

(12) NACH DEM VERTRAG ÜBER DIE INTERNATIONALE ZUSAMMENARBEIT AUF DEM GEBIET DES
PATENTWESENS (PCT) VERÖFFENTLICHTE INTERNATIONALE ANMELDUNG

(19) Weltorganisation für geistiges Eigentum
Internationales Büro



(43) Internationales Veröffentlichungsdatum
7. März 2002 (07.03.2002)

PCT

(10) Internationale Veröffentlichungsnummer
WO 02/19089 A2

(51) Internationale Patentklassifikation⁷: **G06F 7/00**

HILLERMEIER, Claus [DE/DE]; Westerbuchberg 71,
83236 Übersee (DE). **SCHÄFFLER, Stefan** [DE/DE];
Paul-Linke-Str. 5, 86199 Augsburg (DE).

(21) Internationales Aktenzeichen: PCT/DE01/03139

(22) Internationales Anmeldedatum:
23. August 2001 (23.08.2001)

(74) Anwalt: **SCHWEIGER, Martin**; Leopoldstrasse 77,
80802 München (DE).

(25) Einreichungssprache: Deutsch

(81) Bestimmungsstaaten (*national*): JP, US.

(26) Veröffentlichungssprache: Deutsch

(84) Bestimmungsstaaten (*regional*): europäisches Patent (AT,
BE, CH, CY, DE, DK, ES, FI, FR, GB, GR, IE, IT, LU, MC,
NL, PT, SE, TR).

(30) Angaben zur Priorität:
09/648,939 28. August 2000 (28.08.2000) US

Veröffentlicht:

— mit einer Erklärung gemäss Artikel 17 Absatz 2 Buchstabe
a; ohne Zusammenfassung; Bezeichnung von der Interna-
tionalen Recherchenbehörde nicht überprüft

(71) Anmelder (für alle Bestimmungsstaaten mit Ausnahme von
US): **INFINEON TECHNOLOGIES AG** [DE/DE]; St.-
Martin-Str. 53, 81669 München (DE).

(72) Erfinder; und

(75) Erfinder/Anmelder (nur für US): **DENK, Georg**
[DE/DE]; Farrenpointstr. 5B, 83026 Rosenheim (DE).

Zur Erklärung der Zweibuchstaben-Codes und der anderen
Abkürzungen wird auf die Erklärungen ("Guidance Notes on
Codes and Abbreviations") am Anfang jeder regulären Ausgabe
der PCT-Gazette verwiesen.

(54) Title: METHOD FOR THE GENERATION OF A SERIES OF RANDOM NUMBERS OF A 1/F NOISE

(54) Bezeichnung: VERFAHREN ZUM ERZEUGEN EINER FOLGE VON ZUFALLSZAHLEN EINES 1/F-RAUSCHENS

(57) Abstract:

(57) Zusammenfassung:



WO 02/19089 A2

Beschreibung

Verfahren zum Erzeugen einer Folge von Zufallszahlen eines 1/f-Rauschens

5

Die Erfindung betrifft ein Verfahren zum Erzeugen von Folgen von Zufallszahlen eines 1/f-Rauschens.

10 Zufallszahlen eines 1/f-Rauschens können beispielsweise bei einer transienten Schaltkreissimulation eingesetzt werden, die Rauscheinflüsse berücksichtigt. Unter einem 1/f-Rauschen wird ein stochastischer Prozess mit einem bestimmten Frequenzspektrum verstanden, das mit der Gleichung

15
$$S(f) \propto \frac{1}{f^\beta}, \beta \in]0,1[$$

beschrieben werden kann.

1/f-Rauschquellen eignen sich zur Modellierung von Rauscheinflüssen in einer Vielzahl technischer und physikalischer Systeme sowie für Systeme zur Einschätzung und Vorhersage von 20 Geschehnissen auf den Finanzmärkten. Insbesondere weisen viele elektronische Bauelemente wie beispielsweise pn-Dioden und MOS-Feldeffekttransistoren 1/f-Rauschquellen auf.

25 Es ist möglich, 1/f-Rauschquellen dadurch zu approximieren, daß eine Summation der Effekte vieler Rauschquellen durchgeführt wird, die als Frequenzspektrum jeweils ein Lorentz-Spektrum aufweisen. Solche Rauschquellen können beispielsweise durch die Systemantwort eines linearen zeitinvarianten Systems, das auch als LTI-System bezeichnet werden kann, 30 modelliert werden, an dessen Systemeingang ein weisses Rauschen angelegt wird. Bei dieser Vorgehensweise ist von Nachteil, daß die Dimension des numerisch zu lösenden Differentialgleichungssystems über die Maßen aufgebläht wird. Dadurch ergeben 35 sich lange Rechenzeiten und ein hoher Speicherbedarf eines

Computersystems, das zur Simulation eines Systems verwendet wird, das dem Einfluß eines $1/f$ -Rauschens unterliegt.

Es ist Aufgabe der Erfindung, ein Verfahren zum Erzeugen einer Folge von Zufallszahlen eines $1/f$ -Rauschens anzugeben, das schnell und mit geringem Rechenaufwand durchgeführt werden kann. Es ist weiterhin Aufgabe der Erfindung, ein verbessertes Verfahren zur Simulation eines technischen Systems anzugeben, das einem $1/f$ -Rauschen unterliegt. Schließlich soll auch ein Computerprogramm zur Bestimmung von Folgen von Zufallszahlen eines $1/f$ -Rauschens angegeben werden, das schnell ausgeführt werden kann und das nur wenig Ressourcen eines Computersystems beansprucht.

Diese Aufgabe wird durch die Gegenstände der unabhängigen Patentansprüche gelöst. Verbesserungen ergeben sich aus den jeweiligen Unteransprüchen.

Gemäß einem der Erfindung zugrundeliegenden Gedanken wird die numerische Integration eines Systempfades eines Systems, das $1/f$ -Rauscheinflüssen unterliegt, bei einer konstanten Integrationsschrittweite auf die Simulation von Sequenzen geeignet korrelierter Zufallszahlen zurückgeführt. Es wird ein Batch-Verfahren verwendet, um Sequenzen von solchen Zufallszahlen zu generieren. In diesem Zusammenhang ist unter dem Begriff "Batch-Verfahren" zu verstehen, daß die Länge der Sequenz der Zufallszahlen beliebig sein darf. Beim Start des Verfahrens müssen die Zufallszahlen jedoch vorgegeben sein, wobei die gesamte Zufallszahlen-Sequenz in einem ersten Rechenschritt erzeugt wird. Mit dem erfindungsgemäßen Verfahren ist es möglich, bei konstanter Integrationsschrittweite eine Aufblähung der Dimension des numerisch zu lösenden Differentialgleichungssystems zu vermeiden. Dadurch werden erhebliche Rechenzeitgewinne erzielt.

