



(19) 대한민국특허청(KR)

(12) 등록특허공보(B1)

(45) 공고일자 2022년07월11일

(11) 등록번호 10-2419552

(24) 등록일자 2022년07월06일

(51) 국제특허분류(Int. Cl.)
A61C 13/00 (2017.01) A61B 34/10 (2016.01)

A61C 13/34 (2006.01) A61C 9/00 (2006.01)

(52) CPC특허분류
A61C 13/0004 (2020.05)
A61B 34/10 (2016.02)

(21) 출원번호 10-2019-7001573

(22) 출원일자(국제) 2017년06월20일

심사청구일자 2020년06월19일

(85) 번역문제출일자 2019년01월17일

(65) 공개번호 10-2019-0020756

(43) 공개일자 2019년03월04일

(86) 국제출원번호 PCT/EP2017/065147

(87) 국제공개번호 WO 2017/220619

국제공개일자 2017년12월28일

(30) 우선권주장
16175446.0 2016년06월21일
유럽특허청(EPO)(EP)

(56) 선행기술조사문헌

비특허(논문 1)*

US20090246726 A1*

JP2014529451 A*

*는 심사관에 의하여 인용된 문헌

(73) 특허권자

노벨 바이오케어 서비스스 아게

스위스 (우편번호: 8302) 클로텐 발츠 치머만-스트라쎄 7

(72) 발명자

케우스테르만스, 요하네스

벨기에, 2520 브로에쎄, 줄 페르신스트라트 31

반 립푹, 피테르

벨기에, 비-2840 룬스트, 프리스터 덴스트라트 12
(뒷면에 계속)

(74) 대리인

특허법인(유)화우

전체 청구항 수 : 총 19 항

심사관 : 정원기

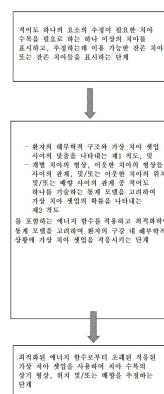
(54) 발명의 명칭 치아 수복물의 형상, 위치 및 배향 중 적어도 하나를 추정하는 방법

(57) 요약

본 발명은 환자의 하나 이상의 잔존 치아 또는 부분적으로 무치악인 환자에서 하나 이상의 결손 치아를 대체하도록 의도된 치아 수복물에 포함될 하나 이상의 치아의 형상, 위치 및/또는 배향을 추정하는 방법을 제공한다. 상기 방법은 환자의 구강 내 해부학적 상황에 가상 치아 셋업을 적응시키는 단계를 포함하고, 상기 가상 치아 셋업

(뒷면에 계속)

대표도 - 도1



은 치열궁 또는 그 세그먼트에 위치된 개별 치아의 분리된 표면 메쉬를 포함한다. 상기 가상 치아 셋업은, 상기 가상 치아 셋업에 대한 품질 척도를 나타내는 에너지 함수를 최적화하고, 주어진 치열 또는 그 세그먼트에 대해 적어도 개별 치아의 형상에 대한 확률 분포, 이웃한 치아의 형상들 사이의 관계 및/또는 이웃한 치아의 위치들 및/또는 배향들 간의 관계를 기술하는 통계 모델을 사용하여 적응된다. 상기 최적화된 에너지 함수로부터 초래된 적응된 가상 치아 셋업은 이후 형상, 위치 및/또는 배향에 대한 탐색을 추정하는데 사용된다.

(52) CPC특허분류

A61C 13/34 (2013.01)

A61C 7/002 (2013.01)

A61C 9/0046 (2013.01)

A61B 2034/108 (2016.02)

A61C 2007/004 (2013.01)

(72) 발명자

마우터스, 비일리

벨기에, 비-3010 케셀-이오, 지. 이스켄란 25/0101

몰레만스, 바우터

벨기에, 2018 안트베르펜, 라모리니에르에스트라트 106

명세서

청구범위

청구항 1

부분적으로 무치악인 환자를 위한 치아 수복물의 형상, 위치 및 배향을 컴퓨터 보조에 의해 추정하기 위한 추정 방법으로서,

- 상기 형상, 위치 및 배향의 추정이 필요한 치아 수복을 필요로 하는 하나 이상의 치아를 표시하고, 추정하는데 이용 가능한 잔존 치아 또는 잔존 치아들을 표시하는 단계;
- 상기 치아 수복을 필요로 하는 상기 하나 이상의 치아에 대응하는 치아뿐만 아니라 표시된 잔존 치아 또는 치아들에 대응하는 치아를 포함하는 가상 치아 셋업(virtual teeth setup)을 제공하는 단계로서, 상기 가상 치아 셋업은 치열궁 또는 그 세그먼트에 위치된 개별 치아의 분리된 표면 메쉬(surface mesh)를 포함하는, 상기 가상 치아 셋업을 제공하는 단계;
- 상기 표시된 잔존 치아 또는 치아들을 포함하는 상기 환자의 구강 내 영역 및 상기 치아 수복을 필요로 하는 상기 하나 이상의 치아 영역의 디지털화된 표면 메쉬를 제공하는 단계;
- 상기 가상 치아 셋업에 대한 품질 척도(measure)를 나타내는 에너지 함수를 적용하고 최적화하여 상기 환자의 구강 내 해부학적 상황에 상기 가상 치아 셋업을 적응시키는 단계로서, 상기 적응시키는 단계는 주어진 치열 또는 그 세그먼트에 대해 개별 치아의 형상에 대한 확률 분포, 이웃한 치아의 형상들 사이의 관계 및 이웃한 치아의 위치 및 배향 사이의 관계를 기술하는 통계 모델을 고려하여 상기 환자의 구강 내 영역의 상기 디지털화된 표면 메쉬의 상기 표시된 하나 이상의 잔존 치아 중 하나 이상의 치아에 상기 가상 치아 셋업을 적응시키는 단계를 포함하고, 상기 에너지 함수는 상기 환자의 해부학적 구조와 상기 적응된 가상 치아 셋업 사이의 맞춤(fit)을 표시하는 제1 척도 및 상기 통계 모델을 고려하여 상기 적응된 가상 치아 셋업의 확률을 나타내는 제2 척도를 포함하는, 상기 에너지 함수를 적용하고 최적화하여 가상 치아 셋업을 적응시키는 단계; 및
- 상기 최적화된 에너지 함수로부터 초래된 상기 적응된 가상 치아 셋업을 사용하여 상기 치아 수복물의 상기 형상, 위치 및 배향을 추정하는 단계를 포함하는, 추정 방법.

청구항 2

제1항에 있어서, 교합 접촉 지점을 한정하고 상기 적응된 가상 치아 셋업의 상기 치아의 형상을 변형시켜 상기 적응된 가상 치아 셋업에서 치아의 대합 치아 치관의 형상을 고려하여 상기 한정된 접촉 지점에서 바람직한 교합 접촉을 획득하는 후처리 단계를 포함하는, 추정 방법.

청구항 3

제1항 또는 제2항에 있어서, 치관을 라이브러리로부터 상기 적응된 가상 치아 셋업의 치아에 맞추는 단계를 포함하는, 추정 방법.

청구항 4

제1항 또는 제2항에 있어서, 상기 치아 수복물의 상기 추정된 형상, 위치 및 배향을 내보내는 단계를 포함하는, 추정 방법.

청구항 5

환자의 디지털화된 구강 내 표면으로부터 하나 이상의 치아의 형상, 위치 및 배향을 컴퓨터에 기반하여 추정하는 추정 방법으로서,

- 상기 추정을 필요로 하는 하나 이상의 치아를 표시하는 단계;
- 상기 추정을 필요로 하는 상기 하나 이상의 치아에 대응하는 치아를 포함하는 가상 치아 셋업을 제공하는 단계로서, 상기 가상 치아 셋업은 치열궁 또는 그 세그먼트에 위치된 개별 치아의 분리된 표면 메쉬를 포함하는,

상기 가상 치아 셋업을 제공하는 단계;

- 상기 추정을 필요로 하는 상기 하나 이상의 표시된 치아를 포함하는 상기 환자의 구강 내 영역의 디지털화된 표면 메쉬를 제공하는 단계;
- 상기 가상 치아 셋업에 대한 품질 척도를 나타내는 에너지 함수를 적용하고 최적화하여 상기 환자의 구강 내 해부학적 상황에 상기 가상 치아 셋업을 적응시키는 단계로서, 상기 적응시키는 단계는 주어진 치열 또는 그 세그먼트에 대해 개별 치아의 형상에 대한 확률 분포, 이웃한 치아의 형상들 사이의 관계 및 이웃한 치아의 위치 및 배향 사이의 관계를 기술하는 통계 모델을 고려하여 상기 환자의 구강 내 영역의 상기 디지털화된 표면 메쉬의 상기 하나 이상의 표시된 치아에 상기 가상 치아 셋업을 적응시키는 단계를 포함하고, 상기 에너지 함수는 상기 환자의 해부학적 구조와 상기 가상 치아 셋업 사이의 맞춤을 나타내는 제1 척도 및 상기 통계 모델을 고려하여 상기 적응된 가상 치아 셋업의 확률을 나타내는 제2 척도를 포함하는, 상기 적응시키는 단계; 및
- 상기 최적화된 에너지 함수로부터 초래된 상기 적응된 가상 치아 셋업을 사용하여 상기 적어도 하나의 치아에 대한 상기 형상, 위치 및 배향을 추정하는 단계를 포함하는, 추정 방법.

청구항 6

제5항에 있어서, 상기 적응된 가상 치아 셋업은 상기 환자의 구강 내 영역을 나타내는 디지털화된 표면 메쉬를 제공하고, 상기 하나 이상의 치아는 개별 치아의 분리된 표면 메쉬로서 이용 가능한, 추정 방법.

청구항 7

제5항 또는 제6항에 있어서, 상기 방법은 디지털 치열 교정 계획 방법의 일부인, 추정 방법.

청구항 8

제1항 또는 제5항에 있어서, 최대 중첩 지점을 반복적으로 검출하고 상기 치아 형상을 수정하여 상기 중첩을 제거함으로써 상기 적응된 가상 치아 셋업 내의 이웃한 치아들이 서로 중첩되는 것을 방지하는 후처리 단계를 포함하는, 추정 방법.

청구항 9

제1항 또는 제5항에 있어서, 상기 제1 척도는 상기 가상 치아 셋업 상의 랜드마크(landmark)와 상기 환자의 구강 내 영역의 상기 디지털화된 표면 메쉬 상의 대응하는 랜드마크 사이의 거리를 나타내는 랜드마크 쌍을 포함하는, 추정 방법.

청구항 10

제1항 또는 제5항에 있어서, 상기 제1 척도는 상기 가상 치아 셋업의 지점이 상기 환자의 구강 내 영역의 상기 디지털화된 표면 메쉬까지의 거리를 나타내는 표면 쌍을 포함하는, 추정 방법.

청구항 11

제1항 또는 제5항에 있어서, 상기 에너지 함수는 이웃한 치아의 접촉 지점 세트 사이의 거리에 대한 척도를 제공하는 접촉 지점 쌍을 포함하는, 추정 방법.

청구항 12

제1항 또는 제5항에 있어서, 상기 에너지 함수는 2개의 대 측성(contralateral) 치아의 형상, 위치 및 배향에 대해 대칭 척도를 제공하는 대칭 형상, 위치 및 배향 쌍을 포함하는, 추정 방법.

청구항 13

제1항 또는 제5항에 있어서, 상기 에너지 함수는 상기 적응된 가상 치아 셋업의 치아 상의 미리 한정된 랜드마크의 위치들 사이의 관계를 한정하는 하나 이상의 휴리스틱 규칙(heuristic rule)을 고려하는, 추정 방법.

청구항 14

제1항 또는 제5항에 있어서, 상기 에너지 함수는 상기 적응된 가상 치아 셋업의 치아 상의 미리 한정된 랜드마크

크들 사이의 거리들 사이의 관계를 한정하는 하나 이상의 휴리스틱 규칙을 고려하는, 추정 방법.

