t_2 和 G_3, q_1, T_3 ， g_3, q_1, t_3 二对短幅外摆线的等距曲线。图 5 中的两条短幅外摆线是在 p 点共轭，其余二对齿廓曲线依次在法线 pB 上的 q 点和 q_1 点共轭；将摆线 G_1, p, T_1 (47.2592mm) 和 g_1, p, t_1 (49.8862mm) 进行比较，显然 $g_1, p, t_1 > G_1, p, T_1$ 的长度；再将 G_3, q_1, T_3 (35.2193mm) 和 g_3, q_1, t_3

(32.2923mm) 进行比较, $g_3, q_1, t_3 < G_3, q_1, T_3$ 的长度; 这两对曲线在啮合过程肯定是有相对滑动, 不能作为齿轮的齿廓。但是这两对曲线之间的 G_2, q, T_2 和 g_2, q, t_2 , 它们的长度都是 37.4139mm, 这对曲线完全等长, 是理想的齿廓曲线; 这就表明, 在 $g_1, p, t_1 > G_1, p, T_1$ 和 $g_3, q_1, t_3 < G_3, q_1, T_3$ 之间肯定有一对曲线等长的共轭齿廓, 因此, 摆线齿轮内啮合是纯滚动的。

如图 6 所示, 是二对内啮合纯滚动的螺旋(斜齿)外摆线齿轮副; 图 6 (a) 是当小齿轮驱动时, 最少齿数为 2 齿, 内齿轮是 9 齿; 图 6 (b) 的小齿轮是 5 齿; 当 (4-1) 式中的 $n=1$ 时就可制造一齿差内啮合的纯滚动螺旋(斜齿)摆线齿轮副。

如图 7 所示, 摆线的发生圆 r 和基圆 R 同时以同等线速度 ω_r, ω_R 和方向沿直线 X 纯滚动, 圆 r 和 R 的关系是: $R/r = u$; u 必须是整数, 也是摆线齿轮的齿数。在开始位置, r, R 都在直线 X 轴上的 A 点相切; 当 R 沿直线 X 从公切点 A 纯滚动 θ 角至切点 B 时, r 同时沿直线 X 从点 A 纯滚动 $u\theta$ 角至切点 B , 此时, 圆 R 的初始切点由 A 移动至 D , 圆 r 的初始切点由 A 移动至 B' ; 显然: 直线段 AB 与弧长 DB 和 BB' 的长度相等, 即: $L = AB = DB = BB'$ 。 R 由切点 A 沿直线 X 纯滚动 θ 角至 B , 按弧长公式: $\theta = L/R$; r 由切点 A 沿直线 X 纯滚动 $u\theta$ 角至 B , 按弧长公式: $\theta = L/ur$; 直线 AB 的长度为: $L = AB = R\theta = ur\theta$ 。相对于基圆 R , 发生圆 r 上的固定点 p 的轨迹是内摆线 N_1 ; 相对于直线 X , 发生圆 r 上的 p 点轨迹是平摆线 P_1 ; 公切点 B 是 R 和 r 在直线 X 上的瞬时中心, 发生圆 r 上的固定点 p 与 B 的连线是 p 点的法线, 显然, 法线 pB 对于圆 r 上的固定点 p 既是内摆线的法线, 又是平摆线的法线, 二者处处重合。法线上 q 点的轨迹必然就是 P_1 的等距曲线 P_2 , 也是 N_1 的等距曲线 N_2 。两条摆线轨迹 N_1 和 P_1 的在动点 p 处共轭; 同时, 它们的等距曲线 N_2 和 P_2 在法线上的 q 点共轭, 由此说明, 内摆线齿轮与摆线齿条是共轭啮合。而图 7 中的 R 沿直线 X 纯滚动, 正好就是内摆线齿轮 N_2 沿平摆线齿条 P_2 啮合滚动。