35

Gemäß einem weiteren der Erfindung zugrundeliegenden Gedanken wird die Leistungsfähigkeit der numerischen Bestimmung der

Dynamik des simulierten Systems durch adaptive Schrittweitensteuerung erheblich gesteigert. Mit der Erfindung wird nämlich ein Verfahren angegeben, das es erlaubt, eine adaptive Schrittweitensteuerung und eine numerische Simulation von
5 1/f-Rauschquellen miteinander zu kombinieren, wobei die Simulation von 1/f-Rauschen in eine transiente Systemsimulation mit adaptiv gesteuerter Schrittweite einbindbar ist. Die Erfindung erlaubt es, die bekannten Methoden zur adaptiven Schrittweitensteuerung mit einer numerischen Simulation von
10 1/f-Rauschquellen zu kombinieren, ohne daß die Systemdimension aufgebläht wird. Hierzu wird nach einem zweistufigen Verfahren vorgegangen. In einer ersten Stufe wird die Systemdynamik unter Verwendung einer adaptiven Schrittweitensteuerung numerisch integriert, wobei die 1/f-Rauschquellen noch nicht
15 berücksichtigt werden. Die dabei bestimmten adaptiven Schrittweiten dienen als Grundlage eines zweiten Integrationsdurchlaufs, in dem die 1/f-Rauschquellen berücksichtigt werden, deren Anteil anhand der in der ersten Stufe der Simulation erhaltenen Informationen bestimmt werden. Durch die
20 Erfindung wird es somit ermöglicht, bei der transienten Simulation eines Systems die Vorteile adaptiver Schrittweitensteuerung zusammen mit einer vereinfachten numerischen Simulation von 1/f-Rauschquellen zu nutzen. Dadurch ergibt sich eine erhöhte numerische Approximationsgüte der Simulation bei
25 einer effizienten Nutzung der zur Verfügung stehenden Rechenzeitressourcen, wobei eine Aufblähung der Systemdimension vermieden wird.

Gemäß der Erfindung wird das Problem der Rauschsimulation bei
30 der Modellierung des zu simulierenden Systems in das Problem der Generierung einer Zufallszahlen-Sequenz überführt. Gemäß der Erfindung werden die Korrelationen dieser Zufallszahlen bestimmt, was zu einer einfachen und genauen Generierung der entsprechenden Zufallszahlen-Sequenzen verwendet wird.

35

Die erfindungsgemäßen Verfahren zum Erzeugen einer Folge von Zufallszahlen eines 1/f-Rauschens sehen als Schritte insbe-

sondere das Bilden einer Covarianzmatrix $\underline{\underline{C}}$ vor, aus der nachfolgend die Cholesky-Zerlegung $\underline{\underline{L}}$ gebildet wird. Die Covarianzmatrix $\underline{\underline{C}}$ unterscheidet sich dabei in dem Fall, in dem eine konstante Simulationsschrittweite δ angewendet wird, von
 5 demjenigen Fall, in dem eine adaptive Schrittweite angewendet wird.

Für den Fall einer konstanten Schrittweite δ wird die Covarianzmatrix unter Kenntnis eines gewünschten Spektralwerts
 10 β , der Anzahl n der zu erzeugenden Zufallszahlen eines 1/f-Rauschens und der Intensitätskonstante $const$ elementweise bestimmt, wobei je ein Element $e(i,j)$ der Covarianzmatrix C nach der folgenden Gleichung bestimmt wird:

$$15 \quad e(i,j) = const \cdot |\delta|^{\beta+1} \cdot (|i-j+1|^{\beta+1} - 2|i-j|^{\beta+1} + |i-j-1|^{\beta+1})$$

wobei $i, j = 1, \dots, n$.

Nachfolgend wird die Cholesky-Zerlegung $\underline{\underline{L}}$ der Covarianzmatrix $\underline{\underline{C}}$ gebildet, wobei $\underline{\underline{C}} = \underline{\underline{L}} \cdot \underline{\underline{L}}^T$, wobei $\underline{\underline{L}}$ die Form einer Dreiecksmatrix annimmt, bei der nur die Diagonale und die untere
 20 Hälfte besetzt ist.

Mit Hilfe der so aufgefundenen Cholesky-Zerlegung $\underline{\underline{L}}$ können nun beliebig viele Folgen von Zufallszahlen eines 1/f-Rauschens erzeugt werden. Hierzu wird zunächst ein Vektor $\underline{x}$
 25 der Länge n aus $(0,1)$ normalverteilten Zufallszahlen gebildet. Solche normalverteilten Zufallszahlen weisen einen Erwartungswert 0 sowie eine Varianz 1 auf. Sie können auf bekannte Weise durch Transformation aus einem gleichlangen Vektor gleichverteilter Zufallszahlen bestimmt werden.

30 Der gesuchte Vektor $\underline{y}$ mit den gewünschten 1/f-verteilten Zufallszahlen ergibt sich dann durch Multiplizieren der Cholesky-Zerlegung $\underline{\underline{L}}$ mit dem Vektor $\underline{x}$.

35 Bei dem erfindungsgemäßen Verfahren, das eine adaptive numerische Lösung stochastischer Differentialgleichungen ermöglicht, wird im wesentlichen wie vorstehend beschrieben vorge-

gangen. Im Unterschied zur vorstehend beschriebenen Vorgehensweise kann jedoch nicht von einer konstanten Simulationsschrittweite δ ausgegangen werden. Vielmehr muß zunächst ein Schrittweitenvektor $\underline{\delta}$ berechnet werden, der sich aus vorgegebenen Betrachtungszeitpunkten $t_0 - t_n$ im ersten Schritt der Simulation ergibt. Danach wird die Covarianzmatrix $\underline{C}$ durch Bestimmen deren Elemente nach der folgenden Gleichung aufgestellt:

$$e(i, j) = \text{const} \cdot \left(-|t_j - t_i|^{\beta+1} + |t_{j-1} - t_i|^{\beta+1} + |t_j - t_{i-1}|^{\beta+1} - |t_{j-1} - t_{i-1}|^{\beta+1} \right)$$

wobei $i, j = 1, \dots, n$.

Dem Konzept zur Simulation von 1/f-Rauschen liegt der folgende Gedankengang zugrunde. Die Dynamik eines Systems, das stochastischen Einflüssen ausgesetzt ist, wird adäquat durch einen stochastischen Prozess modelliert. Zur Simulation einer solchen Systemdynamik werden im allgemeinen einzelne Zufalls-Realisierungen (sogenannte Pfade) des zugrundeliegenden stochastischen Prozesses numerisch berechnet. Zur Simulation von Systemen mit 1/f-Rauschquellen gilt es, Pfade von stochastischen Integralen der Form $\int_0^t Y(s) \eta_{\frac{1}{f}}(s) ds$ numerisch zu berechnen. Hierbei bezeichnen s (Integrationsvariable) und t (obere Integrationsgrenze) die Zeit, $\eta_{\frac{1}{f}}(s)ds$ eine 1/f-Rauschquelle und $Y(s)$ einen stochastischen Prozess, der die zeitliche Dynamik einer Größe, z.B. der elektrischen Spannung in der Schaltkreissimulation, beschreibt.

Wenn man mit $B_{FBM}(s)$ denjenigen stochastischen Prozess bezeichnet, dessen Ableitung (mathematisch: Ableitung im Distributionssinn) den 1/f-Rauschprozess $\eta_{\frac{1}{f}}(s)$ ergibt, so lässt sich das zu berechnende stochastische Integral schreiben als

$$\int_0^t Y(s) \eta_{\frac{1}{f}}(s) ds = \int_0^t Y(s) dB_{FBM}(s) \quad (1.1)$$

Das Integral der rechten Seite ist als Riemann-Stieltjes-Integral des stochastischen Prozesses $Y(s)$ mit dem Prozess $B_{FBM}(s)$ als Integrator aufzufassen. Dieses Integral lässt sich
 5 durch eine Summe approximieren, indem das Integrationsintervall $[0, t]$ gemäß $0 = t_0 < t_1 < \dots < t_n = t$ in n disjunkte Teilintervalle $[t_i, t_{i+1}]$, $i=1, \dots, n$, zerlegt wird:

$$\int_0^t Y(s) dB_{FBM}(s) \approx \sum_{i=1}^n Y(t_i) [B_{FBM}(t_i) - B_{FBM}(t_{i-1})] \quad (1.2)$$

10

Diese Summe ist eine Zufallsvariable. Die Abhängigkeit vom Ergebnis ω des Zufallsexperiments wurde konsistent weggelassen.