청구항 15

제1항 또는 제5항에 있어서, 상기 통계 모델은,

- 다른 거의 이상적인 치아 셋업의 디지털 표면 메쉬를 포함하는 다수의 가상 치아 셋업을 제공하는 단계로서, 상기 개별 치아는 분리된 표면 메쉬로서 이용 가능한, 상기 다수의 가상 치아 셋업을 제공하는 단계;
- 상기 다수의 가상 치아 셋업으로부터 평균 가상 치아 셋업을 계산하는 단계; 및
- 상기 다수의 가상 치아 셋업으로부터, 적어도 개별 치아의 형상에 대한 확률 분포, 이웃한 치아의 형상들 사이의 관계 및 이웃한 치아의 위치들 및 배향들 사이의 관계를 계산하는 단계

를 포함하는 트레이닝 단계를 사용하여 얻어지는, 추정 방법.

청구항 16

제15항에 있어서, 상기 가상 치아 셋업은 치아 주형(dental cast) 또는 인상(impression)의 스캔 또는 거의 이상적인 치아 셋업을 갖는 개인으로부터 얻어진 구강 내 스캔의 표면 메쉬로부터 개별 치아 표면을 추출함으로써 얻어지는, 추정 방법.

청구항 17

제1항 또는 제5항에 있어서, 상기 에너지 함수의 상기 제2 척도는 상기 개별 치아의 상기 형상, 상기 이웃한 치아의 상기 형상들 사이의 상기 관계, 및 상기 이웃한 치아의 상기 위치들 및 배향들 사이의 상기 관계에 각각 대응하는 3개의 별개의 항으로 구성된, 추정 방법.

청구항 18

제1항 또는 제5항에 있어서, 상기 에너지 함수를 적용하는 것은 상기 제1 척도와 상기 제2 척도 중 상기 하나 이상의 잔존 치아의 형상, 위치 및 배향에 대해 최적화하는 단계를 포함하는, 추정 방법.

청구항 19

제1항 또는 제5항에 있어서, 상기 에너지 함수를 적용하는 것은 상기 제2 척도의 상기 치아 수복물의 상기 형상, 위치 및 배향에 대해 최적화하는 단계를 포함하는, 추정 방법.

발명의 설명

기술 분야

[0001] 본 발명은 일반적으로 보철 중심 계획 또는 치열 교정 계획을 위한 가상 치아 셋업(virtual teeth setup)을 결정하는 방법 분야에 관한 것이다. 본 발명은 또한 구강 내 표면 스캔(intra-oral surface scan)을 세분화(segmenting)하는 방법 분야에 관한 것이다.

배경 기술

[0002] 치아는 사람의 사회적 상호 작용 및 복지에 큰 영향을 주기 때문에 결손되거나 손상된 치아를 보철로 수복하는 것은 삶의 질에 크게 영향을 미친다. 이것은 음식 섭취, 발성, 및 얼굴 하부의 형상을 유지하는 것과 같은 치아의 중요한 기능에 기인한다. 치아를 보철로 수복하기 위해 일상적으로 사용되고 신뢰성 있고 잘 확립된 기술은 치아 임플란트(dental implant)를 기반으로 한다. 치아 임플란트 기반 치료는 환자에게 최소한의 불편함과 짧은 치료 시간으로 기능적 및 심미적 결과를 타겟으로 한다. 치아 임플란트의 신중하고 상세한 계획뿐만 아니라 수술실로 계획을 옮기기 위한 적절한 도구가 전체 치료의 성공을 위한 핵심 요인이다. 종종 3D 의료 이미지를 기반으로 환자의 해부학적 구조를 정확하게 평가하는 것이 이러한 계획을 위한 전제 조건이다. 다양한 소프트웨어 시스템이 이 작업을 위해 존재한다. 이를 통해 임상(clinician)는 치아 임플란트 치료의 이미지 가이드 디지털 계획을 수립할 수 있다.

[0003] 임플란트 계획 절차의 핵심 개념은 진단용 치아 셋업이다. 치아 셋업은 환자의 해부학적 상황과 유사한 셋업에서 일반적으로 석고 모델에 배치된 치아 집합이다. 진단용 치아 셋업은 보철 수단에 의해 수복될 치아의 설계된

치관(crown)을 포함한다. 이것은 보철 치료의 결과를 예상하는 데 중요한 도구이며, 그리하여 결과에 도달하는 데 필요한 수단에 입력을 제공할 수 있다. 추가적으로 이를 통해 보철 치료의 기존의 가능성과 한계를 인식할 수 있다. 보철 수단에 의해 수복되는 치아는 기능 요구 사항 및 심미적 요구 사항 모두에 있어 이상적인(ideal) 방식으로 위치되고 형성된다. 가장 중요한 기능적 요구 사항은 치아의 기능적인 위치와 적절한 해부학적 디자인, 및 올바른 결과 교합(occlusion)이다. 심미적 요구 사항은 기존의 치아와 보철 수단에 의해 수복된 치아 간을 구별할 수 없는 것을 목적으로 한다. 가장 중요한 심미적 요구 사항은, 남아 있는 기존의 치아의 유형 및 특성과 유사한 실제 위치 및 모델링, 자연스럽게 보이는 출현 프로파일, 및 자연스럽게 보이는 유두(papillae)이다. 이러한 심미적 요구 사항은 얼굴 조직의 동적 거동, 예를 들어, 미소에 의해 향상될 수 있다.

[0004] 치과 기공소에 CAD/CAM(Computer Aided Design/Computer Aided Manufacturing)이 출현함에 따라, 치과 기술자의 상당한 양의 작업은 수동으로부터 디지털 처리 쪽으로 전환되었다. 또한 석고 모델에 수동으로 조각된 진단용 치아 셋업을 사용하는 것은 표면 스캔된 석고 모델을 사용하여 디지털 설계된 치아 셋업으로 대체되었다. 디지털 방식으로 설계된 치아 셋업은 비용 및 시간 관점에서 유리하다. 그 결과 디자인은 3차원 표면 모델로 내보내고(exported), 견본 삼아 또는 최종 수복으로 사용하기 위해 밀링되거나 또는 인쇄될 수 있다.

[0005] 관심 있는 특정 수작업 단계는 석고 치아 주형(plaster teeth cast)에서 상이한 치아를 분리하는 것이다. 이 단계는 디지털 설정에서도 필수적이다. 따라서 치과 기술자는 환자의 디지털화된 구강 내 표면의 다른 치아를 분리할 수 있어야 한다. 환자의 구강 내 디지털 표면을 분리하는 것을 일반적으로 세분화(segmentation)라고 지칭된다. 일반적으로 표면 세분화의 목적은 표면을 다수의 의미 있는 분리된 영역으로 분할하여 해부학적인 관심 구조를 묘사하는 것이다. 수동 세분화 방법은 시간이 많이 걸리고, 작업자 간 변동과 작업자 자신의 변동이 심하고, 사용자 피로가 생길 수 있으므로, 자동 또는 반-자동 표면 세분화 알고리즘이 매우 필요하다. 그리하여 (반) 자동 표면 세분화 알고리즘은 치과 기술자에게 많은 수의 응용을 용이하게 하는 필수 도구를 제공할 수 있다. 문헌에서 이미 디지털 치아 표면을 위한 다양한 (반) 자동 세분화 알고리즘을 제시하는 다수의 간행물이 존재한다. 한 예로는 "*A medial point cloud based algorithm for dental cast segmentation*" (Kustra et al., Proc. Int'l Conf. on Consumer Electronics (ICCE), pp. 331-334, 2014)이 있다. 종래 기술의 간행물에 제시된 방법은 모두 환자의 구강 내 디지털 표면을 직접 이용하는 것이다.

[0006] 치아 임플란트 계획 소프트웨어 시스템의 대부분을 통해 임상의는 이 진단용 치아 셋업을 계획 소프트웨어로 가져올(import) 수 있다. 이 경우에 진단용 치아 셋업은 진정 양방향(또는 환자 중심) 계획을 허용하므로 치료 계획 단계 동안 임상의에게 필수 입력을 제공한다. 양방향 계획은 임플란트 계획 단계에서 환자의 해부학적 정보 및 상세한 보철을 통합하는 것을 나타낸다.

[0007] 본 명세서에서, "가상 이상적인 치아 셋업(virtual ideal teeth setup)"이라는 용어는 디지털 진단 치아 셋업이라는 용어 대신에 사용된다. 이를 통해 제시된 알고리즘의 결과와 치과 기술자가 만든 치아 셋업 간을 구별할 수 있다. 나아가, 가상 이상적인 치아 셋업이라는 용어는 환자의 잔존 치아도 또한 솔루션에 포함되기 때문에 보다 넓은 의미를 갖고 있다.

[0008] 문헌에서 일부 관련 접근법이 제시되어 있다. 논문 "*Bayes reconstruction of missing teeth*" (J. Sparring et al., J. Math. Imaging Vis. 31(2-3), pp. 245-254, 2008)에서 유연성(flexibility)이 증가된 통계 형상 모델이 적용된다. 이 논문은 미리 한정된 랜드마크(landmark) 세트와 결손된 데이터 문제 접근법을 사용하여 손상된 치관의 나머지 형상 또는 이웃한 치관의 형상에 기초하여 손상된 치관의 표면을 재구성하는 방법을 제시한다. 그러나, 이 접근법이 효과적이기 위해서는 사용자가 모델을 맞추는 데 사용되는 중요한 수의 해부학적인 랜드마크를 환자의 구강 내 영역의 표면 표현 상에 나타낼 것을 요구한다.

[0009] 출원 W02008/128700은 치아 셋업을 자동 또는 반자동으로 계획하는 방법을 기술한다. 이 방법은 각 환자의 얼굴 뿐만 아니라 치료될 치아 영역의 데이터를 사용한다. 얼굴 특성뿐만 아니라 기존의 치아에 기초하여 일련의 규칙을 사용하면 초기 치아 셋업을 수정할 수 있다. 제안된 방법에서는 적어도 하나의 얼굴 사진이 필요하다. 나아가, 미리 한정된 규칙은 주관적이고 일반적으로 (예를 들어, 환자의 원천에 따라) 적용 가능하지 않을 수 있다.

[0010] US2013/282351에서, 스캔 데이터 및 모델 데이터베이스에 기초하여 가상 치아 수복을 결정하는 방법이 설명된다. 모델 데이터베이스는 각 치아 유형에 대한 다수의 파라미터화된 치아 모델을 포함한다. 가상 치아 수복은 모델 데이터베이스를 반복적으로 당해 특정 케이스에 맞추는 것에 의해 얻어진다. 정교한 모델 데이터베이스가 필요한 것으로 인해 이 방법은 계산 관점에서 보다 까다롭다.

[0011] 추정된 보철 치관 수복물의 형상 및 자세(pose)는 최적이지 아니어서, 사용자에게 의해 추가적으로 수동으로 개선될 것을 요구한다. 따라서 추가적으로 개선될 필요성을 감소시켜, 임플란트 계획 및/또는 직접 임시 수복을 위해 보철 수복을 사용할 수 있는, 하나 이상의 보철 치관 수복을 사용자에게 제공하기 위한 방법/알고리즘이 필요하다.

발명의 내용

[0012] 본 발명의 실시예의 목적은 적어도 부분적으로 무치악(edentulous)인 환자 에 대해서 치아 수복을 수행하는데 필요한 하나 이상의 정보를 추정하는 접근법을 제공하는 것이다. 본 발명의 다른 목적은 치아 수복물을 제조하는 방법을 제공하는 것이다. 본 발명의 또 다른 목적은 치아 수복물을 배치하는 방법을 제공하는 것이다. 또한, 본 발명의 목적은 적어도 부분적으로 무치악인 환자에 대한 디지털화된 구강 내 표면으로부터 적어도 하나의 치아의 형상, 위치 및 배향 중 적어도 하나의 요소를 추정하는 방법을 제공하는 것이다.

