

(12) **GEBRAUCHSMUSTERSCHRIFT**

(21) Anmeldenummer: GM 131/03

(51) Int.Cl.<sup>7</sup> : **G09B 1/10**  
**G09B 19/02**

(22) Anmeldetag: 3. 3.2003

(42) Beginn der Schutzdauer: 15. 5.2004

(45) Ausgabetag: 25. 6.2004

(73) Gebrauchsmusterinhaber:

GRÜNER HAIKO DIPL.ING.  
A-1050 WIEN (AT).  
GRÜNER BRIGITTE  
A-1050 WIEN (AT).

(72) Erfinder:

GRÜNER HAIKO DIPL.ING.  
WIEN (AT).  
GRÜNER BRIGITTE  
WIEN (AT).

(54) RECHENBRETT UND STÄBCHEN ZUM RECHNEN MIT POSITIVEN UND NEGATIVEN ZAHLEN

(57) Gegenstand der vorliegenden Anmeldung ist Unterrichtsmaterial zur Veranschaulichung des Wesens der negativen Zahlen und der Grundrechnungsarten im Zahlenraum Z. Wesentliches Merkmal dieses Satzes von Materialien ist die Darstellung von negativen Zahlen als Löcher, die fehlende Dinge symbolisieren.

Materialkomponenten sind:

- Die Z-Kette zur Veranschaulichung der negativen Zahlen an sich

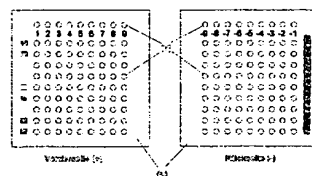
- Die Lochreihen für die Addition und Subtraktion im Zahlenraum Z

- Ein Rechenbrett (6) für die Multiplikation im Zahlenraum Z mit Bolzen (10)

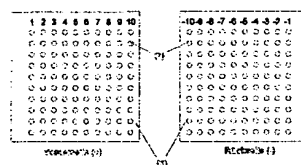
- Ein Rechenbrett (5) für die Division im Zahlenraum Z mit Bolzen (10) und Zählbolzen.

Gemeinsam ist den Rechenbrettern (5, 6) die vorzeichenrichtige Darstellung der Ergebnisse in Form von Bolzen (10), ohne dass komplizierte Regeln eingehalten werden müssen. Die Bolzen (10) sind durch ein konvexes (positives) Ende (8) und ein konkaves (negatives) Ende (9) gekennzeichnet.

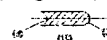
Divisionbrett



Multiplikationsbrett



Bolzen (Schritt, vergrößert)



AT 006 978 U1

**Wichtiger Hinweis:**

Die in dieser Gebrauchsmusterschrift enthaltenen Ansprüche wurden vom Anmelder erst nach Zustellung des Recherchenberichtes überreicht (§ 19 Abs.4 GMG) und lagen daher dem Recherchenbericht nicht zugrunde. In die den Recherchenbericht zugrundeliegende Fassung der Ansprüche kann beim Österreichischen Patentamt während der Amtsstunden Einsicht genommen werden.

Die vorliegende Erfindung bezieht sich auf eine neue Darstellung von negativen Zahlen im Rahmen des Unterrichts und im Besonderen auf das hierfür entwickelte Unterrichtsmaterial. Dieses stellt einen Satz von Einzelmaterialien dar, die untereinander durch die gemeinsame Idee, negative Zahlen als Löcher und positive Zahlen als Perlen (Kugeln) darzustellen, verbunden sind. Diese Beschreibung hat die Form und das Wesen des neuen Materials zum Inhalt. Die Einführung und Verwendung im Unterricht, insbesondere deren sinnvolle Reihenfolge ist nicht Inhalt dieser Schrift und wird nur insoweit berührt, als es zum Verständnis der Funktion und des Wesens unbedingt notwendig ist.

### ***Bisheriger Stand der Technik***

Die Konzeption als Ergänzung zu bekanntem Material nach Montessori erfordert eine kurze Beschreibung der bisher bekannten verwandten Unterrichtsmaterialien für das Rechnen mit ganzen Zahlen.