15 Ein Prozess $B_{FBM}(s)$, dessen verallgemeinerte Ableitung ein $1/f$ -Spektrum aufweist, ist in der Literatur unter dem Namen 'Fractional Brownian Motion' bekannt. $B_{FBM}(s)$ ist ein Gaußscher stochastischer Prozess und als solcher vollständig charakterisiert durch seinen Erwartungswert

20

$$E(B_{FBM}(s)) = 0 \quad \forall s \in R \quad (1.3)$$

und durch seine Kovarianzfunktion

$$25 \quad \text{Cov}(B_{FBM}(s), B_{FBM}(t)) = \text{const} \cdot (|s|^{\beta+1} + |t|^{\beta+1} - |t-s|^{\beta+1}) \quad (1.4)$$

Die erfindungsgemäße Batch-Methode zur Generierung geeigneter Zufallszahlen führt die Sumulation von $1/f$ -Rauscheinflüssen im wesentlichen auf die Erzeugung von Realisierungen der Zufallsvariablen $[B_{FBM}(t_i) - B_{FBM}(t_{i-1})]$, also von Zuwächsen der
 30 Fractional Brownian Motion, zurück.

Zur numerischen Lösung stochastischer Differentialgleichungen mit $\frac{1}{f^\beta}$ -Rauschquellen sei die Schrittweite der numerischen

35 Integration konstant auf den Wert $\delta > 0$ gesetzt und eine

Zahl $n \in \mathbb{N}$ (beliebig) gewählt, die die Anzahl der Zeitschritte, über die numerisch integriert werden soll, festlegt.

Für diese konstante Schrittweite und dieses feste Integrationsintervall sollen nun die benötigten korrelierten Zufallszahlen alle auf einmal, d.h. im Zuge eines Batchverfahrens, generiert werden.

Um einen Pfad des Integrals $\int_0^t Y(s) dB_{FBM}(s)$ approximativ zu berechnen, wird entsprechend dem Vorstehenden jeweils eine Realisierung der Zufallsvariablen $\Delta B_{FBM}(i) := [B_{FBM}(i\delta) - B_{FBM}((i-1)\delta)]$, $i=1, \dots, n$, benötigt. Aus den Formeln (1.3) und (1.4) lassen sich Erwartungswert, Varianz und Kovarianz dieser untereinander korrelierten Zufallsvariablen berechnen:

$$E(\Delta B_{FBM}(i)) = 0, \quad i=1, \dots, n \quad (2.5)$$

$$\text{Var}(\Delta B_{FBM}(i)) = 2 \cdot \text{const} \cdot |\delta|^{\beta+1}, \quad i=1, \dots, n \quad (2.6)$$

$$\begin{aligned} \text{Cov}(\Delta B_{FBM}(i), \Delta B_{FBM}(j)) = & \text{const} \cdot |\delta|^{\beta+1} \cdot (|i-j+1|^{\beta+1} \\ & - 2|i-j|^{\beta+1} + |i-j-1|^{\beta+1}), \\ & i, j = 1, \dots, n \end{aligned} \quad (2.7)$$

Da die Zufallsvariablen $\Delta B_{FBM}(i)$ Zuwächse eines Gaußschen stochastischen Prozesses darstellen, ist der Zufallsvariablen-Vektor $(\Delta B_{FBM}(1), \dots, \Delta B_{FBM}(n))$ eine n-dimensionale Gauß-verteilte Zufallsvariable und somit durch Erwartungswert, Varianz und Kovarianz (gemäß Formeln (2.5) bis (2.7)) vollständig bestimmt.

Ein Batch-Verfahren zur Erzeugung jeweils einer Realisierung der korrelierten Zufallsvariablen $\Delta B_{FBM}(1), \dots, \Delta B_{FBM}(n)$ lautet somit:

Wähle einen Wert des Koeffizienten $\text{const} > 0$, der die Intensität der 1/f-Rauschquelle parametrisiert

Erzeuge eine Realisierung einer n-dimensionalen Gaußschen Normalverteilung mit Erwartungswert 0 und Kovarianzmatrix

$$5 \quad Cov_{ij} = const \cdot |\delta|^{\beta+1} \cdot (|i-j+1|^{\beta+1} - 2|i-j|^{\beta+1} + |i-j-1|^{\beta+1}), i, j = 1, \dots, n. \quad (2.8)$$

Interpretiere den so generierten Zufallszahlen-Vektor als Realisierung der Sequenz von B_{FBM} -Zuwächsen $\{\Delta B_{FBM}(1), \dots, \Delta B_{FBM}(n)\}$ und verwende diese Realisierung
 10 gemäß Abschnitt 1 zur numerischen Berechnung eines stochastischen Pfades der Zeitlänge $n \cdot \delta$.

Es sei darauf hingewiesen, daß für jede 1/f-Rauschquelle im System eine eigene Realisierung der Sequenz $\{\Delta B_{FBM}(1), \dots,$
 15 $\Delta B_{FBM}(n)\}$ berechnet werden muss.

Bei den Batch-Verfahren zur numerischen Lösung stochastischer Differentialgleichungen mit $\frac{1}{f^\beta}$ -Rauschquellen bei adaptiver Schrittweite wird wie folgt vorgegangen.

20 Zunächst wird eine adaptive Schrittweitenbestimmung durchgeführt. Die Güte der Approximation (1.2) hängt wesentlich von der Zerlegung des Integrationsintervalls $[0, t]$ in disjunkte Teilintervalle $[t_i, t_{i-1}]$, $i=1, \dots, n$, ab. Bei der numerischen Lösung deterministischer Differentialgleichungen gibt
 25 es Verfahren zur Schrittweitensteuerung, die die Schrittweite - d.h. die Länge des aktuell bearbeiteten Teilintervalls - an die jeweils aktuelle Zeitskala der Systemdynamik anpassen und somit dafür sorgen, dass die verfügbare Rechenzeit möglichst
 30 gezielt zur Erhöhung der numerischen Approximationsgenauigkeit verwendet wird. Eine mögliche Schrittweitensteuerung ist folgendermaßen spezifiziert:

Gib einen tolerablen lokalen Diskretisierungsfehler
 35 $e_{max} > 0$ vor.

Schätze den aktuellen lokalen Fehler e_{lok} (d.h. den im aktuellen Integrations-Teilschritt generierten Fehlerbeitrag zum Approximationsfehler) ab. Diese Abschätzung kann auf eine der folgenden Arten geschehen:

- 5 a) Wiederhole den letzten Iterationsschritt mit hal-
bierter Schrittweite und bilde die Differenz der
beiden Ereignisse.
- b) Vergleiche das Resultat der aktuellen Verfahrens-
vorschrift mit dem Resultat einer Verfahrensvor-
10 schrift höherer Fehlerordnung ("Einbettung"), z.B.
mittels einer Runge-Kutta-Methode.
- c) Direkte Approximation unter Verwendung eines nume-
rischen Differenzenquotienten, z.B. mit Hilfe von
Polynominterpolation.

15

Ist der abgeschätzte lokale Fehler e_{lok} größer als e_{max} ,
so wird der aktuelle Schritt verworfen, ansonsten akzep-
tiert (a posteriori Schätzer).