[0013] 상기 목적은 본 발명에 따른 솔루션에 의해 달성된다.

[0014] 본 발명은 환자의 하나 이상의 기존의 치아 또는 부분적으로 무치악인 환자에서 하나 이상의 결손된 치아를 대체하도록 예정된 치아 수복물에 포함될 하나 이상의 치아의 형상, 위치 및/또는 배향을 추정하는 방법에 관한 것이다. 본 방법은 바람직하게는 표면 메쉬(surface mesh) 표현을 포함하는 3D 이미지 정보, 및 특히 예를 들어 X 선 데이터, CT 스캔 데이터 및 MRI 데이터와 같은 디지털 의료 이미지 정보를 포함하는 이미지 정보를 수신하고 처리하도록 장착된 컴퓨팅 유닛의 사용을 포함한다. 상기 컴퓨팅 유닛은 입력 디바이스 및 디스플레이에 동작 가능하게 연결되는 것이 더 바람직하다. 전형적으로, 본 방법은 요구된 사용자 입력을 수신하고 상기 방법에 의해 사용되거나 생성된 이미지 정보를 포함하는 임의의 정보를 제공하기 위한 사용자 인터페이스의 사용을 포함한다.

[0015] 간략히 말하면, 본 발명의 방법은 가상 치아 셋업을 환자의 구강 내 영역의 디지털화된 표면 메쉬에 맞추는 단계를 포함하고, 상기 가상 치아 셋업은 치열궁(dental arch) 또는 그 세그먼트(segment)에 위치한 개별 치아의 분리된 표면 메쉬를 포함한다. 바람직하게는, 상기 가상 치아 셋업은, 상기 치열궁 내의 각각의 형상, 위치 및 배향을 유지하면서 다수의 구강 내 표면을 디지털화하고 상기 디지털화된 표면으로부터 개별 치아의 표면 메쉬를 분리함으로써 얻어진 다수의 가상 치아 셋업 내의 치아에 대해 계산된 평균 형상, 위치 및/또는 배향에 기초한 소위 '평균 가상 치아 셋업'이다.

[0016] 본 발명의 방법이 상기 치아 수복물에 포함될 치아 또는 치아들의 형상, 위치 및/또는 배향을 추정하는데 사용되는 경우, 상기 환자의 상기 디지털화된 구강 내 영역은 환자의 구강 내 상황에 가상 치아 셋업을 맞추기 위해 본 발명의 맞춤 알고리즘(fitting algorithm)에 의해 사용될 수 있는 적어도 하나의 잔존 치아 옆에 결손 치아의 영역을 포함한다. 맞춤 알고리즘은 결국 환자의 구강 내 상황에 매칭(matching)하여 이상적인 또는 '자연스런' 치아 셋업에 근접한 적응된 가상 치아 셋업을 제공한다. 치아 수복물에 포함될 치아 또는 치아들의 형상, 위치 및/또는 배향은 환자의 결손된 치아에 대응하는 상기 적응된 가상 치아 셋업 내 치아 또는 치아들의 형상, 위치 및/또는 배향에 기초하여 이후 추정될 수 있다. 전형적으로, 본 발명의 방법은 의사(practitioner)가 본 발명의 방법에서 제안된 추정을 육안으로 검사할 수 있도록 적응된 가상 치아 셋업의 치아를 환자의 구강 내 상황의 표면 표현에 표시하는 것을 포함한다. 환자의 구강 내 상황의 표면 표현에 이렇게 시각적으로 표현하면 특히 노벨클리니션(NobelClinician)TM과 같은 이미지 가이드 디지털 계획 시스템을 사용하여 환자의 턱에 치아 임플란트의 위치와 배향을 가상으로 계획할 때 특히 유용하다. 실제로, 최종 수복물의 치아 또는 치아들의 형상, 위치 및 배향에 대한 이러한 시각 정보를 통해 의사는 최적의 임상 결과 및 미적 결과를 고려하여 임플란트의 위치 및 배향을 계획하는 동안 이 정보를 고려할 수 있다.

[0017] 본 방법이 하나 이상의 기존의 치아의 형상, 위치 및/또는 배향을 추정하는데 사용되는 경우, 상기 환자의 디지털화된 구강 내 영역은 상기 추정이 필요한 치아를 적어도 포함해야 하지만, 상기 영역에 환자의 추가적인 치아가 존재하는 것을 맞춤 알고리즘에서 더 사용하여 추정의 정확도를 높일 수 있다. 맞춤 알고리즘은 결국 환자의 하나 이상의 기존의 치아와 매칭하는 적응된 가상 치아 셋업을 제공한다. 상기 하나 이상의 환자의 기존의 치아 각각의 형상, 위치 및/또는 배향은 상기 적응된 가상 치아 셋업에서 대응하는 치아의 각 형상, 위치 및/또는 배향에 기초하여 이후 추정될 수 있다. 흥미롭게도, 상기 적응된 가상 치아 셋업은 개별 치아의 분리된 표면 메쉬를 포함한다. 결과적으로, 상기 가상 치아 셋업은 치아를 세분화하여 표현한 환자의 구강 내 상황의 표현을 더 제공하여, 개별 치아의 위치 및 배향을 가상으로 조작할 수 있게 한다. 그리하여, 본 발명에 따른 방법은 치열 교정 개입을 계획하는데 유용한 도구를 제공한다.

- [0018] 제1 주요 양태에서, 본 발명은 환자의 구강 내 표면의 디지털화된 표현을 사용하여 부분적으로 무치악인 환자에 대한 치아 수복물의 형상, 위치 및 배향 중 적어도 하나의 요소를 추정하는 컴퓨터 보조 방법을 제공한다. 전형적으로, 본 발명의 방법은 상기 치아 수복물의 적어도 하나의 치아의 위치, 배향 및/또는 형상을 평가하는 단계를 포함한다. 본 방법은 일반적으로 다음 단계를 포함한다:
- [0019] - 상기 적어도 하나의 요소의 평가가 필요한 치아 수복을 필요로 하는 하나 이상의 치아를 표시하고, 추정하는데 이용 가능한 잔존 치아 또는 잔존 치아들을 표시하는 단계. 전형적으로, 사용자는 환자의 치열(dentition)에 대응하는 치아 차트에 따라 치아의 해부학적 명칭 또는 치아 위치를 입력함으로써 치아 수복을 필요로 하는 상기 치아 및 상기 잔존 치아를 표시할 수 있다. 특정 실시예에서, 사용자가 치아 차트의 표현에서 대응하는 치아를 선택함으로써 상기 치아를 표시할 수 있게 하는 사용자 인터페이스가 제공된다.
- [0020] - 상기 치아 수복을 필요로 하는 하나 이상의 치아에 대응하는 치아뿐만 아니라 선택된 잔존 치아 또는 치아들에 대응하는 치아를 포함하는 가상 치아 셋업을 제공하는 단계로서, 상기 가상 치아 셋업은 치열궁 또는 그 세그먼트에 위치된 개별 치아의 분리된 표면 메쉬를 포함하는, 상기 가상 치아 셋업을 제공하는 단계. 바람직하게는, 상기 가상 치아 셋업은 환자의 것과 동일한 치열에 대응한다. 상기 가상 치아 셋업은 상기 치열궁 내 그 형상, 위치 및 배향을 유지하면서 다수의 구강 내 표면을 디지털화하고 상기 디지털화된 표면으로부터 개별 치아의 표면 메쉬를 분리하는 것에 의해 얻어진 다수의 가상 치아 셋업 내 치아에 대해 계산된 평균 형상, 위치 및 배향에 기초하는 소위 평균 가상 치아 셋업인 것이 더 바람직하다. 바람직하게는, 상기 다수의 디지털화된 구강 내 표면은 지배적인 치아 통찰력을 고려하여 거의 이상적인 치아 셋업을 갖는 것으로 고려되는 개인(individual)으로부터 얻어진다.
- [0021] - 상기 선택된 잔존 치아 또는 치아들을 포함하는 상기 환자의 구강 내 영역 및 상기 치아 수복을 필요로 하는 하나 이상의 치아의 영역의 디지털화된 표면 메쉬를 제공하는 단계. 전형적으로, 환자의 구강 내 영역의 이러한 디지털화된 표면 메쉬는 환자의 치아 및 연조직의 치아 인상(impression)을 스캔하거나 이러한 인상의 주형을 스캔함으로써 얻어진다. 대안적으로, 상기 디지털화된 표면 메쉬는 예를 들어 환자의 구강 내강의 CT 스캔 데이터로부터 또는 보다 바람직하게는 구강 내 스캐너를 사용하여 상기 구강 내 영역을 스캔하는 것으로부터 의료 이미지 데이터로부터 도출된다.
- [0022] - 선택적으로, 환자의 구강 내 영역의 상기 디지털화된 표면 메쉬를 상기 가상 치아 셋업과 정렬시키는 단계. 상기 디지털화된 표면 메쉬를 상기 가상 치아 셋업과 정렬시키는 것은 상기 디지털화된 표면 메쉬의 바람직하게는 적어도 하나의 치아, 바람직하게는 적어도 두 개의 치아, 보다 바람직하게는 적어도 3개의 치아 상의 하나 이상의 랜드마크를 가상 치아 셋업의 대응하는 치아 또는 치아들 상의 하나 이상의 대응하는 랜드마크와 매칭시키는 것을 포함한다. 랜드마크들이 매칭하는 것이 가능하기 위해, 사용자는 디지털화된 표면 메쉬의 하나 이상의 치아 상에 하나 이상의 랜드마크를 표시하고, 상기 랜드마크는 가상 치아 셋업 상의 미리 한정된 랜드마크와 대응하는 것이 바람직하다. 특정 실시예에서 상기 하나의 랜드마크는 상부 치관 표면의 중간점(midpoint)이다.
- [0023] - 상기 가상 치아 셋업을 위한 품질 척도(measure)를 나타내는 에너지 함수를 적용하고 최적화하여 환자의 구강 내 해부학적 상황에 상기 가상 치아 셋업을 적용시키는 단계로서, 상기 적용시키는 단계는 주어진 치열 또는 그 세그먼트에 대해 적어도 개별 치아의 형상에 대한 확률 분포, 이웃한 치아의 형상들 사이의 관계 및/또는 이웃한 치아의 위치 및/또는 배향 사이의 관계를 기술하는 통계 모델을 고려하여 상기 환자의 구강 내 영역의 상기 디지털화된 표면 메쉬에서 상기 선택된 하나 이상의 잔존 치아 중 하나 이상의 치아에 상기 가상 치아 셋업을 적용시키는 단계를 포함하고, 상기 에너지 함수는 상기 환자의 해부학적 구조와 상기 적용된 가상 치아 셋업 사이의 맞춤을 나타내는 제1 척도 및 상기 통계 모델을 고려하여 상기 적용된 가상 치아 셋업의 확률을 나타내는 제2 척도를 포함하는, 상기 에너지 함수를 적용하고 최적화하여 상기 가상 치아 셋업을 적용시키는 단계. 전형적으로, 상기 에너지 함수를 최적화하는 것은 반복적인 공정이고, 상기 에너지 함수는 상기 환자에 대한 이상적인 치아 셋업에 근접하는 상기 최적화된 에너지 함수로부터 초래된 적용된 가상 치아 셋업을 얻기 위해 중간 가상 치아 셋업에 반복적으로 적용된다. 최적화 공정은 후속 반복들 간의 변화가 주어진 임계 값, 바람직하게는 사용자 설정 임계값 미만으로 떨어질 때까지 계속될 수 있다. 대안적으로, 최대 반복 횟수에 도달할 때까지 최적화 공정이 계속될 수 있으며, 바람직하게는 이 수는 사용자에 의해 설정된다. 특정 실시예에서, 최적화는 후속 반복들 간의 변화가 주어진 임계값, 바람직하게는 사용자 설정 임계값 미만으로 떨어질 때까지 또는 최대 반복 횟수, 바람직하게는 사용자에 의해 설정된 최대값에 도달할 때까지 중 어느 것이든 먼저 일어날 때까지 계속된다. 이 접근법은 알고리즘의 실행 시간을 제어하는 동시에 대부분의 경우에 거의 이상적인 솔루션을 얻을 수 있게 한다.