### **Material zum Addieren und Subtrahieren**

Montessori verwendet unter anderem Perlenstäbchen unterschiedlicher, jedoch streng definierter Farben zur Darstellung von Zahlen. Hier sind das „bunte Perlenmaterial“ und das „goldene Perlenmaterial“ nach Montessori in Betracht zu ziehen.

Beim bunten Perlenmaterial ist die Größe einer Zahl einerseits durch die Anzahl der Perlen, andererseits durch die Farbe des Stäbchens symbolisiert.

Für die Darstellung negativer Zahlen sind wiederum andersfarbige Stäbchen vorgesehen.

Durch dieses System kann zwar die Addition und Subtraktion im Zahlenraum  $\mathbb{Z}$  (ganze Zahlen) durchgeführt werden, es sind aber viele Regeln zu beachten.

### **Material zum Multiplizieren und Dividieren**

Es werden in der Montessori-Pädagogik unter anderem Multiplikationsbretter und Divisionsbretter verwendet. Diese haben ein Raster von Mulden ( $9 \times 9$  bzw.  $10 \times 10$ ), die zur Aufnahme jeweils einer Perle dienen. Durch Anfüllen von  $n$  Spalten in  $m$  Reihen kann das Produkt aus  $n$  und  $m$  gebildet und abgelesen werden. Andererseits kann durch Aufteilen von  $n$  Perlen auf  $m$  Spalten der Quotient  $n/m$  bestimmt werden. Zur Festlegung des Divisors dienen beim Divisionsbrett Spielkegel, die am oberen Rand aufgestellt werden.

### **Aufgabenstellung**

Mit den bisher bekannten Materialien können Rechenoperationen für positive Zahlen dargestellt werden. Für negative Zahlen können die Rechenoperationen Addition und Subtraktion mit Hilfe recht umfangreicher Regeln dargestellt werden, die Multiplikation und Division können nicht sinnvoll dargestellt werden.

Ziel der vorliegenden Entwicklung ist es, ein durchgehendes System von Materialien zu bieten, mit dessen Hilfe die Grundrechnungsarten für positive und negative ganze Zahlen einfach und übersichtlich veranschaulicht werden können, und das die wesentlichen Eigenschaften der negativen Zahlen nachbildet.

1. Fig. 1 Lochreihen – Draufsicht: Eine beispielhafte Darstellung der Lochreihen gemäß Anspruch 1, enthält auch eine Schnittdarstellung, die die Verwendung der bekannten Perlenstäbchen nach Montessori (strichliert dargestellt) in Verbindung mit den Lochreihen zeigt.
2. Fig. 2 Rechenbretter: Ansicht der Vorder- und Rückseite der Rechenbretter gemäß Anspruch 3 ff. Enthält auch eine (vergrößerte) Schnittdarstellung der für die Rechenbretter Verwendung findenden Bolzen gemäß Anspruch 5.

## Grundidee

Im Gegensatz zur Darstellung von negativen Zahlen mittels andersfarbigen Perlen ist der neue Grundgedanke die Darstellung durch „Löcher“, die in ihrem Wesen nach dazu geeignet sind, Perlen aufzunehmen, bzw. „fehlende“ Perlen zu symbolisieren. Außerdem kann dargestellt werden, dass gegengleiche Zahlen einander (in der Addition) aufheben. Gerade aus der Sicht der Montessori-Pädagogik ist die unmittelbare konkrete Darstellung der maßgeblichen Sachverhalte von besonderer Bedeutung, was in den nun vorgestellten Materialien für das Rechnen im Zahlenraum Z seinen Niederschlag findet.