20

Die Schrittweite des nächsten Schrittes wird durch Ver-
gleich von e_{lok} mit e_{max} bestimmt. Falls $e_{\text{lok}} < e_{\text{max}}$, wird die
Schrittweite vergrößert, ansonsten verkleinert (a priori
Schätzer). Das Abschätzungsverfahren für den lokalen
Fehler e_{lok} kann für a-priori- und a-posteriori-Schätzer
25 unterschiedlich gewählt werden.

Die vorliegende Erfindung beschreibt ein Verfahren, das es
ermöglicht, die Verbesserung der Approximationsgenauigkeit
mittels Schrittweitensteuerung auch für die Simulation von
30 1/f-Rauschen zu nutzen.

Hierfür wird die numerische Integration in 2 Stufen durchge-
führt.

35

- (A) In Stufe (A) wird die gewünschte Integrationszeit $t > 0$
vorgegeben, und die Systemdynamik wird unter Vernachläss-
sigung der 1/f-Rauschquellen berechnet. Dies geschieht

durch numerisches Lösen des Systems gewöhnlicher (oder
 Algebro-) -Differentialgleichungen, das den deterministi-
 schen Anteil der Systemdynamik beschreibt. Während die-
 ser Stufe-A-Integration wird ein Verfahren zur Schritt-
 5 weitenanpassung eingesetzt, z.B. das oben beschriebene.
 Nach dem Durchlauf der Stufe-A-Integration liegt als Er-
 gebnis der Schrittweitenanpassung eine Sequenz akzep-
 tierter Schrittweiten und somit eine Unterteilung des
 Integrationsintervalls $[0, t]$ in disjunkte Teilintervalle
 10 $[t_i, t_{i-1}]$, $i = 1, \dots, n$, vor. Die Zahl n benötigter Teil-
 intervall ist ebenfalls ein Resultat der Schrittwei-
 tensteuerung.

- (B) Der Stufe-A-Integration wird ein zweiter numerischer In-
 15 tegrationslauf nachgeschaltet, der sich über dasselbe
 Integrationsintervall $[0, t]$ erstreckt. Nun werden auch
 die $1/f$ -Rauschquellen in die Simulation der Systemdyna-
 mik miteinbezogen. Als einziges Ergebnis aus dem Inte-
 grationslauf (A) wird die Diskretisierung des Integrati-
 20 onsintervalls $[0, t]$ in disjunkte Teilintervalle $[t_i, t_{i-1}]$,
 $i = 1, \dots, n$, sowie die Zahl n benötigter Teilinter-
 valle verwendet. Die Simulation der Systemdynamik folgt
 dem obenstehend vorgestellten Konzept. Dabei werden die
 benötigten Realisierungen der Zufallsvariablen $[B_{FBM}(t_i) -$
 25 $B_{FBM}(t_{i-1})]$ nach einem Verfahren generiert, das im Folgen-
 den vorgestellt wird.

Gegeben sei eine Unterteilung des Integrationsintervalls
 $[0, t]$ in n Teilintervalle $[t_i, t_{i-1}]$, $i = 1, \dots, n$, wobei
 30 $0 \equiv t_0 < t_1 < \dots < t_n \equiv t$.

Um einen Pfad des Integrals $\int_0^t Y(s) dB_{FBM}(s)$ approximativ zu be-
 rechnen, wird wie obenstehend beschrieben jeweils eine Reali-
 sierung der Zufallsvariablen $\Delta B_{FBM}(i) := [B_{FBM}(t_i) - B_{FBM}(t_{i-1})]$,
 35 $i=1, \dots, n$, benötigt. Aus den Formeln (1.3) und 1.4) lassen
 sich Erwartungswert, Varianz und Kovarianz dieser untereinan-
 der korrelierten Zufallszahlen berechnen:

$$E(\Delta B_{\text{FBM}}(i)) = 0, \quad i=1, \dots, n \quad (3.5)$$

$$\text{Var}(\Delta B_{\text{FBM}}(i)) = 2 \cdot \text{const} \cdot |t_i - t_{i-1}|^{\beta+1}, \quad i=1, \dots, n \quad (3.6)$$

$$\begin{aligned} \text{Cov}(\Delta B_{\text{FBM}}(i), \Delta B_{\text{FBM}}(j)) = & \text{const} \cdot |t_j - t_i|^{\beta+1} + |t_{j-1} - t_i|^{\beta+1} \\ & + |t_j - t_{i-1}|^{\beta+1} - |t_{j-1} - t_{i-1}|^{\beta+1}, \\ & i, j = 1, \dots, n \end{aligned} \quad (3.7)$$

Da die Zufallsvariablen $\Delta B_{\text{FBM}}(i)$ Zuwächse eines Gaußschen stochastischen Prozesses darstellen, ist der Zufallsvariablen-Vektor $(\Delta B_{\text{FBM}}(1), \dots, \Delta B_{\text{FBM}}(n))$ eine n-dimensionale Gaußverteilte Zufallsvariable und somit durch Erwartungswert, Varianz und Kovarianz (gemäß Formeln (3.5) bis (3.7)) vollständig bestimmt.

Ein Batch-Verfahren zur Erzeugung jeweils einer Realisierung der korrelierten Zufallsvariablen $\Delta B_{\text{FBM}}(1), \dots, \Delta B_{\text{FBM}}(n)$ lautet somit:

Wähle einen Wert des Koeffizienten $\text{const} > 0$, der die Intensität der 1/f-Rauschquelle parametrisiert

Erzeuge eine Realisierung einer n-dimensionalen Gaußschen Normalverteilung mit Erwartungswert 0 und Kovarianzmatrix

$$\begin{aligned} \text{Cov}_{ij} = & \text{const} \cdot \left(|t_j - t_i|^{\beta+1} + |t_{j-1} - t_i|^{\beta+1} + |t_j - t_{i-1}|^{\beta+1} - |t_{j-1} - t_{i-1}|^{\beta+1} \right), \\ & i, j = 1, \dots, n. \end{aligned} \quad (3.8)$$

Interpretiere den so generierten Zufallszahlen-Vektor als Realisierung der Sequenz von B_{FBM} -Zuwächsen $\{\Delta B_{\text{FBM}}(1), \dots, \Delta B_{\text{FBM}}(n)\}$ und verwende diese Realisierung wie obenstehend ausgeführt zur numerischen Berechnung eines stochastischen Pfades für das Zeitintervall $[0, t]$.

Es sei darauf hingewiesen, dass für jede 1/f-Rauschquelle im System eine eigene Realisierung der Sequenz $\{\Delta B_{\text{FBM}}(1), \dots, \Delta B_{\text{FBM}}(n)\}$ berechnet werden muß.

Wenn nicht alle Elemente der Covarianzmatrix $\underline{C}$ bestimmt werden, wobei die nicht berechneten Elemente mit dem Wert 0 besetzt werden, ergibt sich eine noch schnelle Berechnung. Allerdings müssen dann Einschränkungen hinsichtlich der Genauigkeit der erzeugten Zufallszahlen in Kauf genommen werden.

Die Erfindung ist auch in einem Verfahren zur Simulation eines technischen Systems, das einem 1/f-Rauschen unterliegt, verwirklicht, wobei bei der Modellierung und/oder bei der Festlegung der an Eingangskanälen des Systems anliegenden Größen Zufallszahlen verwendet werden, die mit einem erfindungsgemäßen Verfahren bestimmt worden sind.