如图 8 所示, 是图 7 中由发生圆 r 沿摆线基圆 R 纯滚动一周经由点 G_1, p, T_1 产生的短幅外摆线的一支; 发生圆 r 沿直线 X 纯滚动一周经由 g_1, p, t_1 点产生的短幅平摆线的一支, 它们是共轭啮合的一对曲线; 在这对曲线下边的 G_2, q, T_2 和 G_3, q_1, T_3 是二条短幅内摆线的等距曲线, g_2, q, t_2 和 g_3, q_1, t_3 是二条短幅平摆线的等距曲线。两条短幅摆线是在 p 点重合, 其余二对轮齿曲线依次在法线上的 q 点和 q_1 共轭。将 G_1, p, T_1 (30.8284mm) 和 g_1, p, t_1 (38.5351mm) 进行比较, 显然 $g_1, p, t_1 > G_1, p, T_1$ 的长度; 再将 G_3, q_1, T_3 (42.8509mm) 和 g_3, q_1, t_3 (38.6359mm) 进行比较, 却是 $g_3, q_1, t_3 < G_3, q_1, T_3$ 的长度; 这两对曲线在啮合过程肯定是有滑动的, 不能作为齿轮的齿廓曲线。但是这两对曲线之间的 G_2, q, T_2 和 g_2, q, t_2 都是 38.5353mm, 完全等长, 是理想的齿廓曲线; 这就是说, 在 $G_1, p, T_1 > g_1, p, t_1$ 和 $G_3, q_1, T_3 < g_3, q_1, t_3$ 这两对曲线之间肯定有一对曲线等长的共轭齿廓, 因此, 摆线齿轮、齿条啮合是纯滚动的。

如图 9 所示, 图中 (a) 是螺旋外摆线齿轮与斜齿平摆线齿条纯滚动啮合; 图中 (b) 是螺旋内摆线齿轮与斜齿平摆线齿条纯滚动啮合。

如图 10 所示, 是两种行星变速器按是计算尺寸在电脑上绘制, 精度为保留小数点后 8 位;

它们的输入、输出效果完全相同；渐开线齿轮模数=2，齿圈为56齿，分度圆直径 $\phi 112\text{mm}$ ，渐开线 gt 段长度是4.3217mm；行星轮为14齿（有根切），分度圆直径 $\phi 28\text{mm}$ ，由 cd 段渐开线3.1542mm和根切的 de 段0.9193mm组成， de 段是不参与啮合的；太阳轮为28齿，分度圆直径 $\phi 56\text{mm}$ ，渐开线 ab 段长度3.9491mm；齿圈与行星轮齿廓渐开线长度差是1.1675mm，在啮合中的相对滑动量是1.1675mm；行星轮与太阳轮的齿廓渐开线长度差是0.7949mm，啮合滑动量是0.7949mm。摆线齿轮模数=1.98，齿圈为16齿，基圆直径 $\phi 70.4\text{mm}$ ，行星轮为4齿，基圆直径 $\phi 17.6\text{mm}$ ，太阳轮为8齿，基圆直径 $\phi 35.2\text{mm}$ ，它们的单齿齿廓曲线长度都是16.8084mm，长度差为零，在实际中会存在制造误差，将误差长度差控制在0.03mm以下是可以做到的。渐开线齿圈与行星轮的齿廓相对滑动量除以摆线齿轮滑动量： $1.1675/0.03=38.9$ ；这样，渐开线的啮合滑动量是摆线齿轮的38.9倍，摆线齿轮的啮合滑动量远远小于渐开线。两种变速器的齿圈与太阳轮的齿数比都是2:1，摆线齿圈基圆直径是渐开线的62.8%，在直径的面积上是渐开线的39.5%，在体积上显然是渐开线的50%以下，可节省大量的材料消耗。比较两种齿轮的齿廓形状，渐开线的瘦长，小于17齿就有根切；摆线的肥短，无根切；摆线齿轮的承载能力自然就比渐开线齿轮要大很多。摆线齿轮啮合是纯滚动的，齿面只有接触应力，是无磨损地啮合传动，使用寿命长，噪声小，发热少，承载能力大，运转平稳，效率高，适合持续高速传动。