### „Z-Kette“ - Zahlendarstellung in der Zahlengeraden

In Anlehnung an die Hunderter- oder Tausenderkette nach Montessori wird im vorliegenden Materialsystem ein Ausschnitt aus der Zahlengeraden mittels Perlen und „Löchern“ dargestellt („Z-Kette“). Die einzelnen Positionen sind etwa eine Schrittweite der Kinder voneinander entfernt, was ein Abschreiten der Zahlengeraden in den positiven und in den negativen Zahlenraum ermöglicht. Die Kinder können dadurch der Erweiterung des Zahlenstrahls mit ihrem gesamten Körper folgen. Dieses Material besteht aus einer Schnur, in deren Mitte sich eine „Nullmarkierung“ in Form einer Schleife oder eines Fähnleins befindet. Davon ausgehend sind in der einen Richtung Kugeln (etwa Holzkugeln mit Durchmesser 4cm), in der anderen Richtung Ringe („Löcher“) mit einem Innendurchmesser, der dem Kugeldurchmesser entspricht.

### „Lochreihen“ – Material zum Addieren und Subtrahieren

In Erweiterung zum bunten Perlenmaterial, bzw. als Alternative zum bereits bekannten „negativen Schlangenspiel“ nach Maria Montessori sind die „Lochreihen“ zu sehen. Diese sind gekennzeichnet durch die Tatsache, dass Lochreihen in der gleichen Farbe wie die Perlenstäbchen des bekannten Materials nach Montessori verwendet werden, um negative Zahlen darzustellen. Diese Lochreihen bestehen

1. aus aneinander gereihten Ösen oder Schlaufen (1) oder einfach
2. aus in regelmäßigen Abständen gelochten Streifen (3).

Wesentlich ist, dass der Abstand der Löcher dem Perlendurchmesser und damit dem Perlenabstand entspricht. Das Material, aus dem die Lochreihen hergestellt werden, kann beispielsweise Draht oder Kunststoff (Gestaltung gemäß Punkt 1.) oder Holz oder sogar Papier (Gestaltung gemäß Punkt 2) sein.

Wesentlich ist weiters, dass die Farbe vom bereits bekannten Farbsystem des bunten Perlenmaterials nach Montessori nicht maßgeblich abweicht.

Die Lochreihen erlauben neben der Darstellung der negativen Zahlen an sich auch die Darstellung der Tatsache, dass gleich große positive und negative Zahlen einander aufheben. Wird ein Perlenstäbchen in eine gleich lange Lochreihe gelegt „löschen“ sie einander: Die Perlen liegen in den Löchern und sind nicht mehr verfügbar, die Löcher werden von den Perlen ausgefüllt und sind nicht mehr als Loch vorhanden. In diesem Sinne kann die Lochreihe als Kern der Erfindung angesehen werden, eine Darstellung von negativen Zahlen für den Unterricht zu verwenden, die das Wesen der negativen Zahlen in verschiedener Hinsicht realitätsnah abbildet und einer Erweiterung zur Multiplikation und Division offen steht.

Die Multiplikation und Division von beliebigen Zahlen mit positivem Multiplikator und Divisor ist ebenfalls mittels Lochreihen darstellbar. Sobald aber der Multiplikator oder der Divisor negativ sind, ist eine weitere Komponente des neu entwickelten Unterrichtsmaterials notwendig.

### Multiplikationsbrett für das Rechnen im Zahlenraum Z

In Anlehnung an das Multiplikationsbrett nach Montessori und an die Idee des Lochmaterials werden die liegenden Muldenbretter durch stehende Lochplatten (6) ersetzt. Daher sprechen wir von einem Lochbrett mit zehn mal zehn zylindrischen Löchern (7). Dieses wird in einen stabilen Fuß hinein geschoben. Die Beschriftung auf der (positiven) Vorderseite entspricht genau der

bekannten Beschriftung des herkömmlichen Multiplikationsbrettes (von links nach rechts aufsteigend von 1 bis 10). Auf der Rückseite läuft die Beschriftung von rechts nach links, so dass hinter jeder Zahl der Beschriftung die Gegenzahl zu liegen kommt.

Die einzulegenden Perlen werden zu Bolzen (10), die gekennzeichnet sind durch ein positives und ein negatives Ende. Das positive Ende ist konvex ausgeführt („Perle“) (8), das negative Ende konkav („Loch“) (9).