- [0024] - 상기 최적화된 에너지 함수로부터 초래된 적응된 가상 치아 셋업을 사용하여 상기 치아 수복물의 상기 형상, 위치 및 배향 중 상기 적어도 하나의 요소를 추정하는 단계. 일반적으로, 추정을 필요로 하는 치아 수복물의 치아 또는 치아들의 위치, 배향 및/또는 형상은 적응된 가상 치아 셋업의 대응하는 치아 또는 치아들의 위치, 배향 및/또는 형상으로부터 추정된다.
- [0025] 제안된 솔루션은 실제로 치아 수복물의 형상, 위치 또는 배향, 또는 이들의 조합을 추정하는 것을 허용한다. 보다 구체적으로, 본 방법은 이러한 수복에서 개별 치아 각각에 대한 형상, 위치 및/또는 배향을 추정하는 것을 허용한다. 이러한 추정은 전형적으로 상기 최적화된 에너지 함수로부터 초래된 상기 적응된 가상 치아 셋업 내의 대응하는 치아 또는 치아들의 각각의 형상, 위치 및/또는 배향에 기초한다. 전술한 바와 같이, 본 방법의 제 1 단계에서, 사용자는 형상 및/또는 위치 및/또는 배향의 추정이 필요한 하나 이상의 치아뿐만 아니라 추정을 수행하는데 사용될 수 있는 하나 이상의 잔존 치아를 표시한다. 통상적으로, 형상 및/또는 위치 및/또는 배향의 추정이 필요한 상기 치아는 상기 수복물로 대체될 환자의 결손 치아 중 하나 이상에 대응한다. 본 방법은, 상기 선택된 잔존 치아 또는 치아들을 포함하는 상기 환자의 구강 내 영역 및 상기 치아 수복을 필요로 하는 하나 이상의 치아의 영역의 디지털화된 표면 메쉬에 의해 제공되는 환자의 구강 내 상황을 고려하여 주어진 가상 치아 셋업에 대한 품질 척도로서 기능하는 에너지 함수를 공식화하는 에너지 기반 접근법을 채택한다. 에너지 함수는 당해 특정 경우에, 즉 환자의 구강 내 상황의 상기 디지털화된 표면 메쉬에 제공된 표시된 잔존 치아/치아들에 가상 치아 셋업을 적응시키도록 적용되고 최적화된다. 에너지 척도는 환자의 해부학적 구조와 가상 치아 셋업 사이의 맞춤(fit)을 나타내는 척도, 및 전술된 모델을 고려하여 가상 치아 셋업의 확률을 설명하는 척도를 적어도 포함한다. 본 발명에 따른 가상 치아 셋업 알고리즘은 임상의가 반-자동 방식으로 치아 수복을 설계할 수 있게 한다. 치아 수복물은 보철 치관, 브리지 또는 틀니(denture)일 수 있다.
- [0026] 치아 수복물에 포함될 치아 또는 치아들의 형상, 위치 및/또는 배향은 환자의 결손된 치아에 대응하는 상기 적응된 가상 치아 셋업 내의 치아 또는 치아들의 형상, 위치 및/또는 배향에 기초하여 이후 추정될 수 있다. 전형적으로, 본 발명의 방법은 의사가 본 발명의 방법에서 제안된 추정을 육안으로 검사할 수 있도록 환자의 구강 내 상황의 표면 표현에 적응된 가상 치아 셋업의 치아를 디스플레이하는 것을 포함한다. 바람직한 실시예에서, 가상 치아 셋업의 치아는 바람직하게는 상기 치아의 형상을 나타내는 병진 벡터, 회전 행렬 및 다각형 표면 메쉬 중 적어도 하나에 의해 환자의 구강 내 상황의 표면 표현과 관련하여 표현된다. 유리하게는 이 세 가지는 모두 표현에 사용된다. 이렇게 하면 표현된 치아의 유연성과 적응성이 향상된다. 실제로, 사용자가 표현된 치아의 위치, 배향 또는 형상을 수정할 수 있게 하는 사용자 인터페이스 내에서 치아를 이렇게 표현하면 임상의가 예를 들어 임플란트와 관련된 제약 사항을 고려하여 또는 환자의 개인적인 미적 선호도로 인해 제안된 솔루션에 사소한 수정을 도입할 수 있게 된다. 이러한 수정은 이후 악안면 개입을 계획하는데에 사용하거나 또는 최종 치아 수복을 설계 및/또는 생산하는데 사용하기 위해 저장될 수 있다.
- [0027] 에너지 함수의 제1 척도는 전형적으로 가상 치아 셋업 상의 랜드마크들과 환자의 구강 내 영역의 디지털화된 표면 메쉬 상의 대응하는 랜드마크 사이의 거리를 나타내는 랜드마크 향을 포함한다. 대안적으로, 상기 제1 척도는 상기 가상 치아 셋업의 지점이 환자의 구강 내 영역의 디지털화된 표면 메쉬까지의 거리를 나타내는 표면 향을 포함한다. 일 실시예에서, 표면 향은 진단용 치아 셋업으로부터 도출된다. 유리하게는, 상기 에너지 함수의 상기 제1 척도는 랜드마크 및 표면 향을 모두 포함한다.
- [0028] 에너지 함수의 제2 척도는 전형적으로 통계 모델의 3개의 가능한 구성 부분 각각에 대해 하나씩 모두 3개의 개별 향으로 구성되며, 상기 향들은 개별적인 치아의 형상에 대한 확률 분포, 이웃한 치아의 형상들 사이의 관계, 및/또는 이웃한 치아의 위치들 및/또는 배향들 사이의 관계를 각각 고려한다.
- [0029] 에너지 함수는 이웃한 치아의 접촉 지점 세트 사이의 거리에 대한 척도를 제공하는 접촉 지점 향을 더 포함할 수 있다.
- [0030] 특정 실시예에서, 에너지 함수는 또한 2개의 대측성(contralateral) 치아의 위치 및/또는 배향에 대한 대칭 척도를 제공하는 대칭 자세 향을 더 포함한다. 에너지 함수는 2개의 대측성 치아의 형상에 대한 대칭 척도를 제공하는 대칭 형상 향을 더 포함할 수 있다.
- [0031] 유리하게는, 에너지 함수는 상기 가상 치아 셋업의, 바람직하게는 적응된 가상 치아 셋업의 치아 상에 미리 한정된 랜드마크들의 위치들 사이의 관계를 한정하는 하나 이상의 휴리스틱 규칙(heuristic rule)을 고려한다. 유리하게는, 상기 에너지 함수는 상기 가상 치아 셋업의, 바람직하게는 적응된 가상 치아 셋업의 치아 상에 미리 한정된 랜드마크들 사이의 거리들 사이의 관계를 한정하는 하나 이상의 휴리스틱 규칙을 고려한다.

- [0032] 치아 수복을 설계할 때 고려해야 할 중요한 요소는 수복물과 대합 치아(antagonist teeth) 사이의 교합이고, 이를 고려하면, 에너지 함수는 치아가 대합 치아 표면과 중첩하는 것을 불리하게(penalize)하는 대합 치아 중첩량을 더 포함할 때 유리하다.
- [0033] 또 다른 실시예에서, 본 방법은 최대 중첩 지점을 반복적으로 검출하고 상기 중첩 치아의 형상을 수정하여 상기 중첩 부분을 제거함으로써 이웃한 치아들이 서로 중첩하지 않도록 하는 제1 후처리 단계를 포함한다.
- [0034] 또 다른 실시예에서, 본 방법은 교합 접촉 지점을 한정하고 상기 한정된 접촉 지점에서 상기 치아의 형상을 변형시켜 원하는 교합 접촉을 달성함으로써 상기 적응된 가상 치아 셋업 내 치아의 대합 치아 치관의 형상을 고려하는 제2 후처리 단계를 포함한다.
- [0035] 또 다른 실시예에서, 본 방법은 라이브러리로부터 적응된 가상 치아 셋업의 하나 이상의 치아에 하나 이상의 대응하는 치관을 맞추는 단계를 포함한다. 치아 수복물에 포함될 치아에 대응하는 적응된 가상 치아 셋업의 치아에 이러한 라이브러리 치아를 맞추면, 최적화 절차에서 손실되었을 수 있는 특정 해부학적 치아의 상세가 개별 치아의 형상을 묘사하는 통계 모델에 의해 캡처되지 않을 때, 이 특정 해부학적 치아의 상세를 되찾을 수 있다는 장점이 있다.
- [0036] 일 실시예에서, 추정하는 방법은 형상, 위치 및 배향 중 적어도 하나의 요소의 획득된 추정에 기초하여 치아 임플란트 기반 치료를 계획하는 단계를 포함한다.
- [0037] 유리하게는, 본 방법은 치아 수복물의 추정된 적어도 하나의 요소를 내보내는 단계를 포함한다. 본 방법은 바람직하게는 치아 수복물의 내보내진 추정된 적어도 하나의 요소에 기초하여 치아 수복물 또는 그 일부를 생산하는 단계를 포함한다.
- [0038] 또 다른 양태에서, 본 발명은, 치아 수복을 수행하는 방법으로서, 형상, 위치 및 배향 중 적어도 하나의 요소를 전술한 방법으로부터 추정하는, 상기 치아 수복을 수행하는 방법에 관한 것이다.
- [0039] 또 다른 양태에서, 본 발명은 실행 시 이전에 기술된 방법을 수행하는 명령을 포함하는 프로그램 가능한 장치 상에서 실행 가능한 프로그램에 관한 것이다.
- [0040] 또 다른 양태에서, 본 발명은, 치아 수복물을 제조하는 방법으로서, 전술된 방법으로 치아 수복물의 형상, 위치 및 배향 중 적어도 하나의 요소를 추정하는 단계, 및 추정된 적어도 하나의 요소를 사용하여 치아 수복물을 제조하는 단계를 포함하는, 상기 치아 수복물을 제조하는 방법에 관한 것이다. 또 다른 양태에서, 본 발명은 이 방법으로 제조된 치아 수복물에 관한 것이다.
- [0041] 또 다른 양태에서, 본 발명은, 치아 수복물을 배치하는 방법으로서, 설명된 방법으로 상기 치아 수복물의 형상, 위치 및 배향 중 적어도 하나의 요소를 추정하는 단계, 및 상기 추정된 적어도 하나의 요소를 사용하여 치아 수복물을 배치하는 단계를 포함하는, 상기 치아 수복물을 배치하는 방법에 관한 것이다.
- [0042] 제2 주요 양태에서, 본 발명은 환자의 디지털화된 구강 내 표면으로부터 하나 이상의 치아의 형상, 위치 및 배향 중 적어도 하나의 요소를 추정하기 위한 컴퓨터 기반 방법을 제공한다. 본 방법은 다음 단계를 포함한다:
- [0043] - 상기 추정을 필요로 하는 하나 이상의 치아를 표시하는 사용자 입력을 수신하는 단계. 전형적으로, 사용자는 환자의 치열에 대응하는 치아 차트에 따라 치아의 해부학적 명칭 또는 치아 위치를 입력함으로써 상기 치아를 표시할 수 있다. 특정 실시예에서, 사용자가 치아 차트의 표현에서 대응하는 치아를 선택함으로써 상기 치아를 표시할 수 있게 하는 사용자 인터페이스가 제공된다.
- [0044] - 상기 추정을 필요로 하는 상기 하나 이상의 치아에 대응하는 치아를 포함하는 가상 치아 셋업을 제공하는 단계로서, 상기 가상 치아 셋업은 치열궁 또는 그 세그먼트에 위치한 개별 치아의 분리된 표면 메쉬를 포함하는, 상기 가상 치아 셋업을 제공하는 단계. 바람직하게는, 상기 가상 치아 셋업은 환자의 것과 동일한 치열에 대응한다. 상기 가상 치아 셋업은 상기 치열궁 내의 형상, 위치 및 배향을 유지하면서 다수의 구강 내 표면을 디지털화하고 상기 디지털화된 표면으로부터 개별 치아의 표면 메쉬를 분리하는 것에 의해 획득된 다수의 가상 치아 셋업 내 치아에 대해 계산된 평균 형상, 위치 및 배향에 기초하는 소위 평균 가상 치아 셋업인 것이 더 바람직하다. 바람직하게는, 상기 다수의 디지털화된 구강 내 표면은 지배적인 치아 통찰력을 고려하여 거의 이상적인 치아 셋업을 갖는 것으로 고려되는 개인으로부터 얻어진다.
- [0045] - 상기 추정을 필요로 하는 상기 하나 이상의 표시된 치아를 포함하는 상기 환자의 구강 내 영역의 디지털화된 표면 메쉬를 제공하는 단계. 전형적으로, 환자의 구강 내 영역의 이러한 디지털화된 표면 메쉬는 환자의 치아

및 연조직의 치아 인상을 스캔하거나 이러한 인상의 주형을 스캔함으로써 얻어진다. 대안적으로, 상기 디지털화된 표면 메쉬는 예를 들어 환자의 구강 내강의 CT 스캔 데이터로부터 또는 보다 바람직하게는 구강 내 스캐너를 사용하여 상기 구강 내 영역을 스캔하는 것으로부터 의료 이미지 데이터로부터 도출된다.