如图11所示，对于摆线齿轮的检测，是在法面进行公法线 L 、弦齿高 h 和弦齿厚 s 测量。

如图12所示的纯滚动摆线齿轮行星变速器，是内摆线齿轮的太阳轮（1）齿数6，四个外摆线齿轮的行星轮（4）齿数6，外摆线内齿轮的齿圈（6）齿数18，通过行星轮轴（2）、轴承（3）、行星架（5）组成；由于齿轮（1）、（4）、（6）的单齿齿廓曲线长度都是15.2805mm，达到理论上的纯滚动。摆线齿轮行星变速器可组合出6种不同的输出形式，应用于不同的场合。在一台摆线齿轮行星变速器可切换出7种输出速度，成为机械变速箱，用于汽车的自动变速，可提高汽车的效率5%以上，缩小变速箱体积，延长使用寿命。

如图13所示为纯滚动摆线齿轮行星变速器的变速效果表。

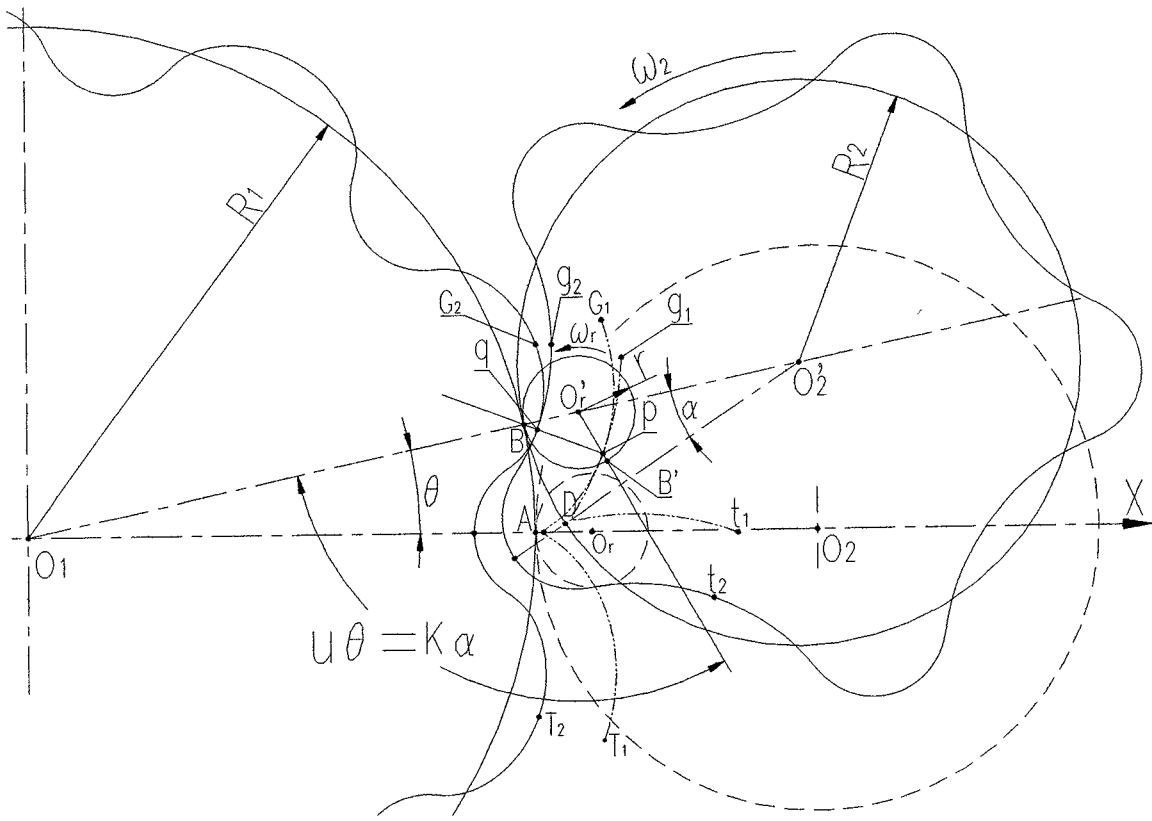


图 1