Das Ergebnis wird immer unabhängig vom Arbeitsvorgang auf der positiven Seite der Platte abgelesen.

Werden zwei positive Zahlen miteinander multipliziert, dann steckt man die Bolzen auf der positiven Seite so in die Löcher, dass die positiven Enden sichtbar sind. Die positiven Bolzenenden werden wie die eingelegten Perlen beim bekannten Material abgezählt.

Wird eine negative Zahl mit einer positiven Zahl multipliziert, dann steckt man die Bolzen auf der positiven Seite so in die Löcher, dass die negativen Enden sichtbar sind. Nun lassen sich die negativen Bolzenenden (Löcher) abzählen, wie es das Kind von den Lochreihen gewohnt ist.

Wird eine positive Zahl mit einer negativen Zahl multipliziert, dann werden die Bolzen in die negative Seite der Lochplatte gesteckt. Wieder werden sie so platziert, dass beim Arbeiten die positive Seite sichtbar ist. Am oberen Rand kann der negative Faktor abgelesen werden. Zum Ablesen wird die Lochplatte wieder umgedreht, und die nun sichtbaren „Löcher“ abgezählt.

Werden zwei negative Zahlen miteinander multipliziert, dann steckt man die Bolzen auf der negativen Seite so in die Löcher, dass die negativen Enden sichtbar sind. Danach wird die Platte zum Ablesen umgedreht. Auf der positiven Seite sind die (positiven) Bolzenenden (Perlen) sichtbar und werden wie gewohnt abgezählt.

Durch den Arbeitsvorgang wird den Kindern klar, dass das Produkt einer positiven mit einer negativen Zahl immer negativ ist, unabhängig wie die Multiplikation ausgeführt wird, andererseits ist auch klar, dass die Multiplikation von zwei negativen Zahlen genau das gleiche Ergebnis liefern muss, wie die Multiplikation der beiden (positiven) Gegenzahlen.

### **Divisionsbrett für das Rechnen im Zahlenraum Z (5)**

Das Divisionsbrett für ganze Zahlen ist ähnlich wie das Multiplikationsbrett für ganze Zahlen aufgebaut. Ein in einen Fuß geschobenes Brett (6) mit neunmal neun Löchern (7) und einer zusätzlichen Lochreihe für die Zählbolzen, die den Spielkegeln entsprechen. Diese ist auf der positiven Seite von links nach rechts aufsteigend von 1 bis 9, auf der negativen Seite von rechts nach links von -1 bis -9 absteigend beschriftet. Die Bolzen entsprechen jenen des Multiplikationsbrettes. Hinzu kommen spezielle Zählbolzen, die den Divisor darstellen und an beiden Enden flach ausgeführt sind.

Die Reihen der positiven Seite sind nach dem Farbcode des bunten Perlenmaterials nach Montessori markiert, sodass der Betrag des Quotienten einfach abgelesen werden kann. Im Gegensatz dazu ist die Codierung auf der negativen Seite durch ein schwarzes Feld ersetzt, das ein Ablesen auf dieser Seite verhindern soll.

Die Arbeitsweise ist analog der beim Multiplikationsbrett vorgestellten, nur dass die vorhandenen Bolzen (Dividend) auf die mit Zählbolzen markierten Spalten (Divisor) aufgeteilt werden. Gleiches gilt auch für die Steckrichtung der Bolzen und für das Ablesen des Ergebnisses auf der positiven Seite.

Diese beiden letztgenannten Materialkomponenten sind weiters dadurch gekennzeichnet, dass die Ergebnisse einer Multiplikation oder Division von positiven und/oder negativen Zahlen einschließlich der Vorzeichenregelung mit nur einer „Spielregel“ (Ablesung auf der positiven Seite) ersichtlich und „begreifbar“ sind.

### **Weiteres Material**

Neben den bisher vorgestellten Materialkomponenten lässt sich die Idee der Lochdarstellung auf andere bereits bekannte Unterrichtsmaterialien anwenden:

Beim „negativen Markenspiel“ werden die Plättchen für negative Zahlen gelocht und stellen somit den Zusammenhang zum übrigen Lochmaterial her.