[0046] - 선택적으로, 환자의 구강 내 영역의 상기 디지털화된 표면 메쉬를 상기 가상 치아 셋업과 정렬시키는 단계. 상기 디지털화된 표면 메쉬를 상기 가상 치아 셋업과 정렬시키는 단계는 바람직하게는 상기 디지털화된 표면 메쉬의 적어도 하나의 치아, 바람직하게는 적어도 두 개의 치아, 보다 바람직하게는 적어도 3개의 치아 상의 하나 이상의 랜드마크를 가상 치아 셋업의 대응하는 치아 또는 치아들 상의 하나 이상의 대응하는 랜드마크와 매칭하는 단계를 포함한다. 랜드마크들이 매칭하는 것이 가능하기 위해, 사용자는 디지털화된 표면 메쉬의 하나 이상의 치아 상에 하나 이상의 랜드마크를 표시하고, 상기 랜드마크는 가상 치아 셋업 상에 미리 한정된 랜드마크에 대응하는 것이 바람직하다. 특정 실시예에서 상기 하나의 랜드마크는 상부 치관 표면의 중간점이다.

[0047] - 상기 가상 치아 셋업에 대한 품질 척도를 나타내는 에너지 함수를 적용하고 최적화하여 환자의 구강 내 해부학적 상황에 상기 가상 치아 셋업을 적응시키는 단계로서, 상기 적응시키는 단계는 주어진 치열 또는 그 세그먼트에 대해 개별적인 치아의 적어도 형상에 대한 확률 분포, 이웃한 치아들의 형상들 사이의 관계 및/또는 이웃한 치아의 위치 및/또는 배향 사이의 관계를 기술하는 통계 모델을 고려하여 상기 환자의 구강 내 영역의 상기 디지털화된 표면 메쉬 내 상기 하나 이상의 표시된 치아에 상기 가상 치아 셋업을 적응시키는 단계를 포함하고, 상기 에너지 함수는 상기 환자의 해부학적 구조와 상기 가상 치아 셋업 사이의 맞춤을 나타내는 제1 척도 및 상기 통계 모델을 고려하여 상기 적응된 가상 치아 셋업의 확률을 나타내는 제2 척도를 포함하는, 상기 에너지 함수를 적용하고 최적화하여 가상 치아 셋업을 적응시키는 단계. 전형적으로, 상기 에너지 함수를 최적화하는 것은 반복적인 공정이며, 상기 에너지 함수는 상기 환자에 대한 이상적인 치아 셋업에 근접하는 상기 최적화된 에너지 함수로부터 초래된 적응된 가상 치아 셋업을 얻기 위해 중간 가상 치아 셋업에 반복적으로 적용된다. 최적화 공정은 후속 반복들 간의 변화가 주어진 임계 값, 바람직하게는 사용자 설정 임계 값 미만으로 떨어질 때까지 계속될 수 있다. 대안적으로, 최대 반복 횟수, 바람직하게는 사용자에게 의해 설정된 수에 도달할 때까지 최적화 공정이 계속될 수 있다. 특정 실시예에서, 최적화는 후속 반복들 간의 변화가 주어진 임계치, 바람직하게는 사용자 설정 임계 값 아래로 떨어질 때까지 또는 최대 반복 횟수, 바람직하게는 사용자에게 의해 설정된 상기 최대값에 도달할 때까지 중 어느 것이든 먼저 일어날 때까지 계속된다. 이 접근법은 알고리즘의 실행 시간을 제어하는 동시에 대부분의 경우에 거의 이상적인 솔루션을 얻을 수 있게 한다.

[0048] - 상기 최적화된 에너지 함수에 따라 상기 적응된 가상 치아 셋업을 사용하여 상기 적어도 하나의 치아에 대한 상기 형상, 위치 및 배향의 상기 적어도 하나의 요소를 추정하는 단계. 통상적으로, 추정을 필요로 하는 상기 치아 또는 치아들의 위치, 배향 및/또는 형상은 적응된 가상 치아 셋업의 대응하는 치아 또는 치아들의 위치, 배향 및/또는 형상으로부터 추정된다.

[0049] 제안된 접근법은 환자의 디지털화된 구강 내 상황에 맞는 가상 치아 셋업이라고도 지칭되는 개별 치아를 갖는 템플릿 치열공을 사용한다. 결과적으로, 얻어진 적응된 가상 치아 셋업은 환자의 구강 내 영역을 나타내는 디지털화된 표면 메쉬를 제공하고, 여기서 상기 하나 이상의 치아는 개별 치아의 분리된 또는 세분화된 표면 메쉬로서 이용 가능하다. 이것은 여러 가지 장점이 있다. 첫째, 전체 치관 정보가 이용 가능한 반면, 종래 기술의 방법에 의해 얻어진 세분화 결과는 간극(interstices)의 레벨에서 정보가 부족하다. 이들 종래 기술의 방법 중 일부는 별도의 단계에서 간극에서 치관의 형상을 추정하려고 시도한다. 그러나, 본 발명에 따른 접근법은 단일 단계에서 간극에서 형상을 추정할 수 있다. 또한 제안된 기술의 특성으로 인해 이 추정은 광범위한 치관 트레이닝 데이터 세트로부터 얻은 지식을 기반으로 한다. 둘째, 본 발명은 디지털화 기술에 기인한 디지털 구강 내 표면 스캔에 존재하는 결함, 예를 들어, 구멍, 교차점 등에 강인하다(robust). 셋째, 이 방법은 형상, 위치 및 배향을 상기 적응된 가상 치아 셋업 내의 각 치아에 제공할 수 있으며, 이는 추가적인 응용, 예를 들어, 치열 교정에 매우 유용할 수 있다. 가상 치아 셋업은 치아가 부분적으로 세분화된 환자의 구강 내 상황 또는 일부의 표현을 제공하고, 이는 개별 치아의 위치 및 배향을 가상으로 조작할 수 있게 한다. 그리하여 이 방법은 치열 교정 개입을 계획하는데 유용한 도구를 제공한다.

[0050] 이 제2 주요 양태에 따른 방법에서 사용되는 에너지 함수의 제1 척도는 전형적으로 가상 치아 셋업 상의 랜드마크와 환자의 구강 내 영역의 디지털화된 표면 메쉬 상의 대응하는 랜드마크 사이의 거리를 나타내는 랜드마크 향을 포함한다. 대안적으로, 상기 제1 척도는 상기 가상 치아 셋업의 지점이 환자의 구강 내 영역의 디지털화된 표면 메쉬까지의 거리를 나타내는 표면 향을 포함한다. 일 실시예에서, 표면 향은 진단용 치아 셋업으로부터 유도된다. 유리하게는, 에너지 함수의 상기 제1 척도는 랜드마크 및 표면 향을 모두 포함한다.

- [0051] 이 제2 주요 양태에 따른 방법에서 사용된 에너지 함수의 제2 척도는 전형적으로 통계 모델의 3개의 가능한 구성 부분 각각에 대해 하나씩 모두 3개의 별개의 향으로 구성되고, 상기 향들은 개별 치아의 형상에 대한 확률 분포, 이웃한 치아의 형상들 사이의 관계들 및/또는 이웃한 치아들의 위치들 및/또는 배향들 사이의 관계를 각각 고려할 수 있다.
- [0052] 에너지 함수는 이웃한 치아들의 접촉 지점 세트 사이의 거리에 대한 척도를 제공하는 접촉 지점 향을 더 포함할 수 있다.
- [0053] 이 제2 주요 양태에 따른 방법의 특정 실시예에서, 에너지 함수는 또한 2개의 대측성 치아의 위치 및/또는 배향에 대해 대칭 척도를 제공하는 대칭 자세 향을 더 포함한다. 에너지 함수는 두 대측성 치아의 형상에 대한 대칭 척도를 제공하는 대칭 형상 향을 더 포함할 수 있다.
- [0054] 유리하게는, 이 제2 주요 양태에 따른 방법에서 사용되는 에너지 함수는 상기 가상 치아 셋업의, 바람직하게는 적용된 가상 치아 셋업의 치아 상에 미리 한정된 랜드마크들의 위치들 사이의 관계를 한정하는 하나 이상의 휴리스틱 규칙을 고려한다. 유리하게는, 에너지 함수는 상기 가상 치아 셋업의, 바람직하게는 적용된 가상 치아 셋업의 치아 상에 미리 한정된 랜드마크들 사이의 거리들 사이의 관계를 한정하는 하나 이상의 휴리스틱 규칙을 고려한다.
- [0055] 다른 실시예에서, 이러한 제2 주요 양태에 따른 방법은 최대 중첩 지점을 반복적으로 검출하고 상기 중첩하는 치아의 형상을 수정하여 상기 중첩 부분을 제거함으로써 이웃한 치아들이 서로 중첩하지 않도록 하는 제1 후처리 단계를 포함한다.
- [0056] 본 발명의 제1 및 제2 양태의 방법에 사용되는 통계 모델은 전형적으로 트레이닝 단계를 수행함으로써 구성된다. 상기 트레이닝 단계는 바람직하게는 다음 단계들을 포함한다:
- [0057] - 바람직하게는 거의 이상적인 치아 셋업을 각각 갖는 다른 개인으로부터 얻어진 치아 셋업의 디지털 표면 메쉬의 집합에 대응하는 다수의 가상 치아 셋업을 제공하는 단계. 상기 가상 치아 셋업에서 개별 치아는 분리된 표면 메쉬로서 이용 가능한 것이 더 바람직하다.
- [0058] - 상기 다수의 가상 치아 셋업으로부터 평균 가상 치아 셋업을 계산하는 단계. 바람직하게는, 상기 가상 치아 셋업은 상기 평균 셋업을 계산하기 전에 동일한 참조 프레임(reference frame)과 정렬된다.
- [0059] - 상기 다수의 가상 치아 셋업으로부터 적어도 개별 치아의 형상에 대한 확률 분포, 이웃한 치아들의 형상들 사이의 관계 및/또는 이웃한 치아들의 위치들 및/또는 배향들 사이의 관계를 계산하는 단계.
- [0060] 트레이닝 단계에서 사용되는 상기 다수의 가상 치아 셋업은 전형적으로 동일한 치열을 공유하는 상이한 개별 치아 및 연조직의 치아 인상을 스캔하거나 이러한 인상의 주형을 스캔함으로써 제1 단계에서 얻어진다. 대안적으로, 상기 다수의 가상 치아 셋업은 예를 들어 상이한 개인의 구강 내강의 CT 스캔 데이터로부터 또는 보다 바람직하게는 구강 내 스캐너를 사용하여 치열구를 스캔하는 것으로부터 의료 이미지 데이터로부터 도출된다. 바람직하게는, 상기 개인은 지배적인 치아 통찰력에 따라 거의 이상적인 치아 셋업을 갖는 것으로 고려된다. 이후, 개별 치아 표면은 상이한, 바람직하게는 거의 이상적인, 치아 셋업의 상기 다수의 디지털 표면 메쉬를 얻기 위해 획득된 표면 표현으로부터 세분화되고, 개별 치아는 분리된 표면 메쉬로서 이용 가능하다. 바람직하게는, 최종 단계에서, 상기 디지털 표면 메쉬의 간극을 검사하고, 필요하다면 상기 간극 레벨에서 완료된다.
- [0061] 본 발명의 제1 및 제2 주요 양태에 따른 상기 방법은 직선 탐색 방법(line search method)을 사용하여 에너지 함수를 최적화하는 단계를 포함하는 것이 더 바람직하다.
- [0062] 본 발명의 다른 양태는 하기 항목에 관한 것이다.
- [0063] A. 적어도 부분적으로 무치악인 환자를 위한 치아 수복물의 형상, 위치 및 배향 중 적어도 하나의 요소를 추정하는 방법으로서,
- [0064] - 상기 치아 수복물의 상기 적어도 하나의 요소의 추정을 필요로 하는 치아 또는 치아들을 선택하고, 추정하는 데 이용 가능한 잔존 치아 또는 치아들을 선택하는 단계;
- [0065] - 상기 하나 이상의 잔존 치아 및 상기 치아 수복을 필요로 하는 적어도 하나의 치아를 포함하는 가상 치아 셋업의 품질 척도를 나타내는 에너지 함수를 적용하여 상기 환자의 상기 선택된 하나 이상의 잔존 치아 중 하나 이상의 치아에 상기 가상 치아 셋업을 적용시키는 단계로서, 상기 적용시키는 단계는 상기 가상 치아 셋업의 개별적인 치아의 형상, 상기 가상 치아 셋업의 이웃한 치아의 형상들 사이의 관계 및/또는 상기 가상 치아 셋업의