Ebenso ist ein Computerprogramm zur Bestimmung von Folgen von Zufallszahlen eines 1/f-Rauschens vorgesehen, das so ausgebildet ist, daß das erfindungsgemäße Verfahren ausführbar ist. Die Erfindung ist auch in einem Datenträger mit einem solchen Computerprogramm verwirklicht. Weiterhin ist die Erfindung in einem Verfahren verwirklicht, bei dem ein erfindungsgemäßes Computerprogramm aus einem elektronischen Datennetz wie beispielsweise aus dem Internet auf einen an das Datennetz angeschlossenen Computer heruntergeladen wird.

Die Erfindung ist in der Zeichnung anhand mehrerer Ausführungsbeispiele erläutert.

Figur 1 zeigt eine schematische Darstellung eines zu simulierenden technischen Systems,

Figur 2 zeigt ein Struktogramm zur Bestimmung von Folgen von Zufallszahlen eines 1/f-Rauschens,

Figur 3 zeigt eine Covarianzmatrix $\underline{C}$ der Dimension (6 x 6), zur Erzeugung eines Vektors $\underline{y}$ der Länge 6 von 1/f-

verteilten Zufallszahlen bei einer konstanten Simulationsschrittweite δ ,

Figur 4 zeigt die Cholesky-Zerlegung $\underline{\underline{L}}$ der Covarianzmatrix $\underline{\underline{C}}$ aus Figur 3,

5 Figur 5 zeigt drei Vektoren $\underline{x}$ der Länge 6 aus (0,1) normalverteilten Zufallszahlen,

Figur 6 zeigt drei Vektoren $\underline{y}$ der Länge 6 mit 1/f-verteilten Zufallszahlen bei konstanter Schrittweite,

10 Figur 7 zeigt Betrachtungszeitpunkte t_0 bis t_6 ,

Figur 8 zeigt eine Covarianzmatrix $\underline{\underline{C}}$ der Dimension (6 x 6), die aus den Betrachtungszeitpunkten aus Figur 7 berechnet worden ist,

Figur 9 zeigt die Cholesky-Zerlegung $\underline{\underline{L}}$ der Covarianzmatrix $\underline{\underline{C}}$ aus Figur 9,

15 Figur 10 zeigt drei Vektoren $\underline{y}$ der Länge 6 mit 1/f-verteilten Zufallszahlen bei adaptiver Schrittweite zu Betrachtungszeitpunkten nach Figur 7,

Figur 11 zeigt eine Covarianzmatrix $\underline{\underline{C}}$ eines weiteren Ausführungsbeispiels einer Simulation mit adaptiver Schrittweite,

20 Figur 12 zeigt die Cholesky-Zerlegung $\underline{\underline{L}}$ der Covarianzmatrix $\underline{\underline{C}}$ aus Figur 13.

Figur 13 zeigt drei Vektoren $\underline{y}$ der Länge 6 mit annähernd 1/f-verteilten Zufallszahlen zu Betrachtungszeitpunkten nach Figur 7.

Figur 1 zeigt eine schematische Darstellung eines rauschbehafteten Systems, das simuliert werden soll. Das System wird

30 durch ein als Kasten angedeutetes Systemmodell 1 beschrieben, das das Systemverhalten beschreibt. Das Systemverhalten ergibt sich aus den Eingangskanälen 2, die auch als Vektor INPUT bezeichnet werden, und aus den Ausgangskanälen 3, die auch als OUTPUT bezeichnet werden. Weiterhin ist ein systembedingtes Rauschen vorgesehen, das an Rauscheingangskanälen 4

35 anliegt und auch als Vektor NOISE bezeichnet wird.

Das Rauschen an den Rauscheingangskanälen 4 wird vorzugsweise als rauschbedingte Veränderung des Systemmodells 1 aufgefaßt.

Das Verhalten der Eingangskanäle 2 und der Ausgangskanäle 3 kann durch ein System von Differentialgleichungen oder durch ein System von Algebro-Differentialgleichungen beschrieben werden, so daß zuverlässige Vorhersagen des Systemverhaltens möglich sind.

10 Zu jedem Zeitschritt der Simulation des in Figur 1 gezeigten Systems wird für einen an den Eingangskanälen 2 anliegenden Vektor INPUT und für einen an den Rauscheingangskanälen 4 anliegenden Vektor NOISE ein Vektor OUTPUT der Ausgangskanäle 3 berechnet. Sinnvollerweise werden zur Simulation über einen
15 längeren Zeitraum die Vektoren INPUT, OUTPUT, NOISE als Matrizen angegeben, wobei je eine Spalte der betreffenden Matrix die Werte der entsprechenden Zeitreihe des betreffenden INPUT, OUTPUT, NOISE enthält.

20 Figur 2 veranschaulicht, wie man zu je einem Vektor y gelangt, der eine Spalte der Matrix für die Rauscheingangskanäle 4 des Systemmodells 1 bildet.

In einem ersten Schritt wird zunächst unterschieden, ob ein
25 Simulationsverfahren mit konstanter Schrittweite δ oder ein Verfahren mit adaptiver Schrittweite gemäß Betrachtungszeitpunkten t_0 bis t_n durchgeführt werden soll. Außerdem muß ein gewünschter Spektralwert β , die Anzahl n der zu erzeugenden Zufallszahlen des 1/f-Rauschens sowie die Intensitätskonstante
30 $const$ festgelegt werden.

Im nächsten Schritt von Figur 2 wird die Kovarianzmatrix C bestimmt, und zwar gemäß den in der Beschreibungseinleitung angegebenen Gleichungen für konstante Schrittweite bzw. für
35 adaptive Schrittweite. Im nächsten Schritt wird die Cholesky-Zerlegung L der Kovarianzmatrix C bestimmt.

Abschließend werden die einzelnen Spalten der an den Rauscheingangskanälen 4 anliegenden Matrix NOISE bestimmt. Jede Spalte entspricht einem Vektor $\underline{y}$ von insgesamt $n \cdot 1/f$ -verteilten Zufallszahlen. Zunächst wird ein Vektor $\underline{x}$ aus n Zufallszahlen generiert, die $(0,1)$ normalverteilt sind. Diese Zufallszahlen weisen den Erwartungswert 0 und die Varianz 1 auf. Danach wird der Vektor $\underline{x}$ mit der Cholesky-Zerlegung $\underline{L}$ multipliziert. Danach wird mit der Berechnung des nächsten gewünschten Vektors $\underline{y}$ von $1/f$ -verteilten Zufallszahlen fortgefahren, der die nächste Spalte der Matrix NOISE bildet.

In den Figuren 3 bis 13 sind Ausführungsbeispiele wiedergegeben, die Berechnungsergebnisse wiedergeben. Bei jedem Ausführungsbeispiel werden jeweils die selben $N(0,1)$ -Vektoren bzw. $\underline{x}$ -Vektoren verwendet. Alle Werte wurden nach genauer Rechnung nach der zweiten Kommastelle abgebrochen, um diese besser wiedergeben zu können.

Bei einem rechnerischen Nachvollziehen der Ausführungsbeispiele muß daher nicht mit den gezeigten Zwischenwerten, sondern mit den exakten Zwischenwerten weitergerechnet werden, um ausgehend von den angegebenen $\underline{x}$ -Vektoren zu den angegebenen $\underline{y}$ -Vektoren zu gelangen.

Der Wert β wurde als 0.5 angenommen. Der Wert const wurde als 1.0 angenommen. Bei konstanter Schrittweite wurde stets $\delta = 1$ gesetzt.