Bei Zahlenpfeilen werden die Pfeile für negative Zahlen ebenfalls gelocht und bieten so ein durchgängiges Prinzip.

## **Ansprüche**

1. Stäbchen aus unterschiedlich langen Körper- und Lochreihen, vorzugsweise Kugeln und Kreislöchern (1), zur Darstellung von negativen und positiven Zahlen, dadurch gekennzeichnet, dass die Löcher der Lochreihen die selbe Kontur aufweisen wie die Körperreihen (2), und die Körperreihen (positive Elemente) in den Lochreihen (negative Elemente) versenkbar sind und gleich mächtige Körper- und Lochreihen jeweils die selbe Farbe haben.
2. Rechenbretter mit rasterförmig angeordneten Öffnungen für die Durchführung von Multiplikationen (5) und Divisionen (6) in Verbindung mit Bolzen (10), gekennzeichnet dadurch, dass die Öffnungen als zylindrische durchgehende Löcher (7) ausgebildet sind und jeweils ein Ende der Bolzen (10) konkav (9) und das andere konvex (8) ausgebildet ist.
3. Rechenbretter nach Anspruch 2, dadurch gekennzeichnet dass die Rechenbretter eine Vorder- und Rückseite aufweisen, wobei die Vorderseiten mit positiven Zahlen und die Rückseiten mit negativen Zahlen beschriftet sind.
4. Rechenbretter nach Anspruch 3, dadurch gekennzeichnet dass in die zylindrischen durchgehenden Löcher (7) Bolzen (10) einsteckbar sind, wobei das konvexe Ende (8) der Bolzen (10) die positiven Zahlen symbolisiert, und das konkave Ende (9) die negativen Zahlen symbolisiert.