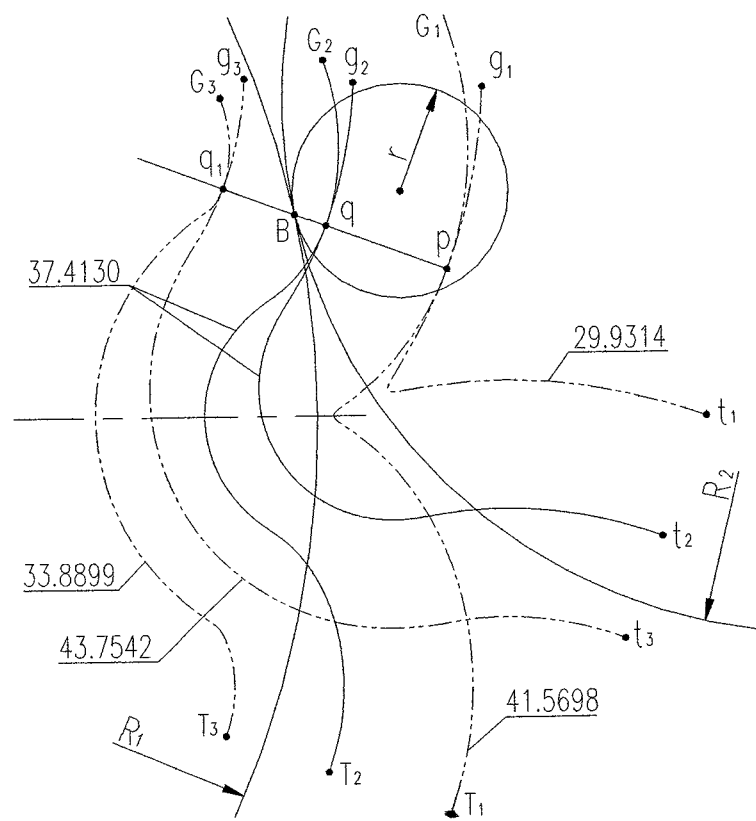


图 2

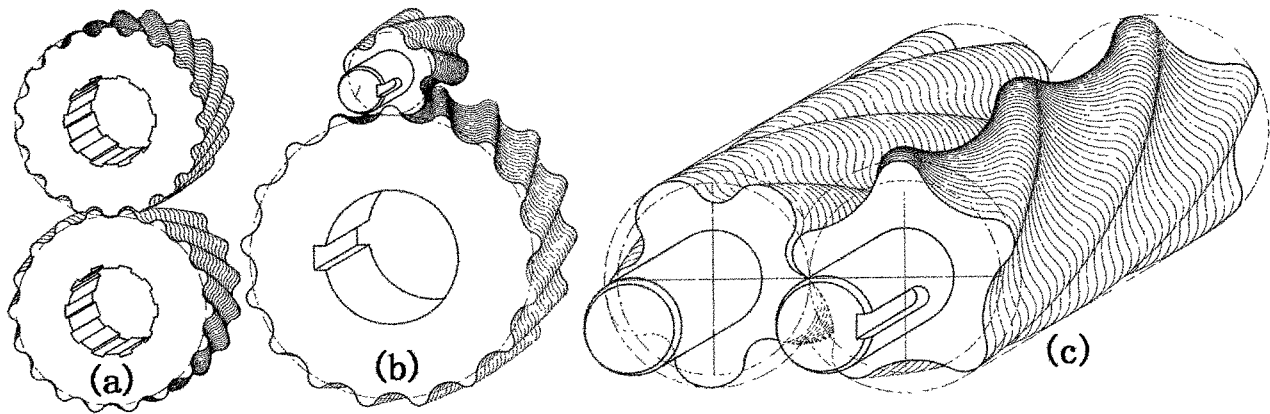


图 3

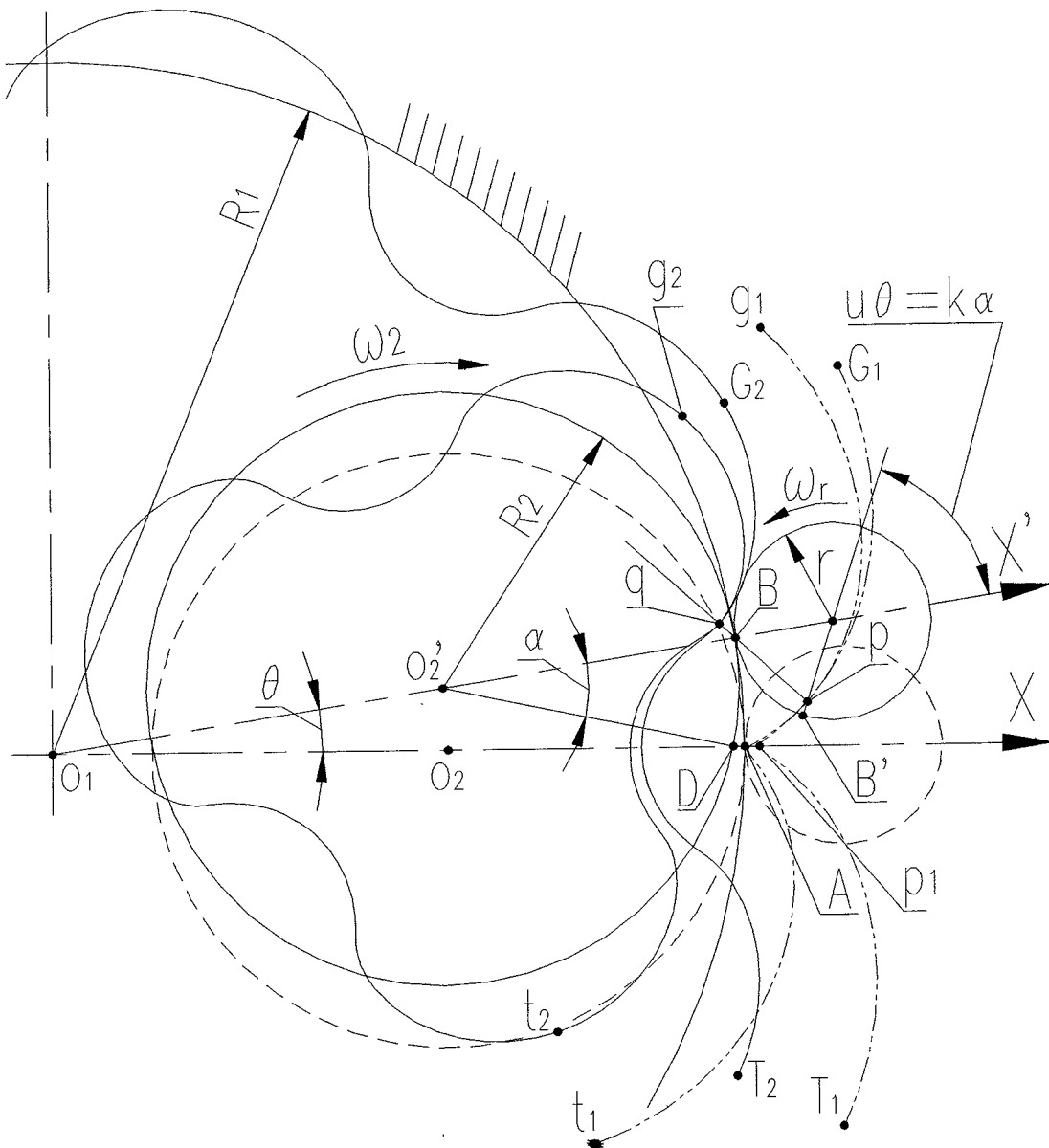


图 4

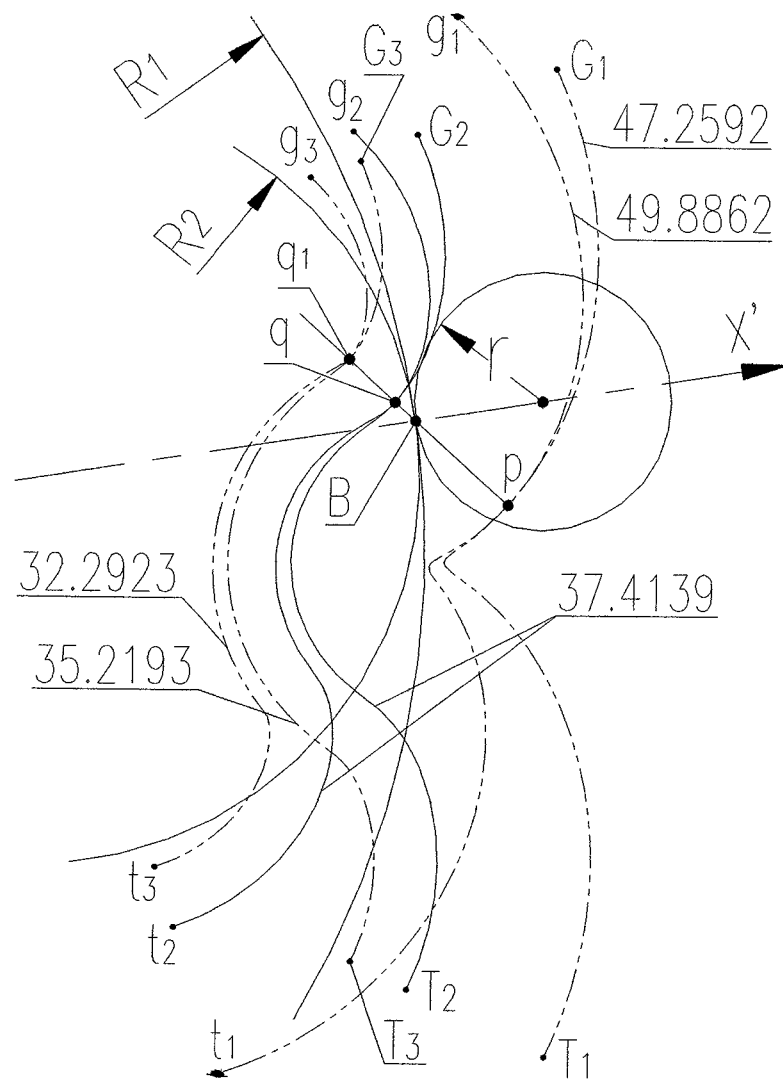


图 5