이웃한 치아의 위치 및/또는 배향 사이의 관계 중 적어도 하나를 기술하는 통계 모델을 고려하여 이루어지고, 상기 에너지 함수는 상기 환자의 해부학 구조와 상기 가상 치아 셋업 사이의 맞춤을 나타내는 제1 척도 및 상기 통계 모델을 고려하여 상기 가상 치아 셋업의 확률을 나타내는 제2 척도를 포함하는, 상기 에너지 함수를 적용하여 상기 가상 치아 셋업을 적응시키는 단계; 및

- [0066] - 상기 에너지 함수로부터 초래된 상기 치아 수복물의 상기 형상, 위치 및 배향 중 상기 적어도 하나의 요소를 추정하는 단계를 포함하는, 추정 방법.
- [0067] 특히, 본 발명의 항목 A는, 부분적으로 무치악인 환자를 위한 치아 수복물의 형상, 위치 및 배향 중 적어도 하나의 요소를 추정하기 위한 컴퓨터 보조 방법으로서,
- [0068] - 상기 적어도 하나의 요소의 추정이 필요한 치아 수복을 필요로 하는 하나 이상의 치아를 표시하고, 추정하는 데 이용 가능한 잔존 치아 또는 잔존 치아들을 표시하는 단계;
- [0069] - 상기 치아 수복을 필요로 하는 하나 이상의 치아에 대응하는 치아뿐만 아니라 상기 선택된 잔존 치아 또는 치아들에 대응하는 치아를 포함하는 가상 치아 셋업을 제공하는 단계로서, 상기 가상 치아 셋업은 치열궁 또는 그 세그먼트에 위치된 개별 치아의 분리된 표면 메쉬를 포함하는, 상기 가상 치아 셋업을 제공하는 단계;
- [0070] - 상기 선택된 잔존 치아 또는 치아들을 포함하는 상기 환자의 구강 내 영역 및 상기 치아 수복을 필요로 하는 하나 이상의 치아의 영역의 디지털화된 표면 메쉬를 제공하는 단계;
- [0071] - 상기 가상 치아 셋업에 대한 품질 척도를 나타내는 에너지 함수를 적용하고 최적화하여 환자의 구강 내 해부학적 상황에 상기 가상 치아 셋업을 적응시키는 단계로서, 상기 적응시키는 단계는 주어진 치열 또는 그 세그먼트에 대해 적어도 개별 치아의 형상에 대한 확률 분포, 이웃한 치아의 형상 사이의 관계 및/또는 이웃한 치아의 위치 및/또는 배향 사이의 관계를 기술하는 통계 모델을 고려하여 상기 환자의 구강 내 영역의 상기 디지털화된 표면 메쉬에서 상기 선택된 하나 이상의 잔존 치아 중 하나 이상의 치아에 상기 가상 치아 셋업을 적응시키는 것을 포함하고, 상기 에너지 함수는 상기 환자의 해부학적 구조와 상기 적응된 가상 치아 셋업 사이의 맞춤을 나타내는 제1 척도 및 상기 통계 모델을 고려하여 상기 적응된 가상 치아 셋업의 확률을 나타내는 제2 척도를 포함하는, 상기 에너지 함수를 적용하고 최적화하여 상기 가상 치아 셋업을 적응시키는 단계; 및
- [0072] - 상기 최적화된 에너지 함수로부터 초래된 적응된 가상 치아 셋업을 사용하여 상기 치아 수복물의 상기 형상, 위치 및 배향 중 상기 적어도 하나의 요소를 추정하는 단계를 포함하는, 상기 추정 방법에 관한 것이다.
- [0073] B. 항목 A에 있어서, 상기 에너지 함수의 상기 제2 척도는, 상기 개별 치아의 상기 형상, 상기 이웃한 치아의 상기 형상들 사이의 상기 관계 및/또는 상기 이웃한 치아의 상기 위치 및/또는 배향 사이의 상기 관계에 각각 대응하는 3개의 별개의 항으로 구성된, 추정 방법.
- [0074] C. 항목 A 또는 항목 B에 있어서, 상기 가상 치아 셋업 각각에 상태가 할당되고, 상기 상태는 활성(active), 비활성(passive) 또는 유힬(idle) 상태인, 추정 방법.
- [0075] D. 항목 A 내지 항목 C 중 어느 한 항목에 있어서, 최대 중첩 지점을 반복적으로 검출하고 상기 치아 형상을 수정하여 상기 중첩 부분을 제거함으로써 이웃한 치아들이 서로 중첩되지 않도록 하는 후처리 단계를 포함하는, 추정 방법.
- [0076] E. 항목 A 내지 항목 D 중 어느 한 항목에 있어서, 교합 접촉 지점을 한정하고 상기 치아의 상기 형상을 변형시켜 상기 한정된 접촉 지점에서 완전한 교합 접촉을 얻음으로써 대합 치아 치관의 형상을 고려하도록 하는 후처리 단계를 포함하는, 추정 방법.
- [0077] F. 항목 A 내지 항목 E 중 어느 한 항목에 있어서, 라이브러리로부터 치관을 맞추는 단계를 포함하는, 추정 방법.
- [0078] G. 항목 A 내지 항목 F 중 어느 한 항목에 있어서, 형상, 위치 및 배향 중 적어도 하나의 요소에 대해 획득된 추정치에 기초하여 치아 임플란트 기반 치료를 계획하는 단계를 포함하는, 추정 방법.
- [0079] H. 항목 A 내지 항목 G 중 어느 한 항목에 있어서, 상기 치아 수복물의 상기 추정된 적어도 하나의 요소를 내보내는 단계를 포함하는, 추정 방법. 선택적으로, 이 단계는 상기 치아 수복물의 상기 내보내진 추정된 적어도 하나의 요소에 기초하여 상기 치아 수복물을 제조하는 단계를 포함한다.
- [0080] I. 치아 수복을 수행하는 방법으로서, 항목 A 내지 항목 H 중 어느 한 항목의 방법으로부터 얻어진, 형상, 위치

및 배향 중 상기 적어도 하나의 요소를 추정하는 것을 사용하여 치아 수복을 수행하는 방법.

- [0081] J. 치아 수복물을 제조하는 방법으로서,
- [0082] - 항목 A 내지 항목 H 중 어느 한 항목의 방법으로 상기 치아 수복물의 형상, 위치 및 배향 중 적어도 하나의 요소를 추정하는 단계; 및
- [0083] - 상기 추정된 적어도 하나의 요소를 사용하여 상기 치아 수복물을 제조하는 단계를 포함하는, 치아 수복물을 제조하는 방법.
- [0084] K. 치아 수복물을 배치하는 방법으로서,
- [0085] - 항목 A 내지 항목 H 중 어느 한 항목의 방법으로 상기 치아 수복물의 형상, 위치 및 배향 중 적어도 하나의 요소를 추정하는 단계; 및
- [0086] - 상기 추정된 적어도 하나의 요소를 사용하여 상기 치아 수복물을 배치하는 단계를 포함하는, 치아 수복물을 배치하는 방법.
- [0087] L. 적어도 부분적으로 무치악인 환자를 위한 디지털화된 구강 내 표면으로부터 적어도 하나의 치아의 형상, 위치 및 배향 중 적어도 하나의 요소를 추정하는 방법으로서,
- [0088] - 상기 적어도 하나의 치아의 상기 적어도 하나의 요소의 추정을 필요로 하는 치아 또는 치아들을 선택하는 단계;
- [0089] - 상기 적어도 하나의 치아를 포함하는 가상 치아 셋업의 품질 척도를 나타내는 에너지 함수를 적용하여 상기 가상 치아 셋업을 적응시키는 단계로서, 상기 적응시키는 단계는 상기 가상 치아 셋업의 개별 치아의 형상, 상기 가상 치아 셋업의 개별 치아의 형상들 사이의 관계, 및/또는 상기 가상 치아 셋업의 이웃한 치아의 위치 및/또는 배향 사이의 관계 중 적어도 하나를 기술하는 통계 모델을 고려하여 이루어지고, 상기 에너지 함수는 상기 디지털화된 구강 내 표면과 상기 가상 치아 셋업 사이의 맞춤을 나타내는 제1 척도, 및 상기 통계 모델을 고려하여 상기 가상 치아 셋업의 확률을 나타내는 제2 척도를 포함하는, 상기 에너지 함수를 적용하여 상기 가상 치아 셋업을 적응시키는 단계; 및
- [0090] - 상기 에너지 함수로부터 초래된 상기 적어도 하나의 치아의 형상, 위치 및 배향 중 상기 적어도 하나의 요소를 추정하는 단계를 포함하는, 추정 방법.
- [0091] 특히, 본 발명의 항목 L은, 환자의 디지털화된 구강 내 표면으로부터 하나 이상의 치아의 형상, 위치 및 배향 중 적어도 하나의 요소를 추정하기 위한 컴퓨터 기반 방법으로서,
- [0092] - 상기 추정을 필요로 하는 하나 이상의 치아를 표시하는 단계;
- [0093] - 상기 추정을 필요로 하는 상기 하나 이상의 치아에 대응하는 치아를 포함하는 가상 치아 셋업을 제공하는 단계로서, 상기 가상 치아 셋업은 치열궁 또는 그 세그먼트에 위치한 개별 치아의 분리된 표면 메쉬를 포함하는, 상기 가상 치아 셋업을 제공하는 단계;
- [0094] - 상기 추정을 필요로 하는 상기 하나 이상의 표시된 치아를 포함하는 상기 환자의 구강 내 영역의 디지털화된 표면 메쉬를 제공하는 단계;
- [0095] - 상기 가상 치아 셋업에 대한 품질 척도를 나타내는 에너지 함수를 적용하고 최적화하여 환자의 구강 내 해부학적 상황에 상기 가상 치아 셋업을 적응시키는 단계로서, 상기 적응시키는 단계는 주어진 치열 또는 그 세그먼트에 대해 개별적인 치아의 적어도 형상에 대한 확률 분포, 이웃한 치아들의 형상들 사이의 관계 및/또는 상기 이웃한 치아들의 위치 및/또는 배향 사이의 관계를 기술하는 통계 모델을 고려하여 상기 환자의 구강 내 영역의 상기 디지털화된 표면 메쉬에서 상기 하나 이상의 표시된 치아에 상기 가상 치아 셋업을 적응시키는 것을 포함하고, 상기 에너지 함수는 상기 환자의 해부학적 구조와 상기 가상 치아 셋업 사이의 맞춤을 나타내는 제1 척도 및 상기 통계 모델을 고려하여 상기 적응된 가상 치아 셋업의 확률을 나타내는 제2 척도를 포함하는, 상기 에너지 함수를 적용하고 최적화하여 가상 치아 셋업을 적응시키는 단계; 및
- [0096] - 상기 최적화된 에너지 함수로부터 초래된 상기 적응된 가상 치아 셋업을 사용하여 상기 적어도 하나의 치아에 대한 상기 형상, 위치 및 배향 중 상기 적어도 하나의 요소를 추정하는 단계를 포함하는 추정 방법에 관한 것이다.
- [0097] M. 항목 L에 있어서, 상기 적응된 가상 치아 셋업은 상기 환자의 구강 내 영역을 나타내는 디지털화된 표면 메

쉬를 제공하고, 상기 하나 이상의 치아는 개별 치아의 분리된 표면 메쉬로서 이용 가능한, 추정 방법.