# Lochreihen

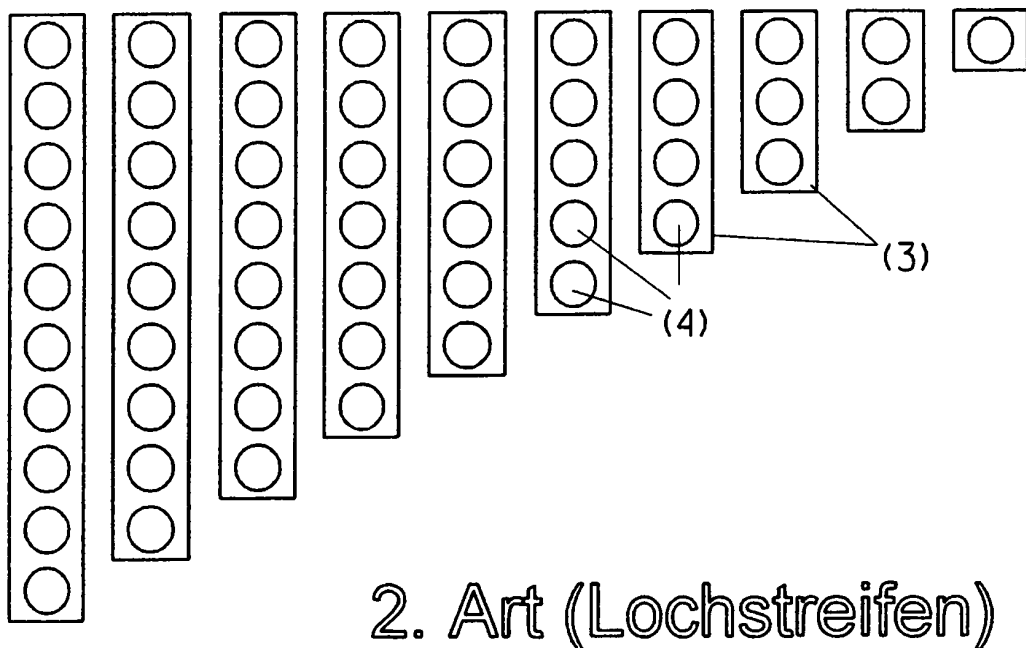
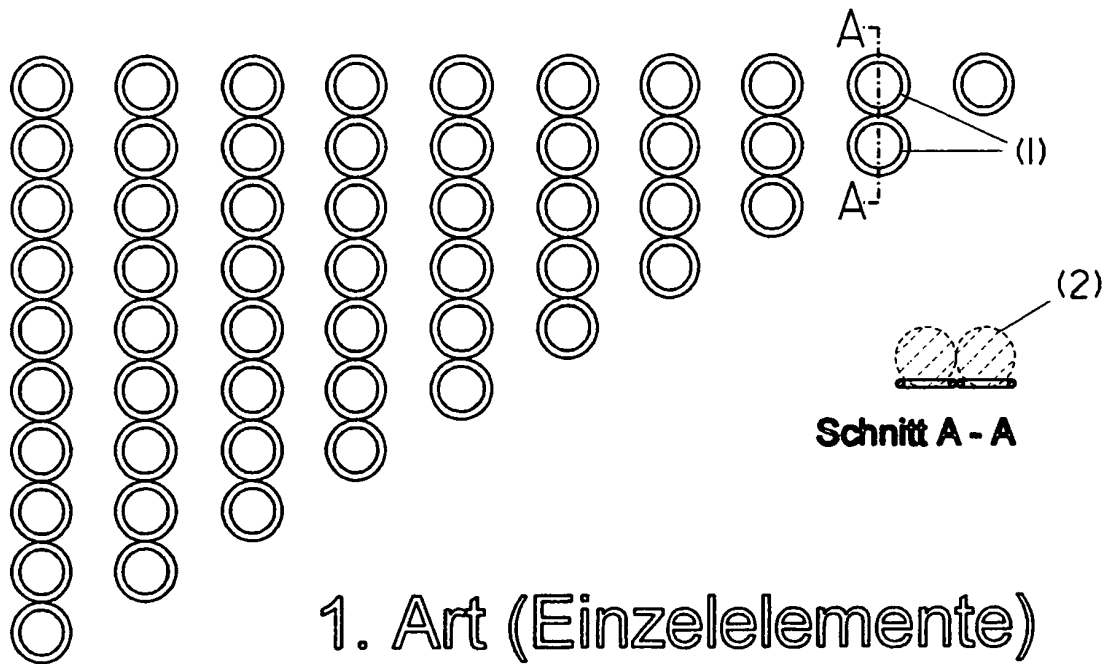
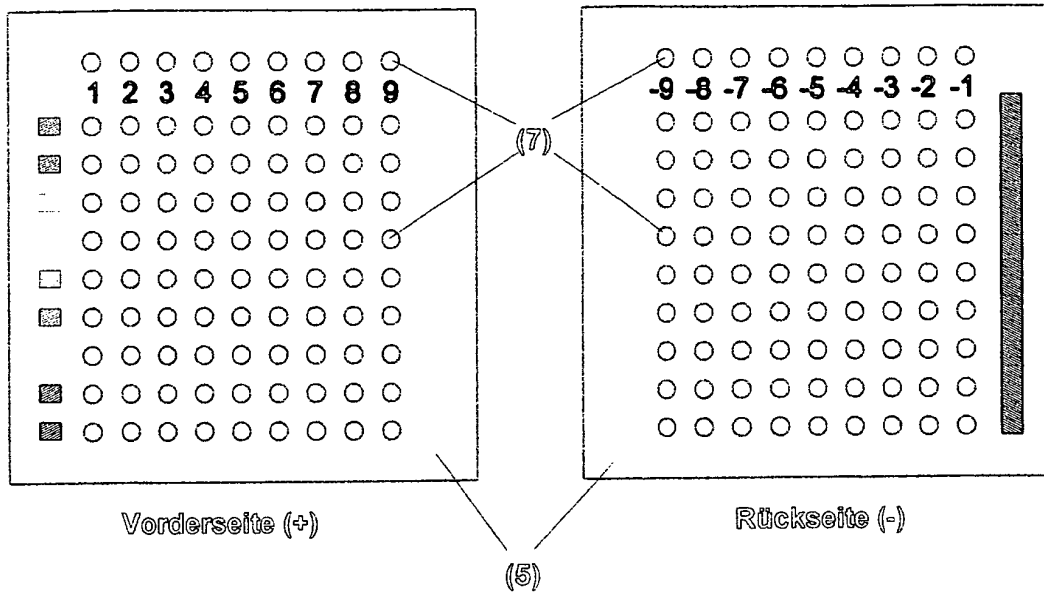
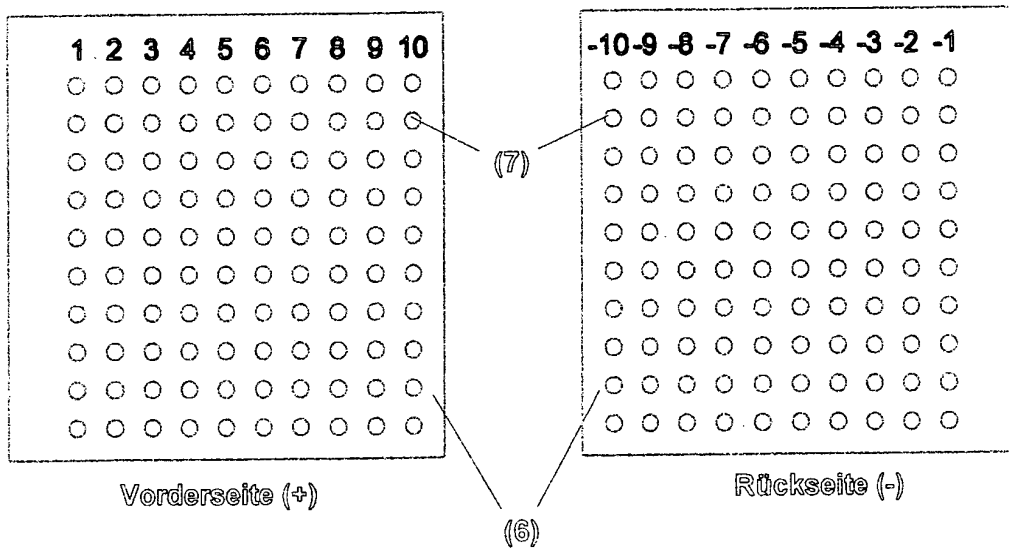