Figur 3 zeigt eine Covarianzmatrix $\underline{C}$ der Dimension (6×6) , zur Erzeugung eines Vektors $\underline{y}$ der Länge 6 von $1/f$ -verteilten Zufallszahlen bei einer konstanten Simulationsschrittweite δ .

Die Covarianzmatrix $\underline{C}$ wurde nach der Formel

35

$$e(i, j) = \text{const} \cdot |\delta|^{\beta+1} \cdot (|i-j+1|^{\beta+1} - 2|i-j|^{\beta+1} + |i-j-1|^{\beta+1})$$

berechnet. Die Dimension (6×6) ergibt sich aus der Länge der gewünschten $\underline{y}$ -Vektoren $n=6$.

Beispielhaft wird die Berechnung des Elements $e(1,1) = 2$ von $\underline{\underline{C}}$ nachvollzogen. Hierfür ist $i=j=1$.

$$e(1,1) = 1.0 \cdot |\underline{1}|^{1+0.5} \cdot \left(\begin{array}{ccccc} |1-1+1|^{0.5+1} & -2|1-1|^{0.5+1} & +|1-1-1|^{0.5+1} \end{array} \right) =$$

$$= \begin{array}{ccccc} 1 & - & 0 & + & 1 \end{array} = 2;$$

Figur 4 zeigt die Cholesky-Zerlegung $\underline{\underline{L}}$ der Covarianzmatrix $\underline{\underline{C}}$ aus Figur 3. Es gilt die Bedingung $\underline{\underline{C}} = \underline{\underline{L}} \cdot \underline{\underline{L}}^T$. Dies kann durch Ausmultiplizieren des Elements $(1,1) = 2^{0.5}$ von $\underline{\underline{L}}$ anhand des Elements $(1,1) = 2$ von $\underline{\underline{C}}$ überprüft werden, denn $(2^{0.5} \cdot 2^{0.5}) = 2$.

Figur 5 zeigt drei Vektoren $\underline{x}$ der Länge 6 aus $(0,1)$ normalverteilten Zufallszahlen. Es ist dem Fachmann auf dem Gebiet der Statistik geläufig, wie man zu solchen Zufallszahlen mit dem Erwartungswert 0 und der Varianz 1 gelangt.

Figur 6 zeigt drei Vektoren $\underline{y}$ der Länge 6 mit $1/f$ -verteilten Zufallszahlen bei konstanter Schrittweite. Die Vektoren $\underline{y}$ ergeben sich aus der Multiplikation der Vektoren $\underline{x}$ gemäß Figur 5 mit der Cholesky-Zerlegung $\underline{\underline{L}}$ gemäß Figur 4.

Figur 7 zeigt Betrachtungszeitpunkte t_0 bis t_6 , wie sie gemäß einer adaptiven Erzeugung von $1/f$ -verteilten Zufallszahlen in einem weiteren Ausführungsbeispiel gewünscht werden. Die Betrachtungszeitpunkte t_0 bis t_6 ergeben sich aus einem hier nicht näher dargestellten ersten Simulationsschritt.

30

Figur 8 zeigt eine Covarianzmatrix $\underline{\underline{C}}$ der Dimension (6×6) , die aus den Betrachtungszeitpunkten aus Figur 7 berechnet worden ist.

35 Die Covarianzmatrix $\underline{\underline{C}}$ wurde nach der Formel

$$e(i,j) = \text{const} \cdot \left(-|t_j - t_i|^{\beta+1} + |t_{j-1} - t_i|^{\beta+1} + |t_j - t_{i-1}|^{\beta+1} - |t_{j-1} - t_{i-1}|^{\beta+1} \right)$$

berechnet. Die Dimension (6×6) ergibt sich aus der Länge der gewünschten $\underline{y}$ -Vektoren $n=6$.

- 5 Beispielhaft wird die Berechnung des Elements $e(1,1) = 0.70$ von $\underline{\underline{C}}$ nachvollzogen. Hierfür ist $i=j=1$, $t_0 = 0.00$, $t_1=0.50$.

$$\begin{aligned} e(1,1) &= 1 \cdot \left(-|t_1 - t_1|^{0.5+1} + |t_0 - t_1|^{0.5+1} + |t_1 - t_0|^{0.5+1} - |t_0 - t_0|^{0.5+1} \right) = \\ &= \qquad \qquad \qquad 0.5^{1.5} \qquad + \quad 0.5^{1.5} \qquad \qquad \qquad = 0.707106781... \end{aligned}$$

- 10 Figur 9 zeigt die Cholesky-Zerlegung $\underline{\underline{L}}$ der Covarianzmatrix $\underline{\underline{C}}$ aus Figur 9. Es gilt die Bedingung $\underline{\underline{C}} = \underline{\underline{L}} \cdot \underline{\underline{L}}^T$. Dies kann durch Ausmultiplizieren des Elements $(1,1) = 0.84...$ von $\underline{\underline{L}}$ anhand des Elements $(1,1) = 0.70...$ von $\underline{\underline{C}}$ überprüft werden, denn $(0.84... \quad 0.84...) = 0.70...$

15

Figur 10 zeigt drei Vektoren $\underline{y}$ der Länge 6 mit $1/f$ -verteilten Zufallszahlen bei adaptiver Schrittweite zu Betrachtungszeitpunkten nach Figur 7. Die Vektoren $\underline{y}$ ergeben sich aus der Multiplikation der Vektoren $\underline{x}$ gemäß Figur 5 mit der Cholesky-Zerlegung $\underline{\underline{L}}$ gemäß Figur 9.

20

Figur 11 zeigt eine Covarianzmatrix $\underline{\underline{C}}$ eines weiteren Ausführungsbeispiels einer Simulation mit adaptiver Schrittweite zu Betrachtungszeitpunkten nach Figur 7. Die Covarianzmatrix $\underline{\underline{C}}$ nach Figur 11 stimmt im wesentlichen mit der Covarianzmatrix $\underline{\underline{C}}$ nach Figur 8 überein. Die Berechnung der Covarianzmatrix $\underline{\underline{C}}$ aus Figur 11 ist jedoch erheblich vereinfacht, weil die Elemente $e(1,5)$, $e(1,6)$, $e(2,6)$ sowie $e(5,1)$, $e(6,1)$, $e(6,2)$ einfach auf "0" gesetzt wurden. Somit brauchen diese nicht berechnet werden. Dies kann so interpretiert werden, daß der statistische Zusammenhang zwischen weiter entfernt liegenden $1/f$ -Zufallszahlen vernachlässigt wird. In manchen Simulationen ergibt sich auch so ein brauchbares Ergebnis.

25

30

Figur 12 zeigt die Cholesky-Zerlegung $\underline{\underline{L}}$ der Covarianzmatrix $\underline{\underline{C}}$ aus Figur 13.

Figur 13 zeigt drei Vektoren $\underline{y}$ der Länge 6 mit verfälscht
5 angenäherten 1/f-verteilten Zufallszahlen zu Zeitpunkten nach
Figur 7.