- [0098] N. 항목 M에 있어서, 상기 위치 및 배향의 적어도 하나의 요소의 획득된 추정치에 기초하여 치열 교정 치료를 계획하는 단계를 포함하는, 추정 방법.
- [0099] O. 항목 M 또는 항목 N에 있어서, 상기 치열 교정 치료의 상기 추정된 적어도 하나의 요소를 내보내는 단계를 포함하는, 추정 방법.
- [0100] P. 항목 A 내지 항목 O 중 어느 한 항목에 있어서, 상기 가상 치아 셋업의 치아는 상기 치아의 형상을 나타내는 병진 벡터, 회전 행렬 및 다각형 표면 메쉬 중 적어도 하나에 의해 표현되는, 추정 방법.
- [0101] Q. 항목 A 내지 항목 P 중 어느 한 항목에 있어서, 상기 제1 척도는 상기 가상 치아 셋업 상의 랜드마크와 상기 환자의 해부학적 구조 상의 대응하는 랜드마크 사이의 거리를 나타내는 랜드마크 항을 포함하는, 추정 방법.
- [0102] R. 항목 A 내지 항목 Q 중 어느 한 항목에 있어서, 상기 제1 척도는 상기 가상 치아 셋업의 지점이 상기 환자의 구강 내 상황을 나타내는 해부학적 표면 메쉬까지의 거리를 나타내는 표면 항을 포함하는, 추정 방법.
- [0103] S. 항목 R에 있어서, 상기 표면 항은 진단용 치아 셋업으로부터 도출되는, 추정 방법.
- [0104] T. 항목 A 내지 항목 S 중 어느 한 항목에 있어서, 상기 에너지 함수는 이웃한 치아의 접촉 지점 세트 사이의 거리에 대한 척도를 제공하는 접촉 지점 항을 포함하는, 추정 방법.
- [0105] U. 항목 A 내지 항목 T 중 어느 한 항목에 있어서, 상기 에너지 함수는 두 개의 대측성 치아의 위치 및/또는 배향에 대한 대칭성 척도를 제공하는 대칭 자세 항을 포함하는, 추정 방법.
- [0106] V. 항목 A 내지 항목 U 중 어느 한 항목에 있어서, 상기 에너지 함수는 2개의 대측성 치아의 형상을 위한 대칭 척도를 제공하는 대칭 형상 항을 포함하는, 추정 방법.
- [0107] W. 항목 A 내지 항목 V 중 어느 한 항목에 있어서, 상기 에너지 함수는 상기 가상 치아 셋업의 치아 상에 미리 한정된 랜드마크의 위치에 대한 관계를 한정하는 하나 이상의 휴리스틱 규칙을 고려하는, 추정 방법.
- [0108] X. 항목 A 내지 항목 W 중 어느 한 항목에 있어서, 상기 에너지 함수는 상기 가상 치아 셋업의 치아 상에 미리 한정된 랜드마크들 사이의 거리에 관한 관계를 한정하는 하나 이상의 휴리스틱 규칙을 고려하는, 추정 방법.
- [0109] Y. 항목 A 내지 항목 X 중 어느 한 항목에 있어서, 상기 에너지 함수는 치아가 대합 치아 표면과 중첩하는 것을 불리하게 하는 대합 치아 중첩 항을 포함하는, 추정 방법.
- [0110] Z. 항목 A 내지 항목 Y 중 어느 한 항목에 있어서, 상기 트레이닝 단계는 상기 통계 모델을 구성하도록 수행된, 추정 방법.
- [0111] AA. 항목 Z에 있어서, 상기 트레이닝 단계는 표면 스캔을 사용하여 수행되는, 추정 방법.
- [0112] BB. 항목 Z 또는 항목 AA에 있어서, 상기 트레이닝 단계로부터 초래된 데이터는 해부학적 랜드마크로부터 도출된 거울 평면을 사용하여 미러링되는, 추정 방법.
- [0113] CC. 항목 AA 또는 항목 BB에 있어서, 상기 치아 주형의 표면 메쉬로부터 개별 치아 표면이 추출되는, 추정 방법.
- [0114] DD. 항목 CC에 있어서, 상기 추출된 치아 표면은 간극 레벨에서 완료되는, 추정 방법.
- [0115] EE. 항목 Z 내지 항목 DD 중 어느 한 항목에 있어서, 상기 트레이닝 단계로부터 초래된 상기 데이터는 동일한 참조 프레임에 위치된, 추정 방법.
- [0116] FF. 항목 EE에 있어서, 상기 위치시키는 단계는 평균 가상 치아 셋업을 계산하는 단계 및 상기 평균 가상 치아 셋업을 위치시키는 단계를 포함하는, 추정 방법.
- [0117] GG. 항목 A 내지 항목 FF 중 어느 한 항목에 있어서, 직선 탐색 방법을 사용하여 상기 에너지 함수를 최적화하는 단계를 더 포함하는, 추정 방법.
- [0118] HH. 항목 A 내지 항목 GG 중 어느 한 항목에 있어서, 상기 에너지 함수를 적용하는 단계는 상기 제1 척도와 상기 제2 척도의 상기 하나 이상의 잔존 치아의 형상, 위치 및 배향 중 적어도 하나의 요소에 대해 최적화하는 단계를 포함하는, 추정 방법.
- [0119] II. 항목 A 내지 항목 HH 중 어느 한 항목에 있어서, 상기 에너지 함수를 적용하는 단계는 상기 제2 척도의 상

기 치아 수복물의 상기 적어도 하나의 요소에 대해 최적화하는 단계를 포함하는, 추정 방법.

[0120] JJ. 실행될 때 항목 A 내지 항목 II 중 어느 한 항목의 방법을 수행하는 명령을 포함하는 프로그래밍 가능한 장치에서 실행 가능한 프로그램.

[0121] KK. 항목 J의 방법으로 제조된 치아 수복물.

[0122] 종래 기술에 비해 본 발명 및 그 달성된 장점을 간략히 제시하기 위해, 본 발명의 특정 목적 및 장점이 상기에 서 제시되었다. 물론, 반드시 모든 목적 또는 장점이 본 발명의 임의의 특정 실시예에서 달성되어야 하는 것은 아니라는 것을 이해해야 한다. 따라서, 예를 들어, 이 기술 분야에 통상의 지식을 가진 자라면 본 발명이 본 명세서에 개시되거나 제안될 수 있는 다른 목적 또는 장점을 반드시 달성하는 것은 아니면서 본 명세서에 개시된 하나의 장점 또는 일련의 장점을 달성하거나 최적화하는 방식으로 구현되거나 수행될 수 있다는 것을 인식할 수 있을 것이다.

[0123] 본 발명의 상기 및 다른 양태는 이후에 설명된 실시예(들)로부터 명백해지고 명료해질 것이다.

도면의 간단한 설명

[0124] 본 발명은 이제 첨부된 도면을 참조하여 예로서 더 설명될 것이며, 여기서 동일한 참조 부호는 여러 도면에서 동일한 요소를 나타낸다.

도 1은 치아 수복물의 형상, 위치 및 배향 중 적어도 하나를 추정하기 위해 제안된 알고리즘의 일 실시예의 주요 단계를 도시하는 도면.

도 2는 디지털화된 구강 내 표면으로부터 적어도 하나의 치아의 형상, 위치 및 배향 중 적어도 하나의 요소를 추정하기 위해 제안된 알고리즘의 일 실시예의 주요 단계를 도시하는 도면.

도 3은 치아 상에 한정된 랜드마크를 도시하는 도면.

도 4는 표면 향에 유리하게 사용되는 투키(Tukey) 강인한 손실 함수를 나타내는 도면.

도 5는 사전 모델(model prior) 향에 사용된 그래픽 모델을 도시하는 도면.

도 6은 양방향인 에지(edge)를 갖는 다른 치아에 대응하는 노드를 포함하는 특정 그래픽 모델을 도시하는 도면.

도 7은 에너지 함수에서 접촉 지점 향에 사용되는 접촉 지점의 세트를 도시하는 도면.

도 8은 자세 대칭 향을 도시하는 도면.

도 9는 1.0, 0.1, 0.01 및 0.001인 ϵ 에 대한 정규화된 헤비사이드 계단 함수(regularized Heaviside step function)를 도시하는 도면.

도 10은 가상 치아 셋업으로부터의 치관과 라이브러리 치관 사이의 대응하는 지점을 계산하는 것을 도시하는 도면.

도 11은 치관의 표면 상의 교합 접촉 지점을 검출하는 것을 도시하는 도면.

도 12는 도전하는 경우의 알고리즘의 결과를 도시하는 도면.

발명을 실시하기 위한 구체적인 내용

[0125] 본 발명은 특정 도면을 참조하여 특정 실시예에 대해 설명될 것이지만, 본 발명은 이들로 한정되지 않고 청구 범위에 의해서만 제한된다.

[0126] 또한, 상세한 설명 및 청구 범위에서 제1, 제2 등의 용어는 유사한 요소들 간을 구별하기 위해 사용되고, 시간적으로, 공간적으로, 랭킹으로 또는 임의의 다른 방식으로 시퀀스를 설명하기 위해 반드시 사용된 것은 아니다. 그렇게 사용된 용어는 적절한 상황 하에서 교환 가능하고, 본 명세서에 기술된 본 발명의 실시예는 본 명세서에 기재되거나 예시된 것과는 다른 시퀀스로 동작할 수 있음을 이해해야 한다.

[0127] 청구 범위에서 사용된 "포함하는"이라는 용어는 이후 열거된 수단으로 한정되는 것으로 해석되어서는 안 되고; 이는 다른 요소나 단계를 배제하는 것은 아니라는 것이 주목된다. 따라서, 이것은 언급된 특징, 정수, 단계 또는 구성 요소의 존재를 제시하는 것으로 해석되지만, 하나 이상의 다른 특징, 정수, 단계 또는 구성 요소 또는 이들의 그룹이 존재하거나 또는 추가되는 것을 배제하는 것은 아니다. 따라서, "수단 A 및 B를 포함하는 장치"

라는 표현의 범위는 구성 요소 A 및 B로만 구성된 장치를 의미하는 것으로 제한되어서는 안 된다. 이는 본 발명과 관련하여 장치의 유일한 관련된 구성 요소가 A 및 B라는 것을 의미한다.