Fig. 1 Lochreihen - Draufsicht

## Divisionsbrett



## Multiplikationsbrett



## Bolzen (Schnitt, vergrößert)

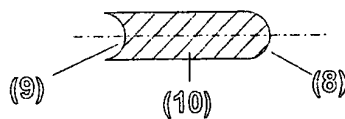


Fig. 2 - Rechenbretter





## ÖSTERREICHISCHES PATENTAMT

Recherchenbericht zu GM 131/2003

Klassifikation des Anmeldungsgegenstands gemäß IPC <sup>2</sup> : G 09 B 1/10, 19/02		
Recherchierter Prüfstoff (Klassifikation): G 09 B 1/00, 1/10, 19/02, 23/02		
Konsultierte Online-Datenbank: WPI, EPODOC, PAJ		
Dieser Recherchenbericht wurde zu den <b>am 21.05.2003 eingereichten Ansprüchen</b> erstellt. Die in der Gebrauchsmusterschrift veröffentlichten Ansprüche könnten im Verfahren geändert worden sein (§ 19 Abs. 4 GMG), sodass die Angaben im Recherchenbericht, wie Bezugnahme auf bestimmte Ansprüche, Angabe von Kategorien (X, Y, A), nicht mehr zutreffend sein müssen. In die dem Recherchenbericht zugrundeliegende Fassung der Ansprüche kann beim Österreichischen Patentamt während der Amtsstunden Einsicht genommen werden.		
Kategorie*)	Bezeichnung der Veröffentlichung: Ländercode <sup>1</sup> , Veröffentlichungsnummer, Dokumentart (Anmelder), Veröffentlichungsdatum, Textstelle oder Figur soweit erforderlich	Betreffend Anspruch
X	GB 1 483 452 A (WALKER H.), 17. August 1977 (17.08.77) Figuren 1 und 2 und Beschreibung der Figuren	2
A		1,3,4
X	EP 0 642 109 A1 (LEMOZ MELENDEZ M.), 8. März 1995 (08.03.95) Figuren 1, 5 und 10 und Beschreibung der Figuren	1
A		2-4
A	DE 41 40 767 A1 (EICHELBÖNNER B.), 17. Juni 1993 (17.06.93) das ganze Dokument	1-4
Datum der Beendigung der Recherche: 11. Dezember 2003		Prüfer(in): Dipl.-Ing. KOSKARTI
*) Bitte beachten Sie die Hinweise auf dem Erläuterungsblatt!		
<input type="checkbox"/> Fortsetzung siehe Folgeblatt		