Patentansprüche

1. Verfahren zum Erzeugen wenigstens einer Folge von Zufallszahlen eines 1/f-Rauschens, das die folgenden Schritte aufweist:

- Bestimmen einer konstanten Schrittweite δ ,
- Bestimmen eines gewünschten Spektralwerts β ,
- Bestimmen der Anzahl n der zu erzeugenden Zufallszahlen eines 1/f-Rauschens,
- Bestimmen einer Intensitätskonstante $const$,
- Bilden einer Covarianzmatrix $\underline{\underline{C}}$ der Dimension $(n \times n)$, wobei je ein Element $e(i,j)$ der Covarianzmatrix $\underline{\underline{C}}$ nach der folgenden Gleichung bestimmt wird:

$$e(i,j) = const \cdot |\delta|^{\beta+1} \cdot (|i-j+1|^{\beta+1} - 2|i-j|^{\beta+1} + |i-j-1|^{\beta+1})$$

wobei $i, j = 1, \dots, n$

- Bilden der Cholesky-Zerlegung $\underline{\underline{L}}$ der Covarianzmatrix $\underline{\underline{C}}$, wobei die folgenden Schritte für jede zu erzeugende Folge von Zufallszahlen eines 1/f-Rauschens ausgeführt wird:
- Bilden eines Vektors $\underline{x}$ der Länge n aus $(0,1)$ normalverteilten Zufallszahlen,
- Erzeugen eines Vektors $\underline{y}$ der Länge n der gewünschten 1/f-verteilten Zufallszahlen durch Multiplizieren der Cholesky-Zerlegung $\underline{\underline{L}}$ mit dem Vektor $\underline{x}$.

2. Verfahren zum Erzeugen wenigstens einer Folge von Zufallszahlen eines 1/f-Rauschens, das die folgenden Schritte aufweist:

- Bestimmen der Anzahl n der zu erzeugenden Zufallszahlen eines 1/f-Rauschens,
- Bestimmen der Betrachtungszeitpunkte t_0 bis t_n der Zufallszahlen beim Bestimmen der Folge von Zufallszahlen eines 1/f-Rauschens,
- Bestimmen einer Intensitätskonstante $const$,

- Bestimmen eines gewünschten Spektralwerts β ,
- Bilden einer Covarianzmatrix $\underline{\underline{C}}$ der Dimension $(n \times n)$, wobei je ein Element $e(i,j)$ der Covarianzmatrix $\underline{\underline{C}}$ nach der folgenden Gleichung bestimmt wird:

$$e(i,j) = \text{const} \cdot \left(-|t_j - t_i|^{\beta+1} + |t_{j-1} - t_i|^{\beta+1} + |t_j - t_{i-1}|^{\beta+1} - |t_{j-1} - t_{i-1}|^{\beta+1} \right)$$

wobei $i, j = 1, \dots, n$

- Bilden der Cholesky-Zerlegung $\underline{\underline{L}}$ der Covarianzmatrix $\underline{\underline{C}}$, wobei die folgenden Schritte für jede zu erzeugende Folge von Zufallszahlen eines $1/f$ -Rauschens ausgeführt wird:
- Bilden eines Vektors $\underline{x}$ der Länge n aus $(0,1)$ normalverteilten Zufallszahlen,
- Erzeugen eines Vektors $\underline{y}$ der Länge n der gewünschten $1/f$ -verteilten Zufallszahlen durch Multiplizieren der Cholesky-Zerlegung $\underline{\underline{L}}$ mit dem Vektor $\underline{x}$.

15

3. Verfahren nach Anspruch 1 oder Anspruch 2, dadurch gekennzeichnet, daß nicht alle Elemente der Covarianzmatrix $\underline{\underline{C}}$ bestimmt werden, wobei die nicht berechneten Elemente mit dem Wert 0 besetzt werden.

20

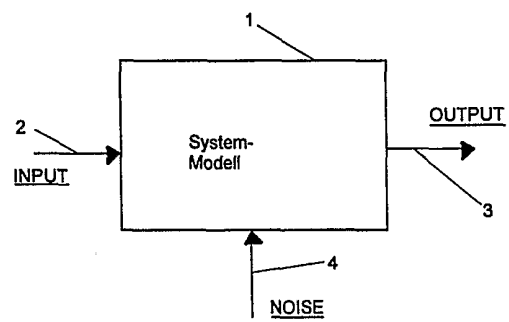
4. Verfahren zur Simulation eines technischen System, das einem $1/f$ -Rauschen unterliegt, dadurch gekennzeichnet, daß bei der Modellierung und/oder bei der Festlegung der an Eingangskanälen des Systems anliegenden Größen Zufallszahlen verwendet werden, die nach einem Verfahren gemäß den vorhergehenden Ansprüchen bestimmt worden sind.

25

5. Computerprogramm zur Bestimmung von Folgen von Zufallszahlen eines $1/f$ -Rauschens, das so ausgebildet ist, daß ein Verfahren gemäß einem der vorhergehenden Ansprüche ausführbar ist.

30

6. Datenträger mit einem Computerprogramm nach Anspruch 5.
7. Verfahren, bei dem ein Computerprogramm nach Anspruch 5
5 aus einem elektronischen Datennetz wie beispielsweise aus
dem Internet auf einen an das Datennetz angeschlossenen
Computer heruntergeladen wird.

*Fig. 1*

Bestimme β, n, const und δ bzw. t_0 bis t_n	
Bestimme Kovarianzmatrix $\underline{\underline{C}}$	
Bestimme Cholesky-Zerlegung $\underline{\underline{L}}$ von $\underline{\underline{C}}$	
für jeden gewünschten Vektor $\underline{y}$ von $1/f$ -verteilten Zufallszahlen	
	Bilde Vektor $\underline{x}$ aus Zufallszahlen, die $(0,1)$ normalverteilt sind
	$\underline{y} = \underline{\underline{L}} \cdot \underline{x}$

Fig.2

Covarianzmatrix $\underline{\underline{C}}$ (symmetrisch)

2.00	0.82	0.53	0.43	0.37	0.33
0.82	2.00	0.82	0.53	0.43	0.37
0.53	0.82	2.00	0.82	0.53	0.43
0.43	0.53	0.82	2.00	0.82	0.53
0.37	0.43	0.53	0.82	2.00	0.82
0.33	0.37	0.43	0.53	0.82	2.00

Figur 3

Cholesky-Zerlegung $\underline{\underline{L}}$ (Dreiecksmatrix)

1.41	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.58	1.28	0.00	0.00	0.00	0.00
0.38	0.47	1.27	0.00	0.00	0.00
0.30	0.27	0.45	1.27	0.00	0.00
0.26	0.21	0.26	0.44	1.27	0.00
0.23	0.18	0.20	0.25	0.43	1.26

Figur 4

x-Vektor Nr. 1

-0.35	0.39	-0.90	0.82	0.39	0.19
-------	------	-------	------	------	------

x-Vektor Nr. 2

1.72	2.24	-0.26	1.22	-0.19	-1.55
------	------	-------	------	-------	-------

x-Vektor Nr. 3

0.79	-0.46	0.53	-1.87	0.71	0.66
------	-------	------	-------	------	------

Figur 5

y-Vektor Nr. 1
-0.50 0.30 -0.11 0.64 0.62 0.44
y-Vektor Nr. 2
2.43 3.89 1.37 2.60 1.17 -0.97
y-Vektor Nr. 3
1.11 -0.13 0.76 -2.02 0.32 0.89

Figur 6

Betrachtungszeitpunkte:

t0= 0.00
t1= 0.50
t2= 0.75
t3= 1.25
t4= 2.00
t5= 3.00
t6= 3.50

Figur 7

Covarianzmatrix $\underline{\underline{C}}$ (symmetrisch)

0.70 0.17 0.22 0.24 0.25 0.10
0.17 0.25 0.17 0.14 0.13 0.57
0.22 0.17 0.70 0.39 0.31 0.12
0.24 0.14 0.39 1.29 0.66 0.22
0.25 0.13 0.31 0.66 2.00 0.48
0.10 0.57 0.12 0.22 0.48 0.70