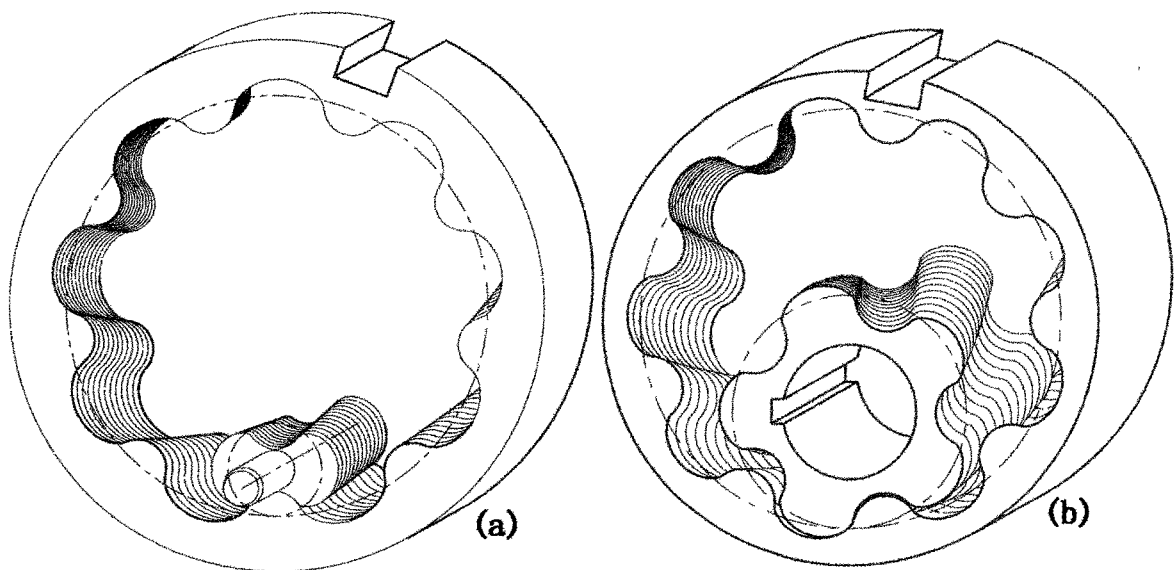


图 6

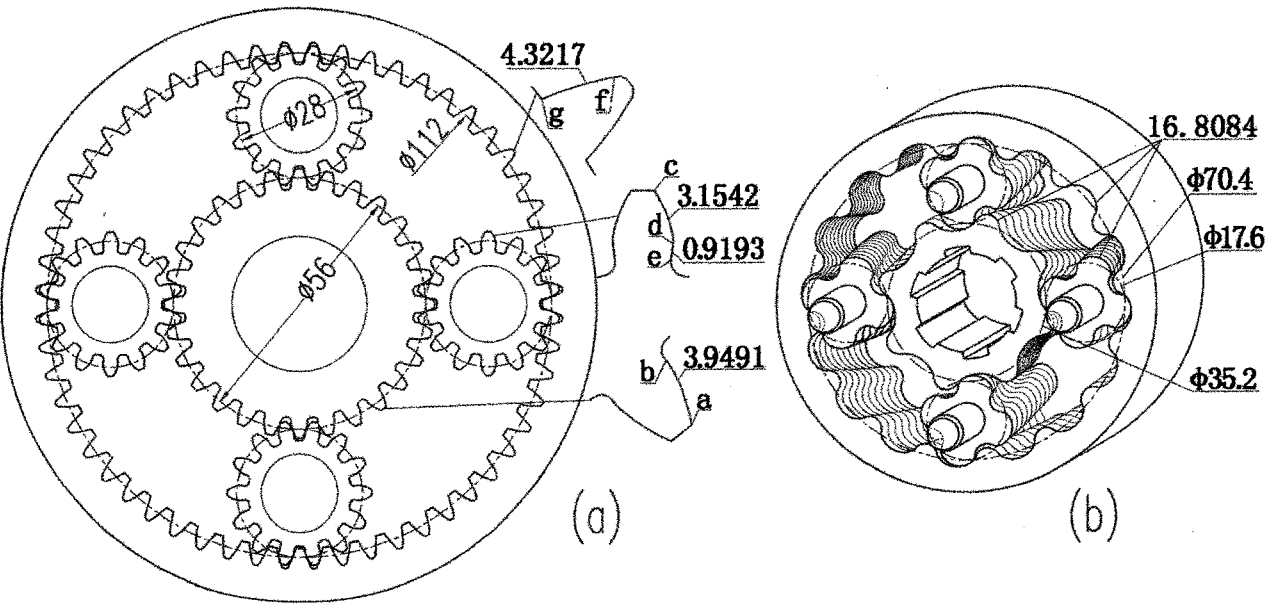


图 10

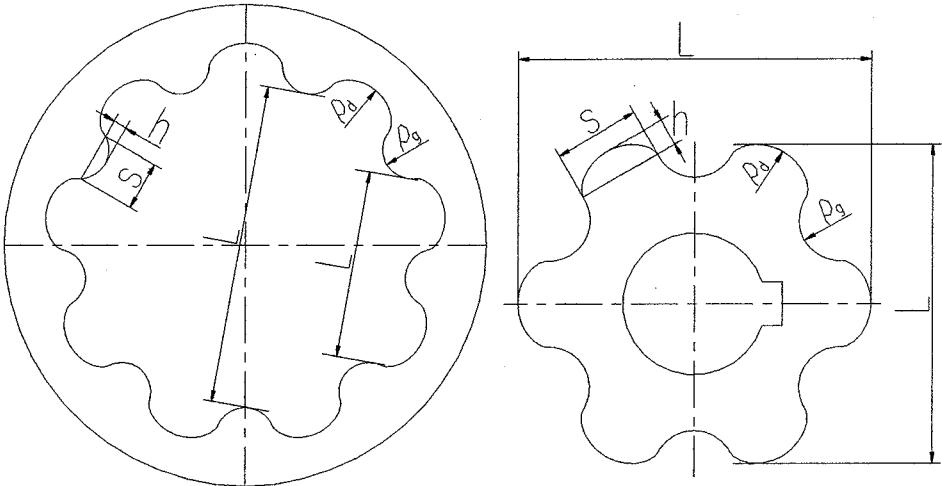


图 11

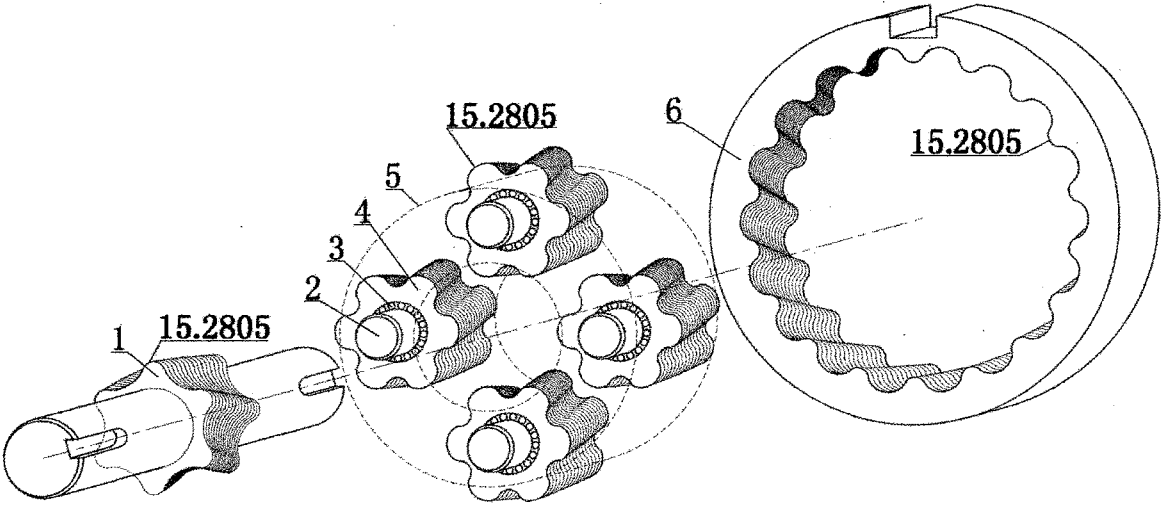


图 12

纯滚动的摆线齿轮行星变速器效果

● 一离合器结合；设定输入转速：1000r/min，齿数：齿圈=18，太阳轮=6，行星轮=6， $a=18/6=3$

离合器 序号	输入			锁定			输出			机构传动比 “-”号反转	传动比	变速 效果	输出 转速
	齿圈	行星架	太阳轮	齿圈	行星架	太阳轮	齿圈	行星架	太阳轮				
1			●		●		●			-a	-3	减速	-333.3
2			●	●				●		1+a	4	减速	250
3	●					●		●		(1+a)/a	4/3	减速	750
4			●						●	1	1	等速	1000
5		●				●	●			a/(1+a)	3/4	增速	1333.3
6		●		●					●	1/(1+a)	1/4	增速	4000
7	●				●				●	-1/a	-1/3	增速	-3000

图 13