# ÖSTERREICHISCHES PATENTAMT

## Erläuterungen zum Recherchenbericht

Die **Kategorien** der angeführten Dokumente dienen in Anlehnung an die Kategorien der Entgegenhaltungen bei EP- bzw. PCT-Recherchenberichten nur zur raschen Einordnung des ermittelten Stands der Technik. Sie stellen keine Beurteilung der Erfindungseigenschaft dar:

"A" Veröffentlichung, die den **allgemeinen Stand der Technik** definiert.

"Y" Veröffentlichung **von Bedeutung**: der Anmeldungsgegenstand kann nicht als auf erfinderischer Tätigkeit beruhend betrachtet werden, wenn die Veröffentlichung mit einer oder mehreren weiteren Veröffentlichungen dieser Kategorie in Verbindung gebracht wird und diese **Verbindung für einen Fachmann naheliegend** ist.

"X" Veröffentlichung **von besonderer Bedeutung**: der Anmeldungsgegenstand kann allein aufgrund dieser Druckschrift nicht als neu bzw. auf erfinderischer Tätigkeit beruhend betrachtet werden.

"P" Dokument, das **von besonderer Bedeutung** ist (Kategorie „X“), jedoch **nach dem Prioritätstag** der Anmeldung veröffentlicht wurde.

"&" Veröffentlichung, die Mitglied derselben **Patentfamilie** ist.

### Ländercodes:

AT = Österreich; AU = Australien; CA = Kanada; CH = Schweiz; DD = ehem. DDR; DE = Deutschland; EP = Europäisches Patentamt; FR = Frankreich; GB = Vereinigtes Königreich (UK); JP = Japan; RU = Russische Föderation; SU = Ehem. Sowjetunion; US = Vereinigte Staaten von Amerika (USA); WO = Veröffentlichung gem. PCT (WIPO/OMPI); weitere Codes siehe **WIPO ST. 3**.

Die **genannten Druckschriften** können in der Bibliothek des Österreichischen Patentamtes während der Öffnungszeiten (Montag bis Freitag von 8 bis 12 Uhr 30, Dienstag von 8 bis 15 Uhr) unentgeltlich eingesehen werden. Bei der von der Teilrechtsfähigkeit des Österreichischen Patentamtes betriebenen Kopierstelle können **Kopien** der ermittelten Veröffentlichungen bestellt werden.

Auf Bestellung gibt die von der Teilrechtsfähigkeit des Österreichischen Patentamtes betriebene Serviceabteilung gegen Entgelt zu den im Recherchenbericht genannten Patentdokumenten allfällige veröffentlichte **"Patentfamilien"** (den selben Gegenstand betreffende Patentveröffentlichungen in anderen Ländern, die über eine gemeinsame Prioritätsanmeldung zusammenhängen) bekannt.

**Auskünfte und Bestellmöglichkeit** zu diesen Serviceleistungen erhalten Sie unter der Telefonnummer

01 / 534 24 - 738 bzw. 739;

Schriftliche Bestellungen:

per FAX Nr. 01 / 534 24 – 737 oder per E-Mail an [Kopierstelle@patent.bmvit.gv.at](mailto:Kopierstelle@patent.bmvit.gv.at)