Figur 8

Cholesky-Zerlegung $\underline{\underline{L}}$ (Dreiecksmatrix)

0.84	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.20	0.45	0.00	0.00	0.00	0.00
0.26	0.25	0.75	0.00	0.00	0.00
0.28	0.18	0.35	1.02	0.00	0.00
0.29	0.16	0.25	0.44	1.27	0.00
0.12	0.06	0.09	0.13	0.27	0.76

Figur 9

y-Vektor Nr. 1

-0.30	0.10	-0.67	0.49	0.60	0.26
-------	------	-------	------	------	------

y-Vektor Nr. 2

1.45	1.37	0.83	2.08	1.12	-0.72
------	------	------	------	------	-------

y-Vektor Nr. 3

0.66	-0.05	0.49	-1.58	0.36	0.57
------	-------	------	-------	------	------

Figur 10

Covarianzmatrix $\underline{\underline{C}}$ (symmetrisch)

0.70	0.17	0.22	0.24	0.00	0.00
0.17	0.25	0.17	0.14	0.13	0.00
0.22	0.17	0.70	0.39	0.31	0.12
0.24	0.14	0.39	1.29	0.66	0.22
0.00	0.13	0.31	0.66	2.00	0.48
0.00	0.00	0.12	0.22	0.48	0.70

Figur 11

Cholesky-Zerlegung $\underline{\underline{L}}$ (Dreiecksmatrix)

0.84	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.20	0.45	0.00	0.00	0.00	0.00
0.26	0.25	0.75	0.00	0.00	0.00
0.28	0.18	0.35	1.02	0.00	0.00
0.00	0.30	0.31	0.48	1.25	0.00
0.00	0.00	0.16	0.15	0.28	0.75

Figur 12

y-Vektor Nr. 1

-0.30	0.10	-0.67	0.49	0.74	0.24
-------	------	-------	------	------	------

y-Vektor Nr. 2

1.45	1.37	0.83	2.08	0.94	-1.08
------	------	------	------	------	-------

y-Vektor Nr. 3

0.66	-0.05	0.49	-1.59	0.01	0.49
------	-------	------	-------	------	------

Figur 13

PCT

ERKLÄRUNG ÜBER DIE NICHTERSTELLUNG EINES INTERNATIONALEN RECHERCHENBERICHTS

(Artikel 17 (2) a) und Regeln 13ter. 1 c) und 39 PCT)

Aktenzeichen des Anmelders oder Anwalts FIN 130 PCT	WICHTIGE ERKLÄRUNG	Absenddatum (Tag/Monat/Jahr) 04/02/2002
Internationales Aktenzeichen PCT/DE 01/ 03139	Internationales Anmeldedatum (Tag/Monat/Jahr) 23/08/2001	(Frühestes) Prioritätsdatum (Tag/Monat/Jahr) 28/08/2000
Internationale Patentklassifikation (IPC) oder nationale Klassifikation und IPC		G06F7/58
Anmelder INFINEON TECHNOLOGIES AG		

Die Internationale Recherchenbehörde erklärt gemäß Artikel 17(2)a), daß für die internationale Anmeldung aus den nachstehend aufgeführten Gründen **kein internationaler Recherchenbericht erstellt wird**.

1. ☒ Der Gegenstand der internationalen Anmeldung betrifft folgende Gebiete:

- a. ☐ wissenschaftliche Theorien.
- b. ☒ mathematische Theorien.
- c. ☐ Pflanzensorten.
- d. ☐ Tierarten.
- e. ☐ im wesentlichen biologische Verfahren zur Züchtung von Pflanzen und Tieren mit Ausnahme mikrobiologischer Verfahren und der mit Hilfe dieser Verfahren gewonnenen Erzeugnisse.
- f. ☐ Pläne, Regeln und Verfahren für eine geschäftliche Tätigkeit.
- g. ☐ Pläne, Regeln und Verfahren für rein gedankliche Tätigkeiten.
- h. ☐ Pläne, Regeln und Verfahren für Spiele.
- i. ☐ Verfahren zur chirurgischen oder therapeutischen Behandlung des menschlichen Körpers.
- j. ☐ Verfahren zur chirurgischen oder therapeutischen Behandlung des tierischen Körpers.
- k. ☐ Diagnostizierverfahren zur Anwendung am menschlichen oder tierischen Körper.
- l. ☐ bloße Wiedergabe von Informationen.
- m. ☐ Programme von Datenverarbeitungsanlagen, in bezug auf die die Internationale Recherchenbehörde nicht für die Durchführung einer Recherche über den Stand der Technik ausgerüstet ist.

2. ☒ Die folgenden Teile der internationalen Anmeldung entsprechen nicht den vorgeschriebenen Anforderungen so daß eine sinnvolle Recherche nicht durchgeführt werden kann:

☐ die Beschreibung ☒ die Ansprüche ☐ die Zeichnungen

3. ☐ Das Protokoll der Nucleotid- und/oder Aminosäuresequenzen entspricht nicht dem in Anlage C der Verwaltungsvorschriften vorgeschriebenen Standard, so daß eine sinnvolle Recherche nicht durchgeführt werden kann.

- ☐ Die schriftliche Form wurde nicht eingereicht bzw. entspricht nicht dem Standard.
- ☐ Die computerlesbare Form wurde nicht eingereicht bzw. entspricht nicht dem Standard.

4. Weitere Bemerkungen: **SIEHE FOLGEBLATT PCT/ISA/203**

Name und Postanschrift der Internationalen Recherchenbehörde  Europäisches Patentamt, P.B. 5818 Patentlaan 2 NL-2280 HV Rijswijk Tel. (+31-70) 340-2040 Fax: (+31-70) 340-3016	Bevollmächtigter Bediensteter Roger Thomas
---	--

WEITERE ANGABEN

PCT/ISA/ 203

Die Ansprüche beziehen sich auf eine mathematische Methode, für die eine Recherche nach Regel 39 (i) PCT nicht durchgeführt zu werden braucht. In Anbetracht dessen, dass der beanspruchte Gegenstand nur nichttechnische Sachverhalte anführt, konnte der Rechercheprüfer keine technische Aufgabe feststellen, deren Lösung eventuell eine erfinderische Tätigkeit beinhalten würde. Es war daher nicht möglich, sinnvolle Ermittlungen über den Stand der Technik durchzuführen (Art. 17(2)(a)(i) und (ii) PCT; EPÜ Richtlinien Teil B Kapitel VIII, 1-6).

Der Anmelder wird darauf hingewiesen, daß Patentansprüche auf Erfindungen, für die kein internationaler Recherchenbericht erstellt wurde, normalerweise nicht Gegenstand einer internationalen vorläufigen Prüfung sein können (Regel 66.1(e) PCT). In seiner Eigenschaft als mit, der internationalen vorläufigen Prüfung beauftragte Behörde wird das EPA also in der Regel keine vorläufige Prüfung für Gegenstände durchführen, zu denen keine Recherche vorliegt. Dies gilt auch für den Fall, daß die Patentansprüche nach Erhalt des internationalen Recherchenberichtes geändert wurden (Art. 19 PCT), oder für den Fall, daß der Anmelder im Zuge des Verfahrens gemäß Kapitel II PCT neue Patentansprüche vorlegt. Nach Eintritt in die regionale Phase vor dem EPA kann jedoch im Zuge der Prüfung eine weitere Recherche durchgeführt werden (Vgl. EPA-Richtlinien C-VI, 8.5), sollten die Mängel behoben sein, die zu der Erklärung gemäß Art. 17 (2) PCT geführt haben.