[0128] 본 명세서 전반에 걸쳐 "일 실시예" 또는 "실시예"라는 언급은 본 실시예와 관련하여 설명된 특정 특징, 구조 또는 특성이 본 발명의 적어도 하나의 실시예에 포함된 것을 의미한다. 따라서, 본 명세서 전체에 걸쳐 다양한 곳에서 "일 실시예에서" 또는 "실시예에서"라는 어구의 출현은 모두 반드시 동일한 실시예를 나타내는 것은 아니지만, 동일한 실시예를 나타낼 수도 있다. 또한, 특정 특징, 구조 또는 특성은 하나 이상의 실시예에서 본 명세서로부터 이 기술 분야에 통상의 지식을 가진 자에게 명백한 것과 같은 임의의 적절한 방식으로 결합될 수 있다.

[0129] 유사하게, 본 발명의 예시적인 실시예의 설명에서, 본 발명을 간결하게 설명하고 다양한 본 발명의 양태 중 하나 이상의 양태를 이해하는 것을 돕기 위해 본 발명의 다양한 특징은 종종 단일 실시예, 도면 또는 그 설명으로 함께 그룹화된다는 것을 이해해야 한다. 그러나, 본 방법은 청구된 발명이 각 청구항에 명시적으로 언급된 것보다 더 많은 특징을 요구한다는 의도를 반영하는 것으로 해석되어서는 안 된다. 오히려, 이하의 청구 범위가 반영하는 바와 같이, 본 발명의 양태는 단일의 진술한 실시예의 모든 특징보다 더 적다. 따라서, 상세한 설명 후에 따라오는 청구 범위는 이 상세한 설명에 명시적으로 포함되고, 각 청구항은 본 발명의 별개의 실시예로서 독자적으로 존재한다.

[0130] 또한, 본 명세서에 기술된 일부 실시예는 다른 실시예에 포함된 일부 특징을 포함하고 다른 특징을 포함하지 않지만 다른 실시예의 특징의 조합은 본 발명의 범위 내에 있고 이 기술 분야에 통상의 지식을 가진 자라면 이해할 수 있는 바와 같이 다른 실시예를 형성하는 것으로 의도된다. 예를 들어, 이하 청구범위에서, 청구된 실시예들 중 임의의 실시예는 임의의 조합으로 사용될 수 있다.

[0131] 본 발명의 특정 특징 또는 양태를 설명할 때 특정 용어를 사용하는데 이는 이 용어가 이 용어와 관련된 본 발명의 특징 또는 양태의 임의의 특정 특성을 포함하는 것으로 제한되는 것으로 제한되는 것을 의미하는 것으로 해석되어서는 안 된다는 것이 주목된다.

[0132] 본 명세서에 제공된 설명에서, 다수의 특정 세부 사항이 제시된다. 그러나, 본 발명의 실시예들은 이들 특정 세부 사항 없이도 실시될 수 있는 것으로 이해된다. 다른 예에서, 잘 알려진 방법, 구조 및 기술은 이 설명을 이해하는 것을 모호하지 않게 하기 위해 상세히 제시되지 않았다.

[0133] 본 발명은 최적화된 에너지 함수로부터 초래된 적응된 가상 치아 셋업에 대응하는 가상 이상적인 치아 셋업을 결정하기 위한 기술을 제공한다. 제안된 알고리즘은 기능적 및 심미적 요구 사항뿐만 아니라 환자의 기존의 해부학적 구조를 모두 고려한다. 보다 구체적으로, 제안된 방법은 적어도 부분적으로 무치악인 환자의 충분한 해부학적 정보와 최소 양의 사용자 상호 작용이 주어지면 하나 이상의 보철 치관 수복물 또는 다른 치아 수복물의 최적 형상 및 자세(위치 및 배향)를 추정한다. 이 사용자 입력은 알고리즘에 의해 사용될 수 있는 간존 치아뿐만 아니라 보철 수복물을 추정하는데 필요한 치아를 지정하는 것과 관련된다. 이것은 도 1의 흐름도에 도시된 제1 단계이다. 바람직하게는, 사용자는 또한 본 발명의 방법에서 랜드마크로 사용될 수 있는, 환자의 구강 내 영역의 디지털 표면 상에, 전형적으로는 미리 한정된 해부학적 지점에 대응하는 일부 지점을 나타낸다. 알고리즘에 요구되는 해부학적 정보는 일반적으로 환자의 상기 구강 내 영역의 디지털화된 표면 메쉬를 제공하는 구강 내 영역을 디지털화함으로써 얻어진다. 통상적으로, 치아 주형의 표면 스캔이 획득되지만 다른 기술(예를 들어, 구강 내 스캐너)도 존재한다. 그 결과 필요한 해부학적 정보를 포함하는 환자의 구강 내 영역의 표면이 초래된다. 제안된 방법의 출력, 즉 추정치로서 얻어진 결과 정보는 치아 임플란트 기반 치료를 계획하는 동안 사용자에게 관심이 있다. 이것은 치과 기술자에 의해 수작업으로 만들어진 진단용 치아 셋업을 대체할 수 있다.

[0134] 본 발명은 또한 다양한 치아를 잇몸으로부터 분리할 뿐만 아니라 서로 분리하는 구강 내 디지털 표면 스캔을 세분화하는 기술을 제공한다. 본 방법은 개별 치아를 갖는 템플릿 치열궁을 환자의 디지털화된 구강 내 표면에 맞추는 것에 기초한다. 이 템플릿 치열궁은 가상 치아 셋업이라고 지칭된다. 본 방법은 최소량의 사용자 상호 작용을 필요로 하므로 반자동으로 수행된다. 이 사용자 입력은 본 방법으로 세분화할 필요가 있는 치아를 지정하는 단계와 관련된다. 바람직하게는, 사용자는 또한 본 발명의 방법에서 랜드마크로 사용될 수 있는 환자의 구강 내 영역의 디지털 표면 상에 전형적으로는 미리 한정된 해부학적 지점에 대응하는 일부 지점을 표시할 필요가 있다. 알고리즘에 요구되는 해부학적 정보는 일반적으로 환자의 상기 구강 내 영역의 디지털화된 표면 메쉬를 제공하는 구강 내 영역을 디지털화함으로써 얻어진다. 통상적으로, 치아 주형의 표면 스캔이 획득되지만 다른 기술(예를 들어, 구강 내 스캐너)도 존재한다. 그 결과 요구되는 해부학적 정보를 담고 있는 환자의 구강 내 영역의 디지털 표면이 초래된다.

- [0135] 알고리즘은 치관 또는 치아의 형상 및 자세를 이웃한 치관 또는 치아와 관련시키는 통계 모델을 사용한다. 더욱 구체적으로, 통계 모델은 가상 치아 셋업의 개별 치아의 형상, 가상 치아 셋업의 이웃한 치아의 형상 사이의 관계 및/또는 가상 치아 셋업의 이웃한 치아의 위치 및/또는 배향 간의 관계 중 적어도 하나를 기술한다. 통계 모델은 거의 이상적인 구강 내 상황에 대한 광범위한 데이터 세트를 관찰하여 얻어진 것이다. 이 데이터 세트로부터 이웃한 치관 또는 치아의 형상과 자세 간의 관계가 추출된다. 이 알고리즘은 가상 치아 셋업을 사용자가 지정한 환자의 잔존 치아에 적응시키고 통계 모델을 고려하여 치아 수복물의 형상과 자세를 추정한다. 환자의 해부학적 구조, 환자의 상기 구강 내 영역의 디지털화된 표면 메쉬, 및 가상 치아 셋업 사이의 맞춤을 나타내는 제1 척도 및 통계 모델을 고려하여 가상 치아 셋업의 확률을 나타내는 제2 척도를 포함하는 소위 에너지 함수가 적용되고 최적화된다. 바람직하게는, 에너지 함수를 적용하고 최적화하기에 앞서, 바람직하게는 상기 디지털화된 환자의 구강 내 표면 상의 랜드마크 및 상기 가상 치아 셋업 상의 대응하는 랜드마크를 사용하여 초기 가상 치아 셋업과 환자의 구강 내 영역의 디지털화된 표면 메쉬를 정렬하는 것이 수행된다. 이것은 도 1의 흐름도에 도시된 제2 단계이다. 또한 알고리즘을 이상적인 솔루션 쪽으로 이끌기 위해 에너지 함수에 많은 추진력이 포함될 수 있다. 이러한 추진력은 대칭성, 이웃한 치관 사이의 접촉, 및 다수의 심미적 개선을 지원한다.
- [0136] 선택적으로, 알고리즘의 출력은 이웃한 치관들 사이의 가능한 중첩을 제거함으로써, 상부 턱과 하부 턱 사이에 올바른 교합을 보장함으로써 및/또는 기존 라이브러리로부터 보철 치관의 형상 및 자세를 솔루션에 적응시킴으로써 더 개선될 수 있다. 알고리즘은 또한 하나 이상의 치관에 대해 거의 최적인 보철 수복 쪽으로 솔루션을 이끄는 많은 추진력을 포함할 수 있다. 사용자는 특정 추진력의 중요성을 반영하는 가중치를 부여하여 특정 환자 경우에 대해 알고리즘을 적응시킬 수 있다.
- [0137] 제안된 방법의 상기 간략한 설명은 이하에서 보다 기술적으로 상세히 설명된다.
- [0138] 본 발명에 따른 알고리즘은 에너지 함수를 공식화하는 접근법을 채택한다. 도 1의 흐름도는 제안된 알고리즘의 핵심 개념을 보여준다. 에너지 함수 값은 가상 치아 셋업의 품질 또는 이상에 대한 척도이다. 더 높은 에너지 값은 더 낮은 품질 또는 더 적은 이상적인 가상 치아 셋업에 해당하고, 유사하게 더 낮은 에너지 값은 더 높은 품질 또는 더 좋은 이상적인 가상 치아 셋업에 해당한다. 각 경우에 초기 추정으로부터 시작하여 가상 치아 셋업은 더 낮은 에너지 값 쪽으로 진화하여 이상적인 솔루션을 생성한다. 가상 치아 셋업 자체는 보철 수단으로 대체될 치아뿐만 아니라 환자의 기존의 치아의 일부 또는 전부를 포함한다. 제시된 접근법은 알고리즘에 의해 기존의 해부학적 상황에 중첩되는 템플릿(즉, 가상 치아 셋업)으로 볼 수 있다. 이에 의해, 셋업에서 치아 수복물, 예를 들어, 보철 치아는 요구 사항에 맞게 (즉, 낮은 에너지 값을 갖게) 설계되었다. 더 낮은 에너지 값 쪽으로 솔루션을 진화시키는 과정을 최적화라고 한다. 제안된 접근법은 에너지 함수가 특정 요구로 쉽게 확장되거나 특정 요구에 맞춤화될 수 있기 때문에 일반적이고 유연하다.
- [0139] 세분화를 위해, 본 발명의 알고리즘은 에너지 함수를 공식화하는 접근법을 채택하고, 에너지 함수 값은 환자의 디지털 구강 내 표면과 가상 치아 셋업 사이의 맞춤 품질에 대한 척도이다. 높은 에너지 값은 낮은 품질의 맞춤에 해당하고, 유사하게 낮은 에너지 값은 높은 품질의 맞춤에 해당한다. 각 경우에 초기 추정으로부터 시작하여 가상 치아 셋업은 더 낮은 에너지 값 쪽으로 진화하여 이상적인 솔루션을 생성한다. 가상 치아 셋업 자체는 사용자가 지정한 치아를 포함한다. 제시된 접근법은 알고리즘에 의해 기존의 해부학적 상황에 중첩된 템플릿(즉, 가상 치아 셋업)으로 볼 수 있다. 더 낮은 에너지 값 쪽으로 솔루션을 진화시키는 과정은 최적화라고 한다. 제안된 접근법은 에너지 함수가 특정 요구로 쉽게 확장되거나 특정 요구에 맞춤화될 수 있기 때문에 일반적이고 유연하다. 이 경우 제안된 알고리즘의 주요 단계에 대한 간략한 설명은 도 2에 제공된다. 제1 단계에서, 사용자는 환자의 디지털 구강 내 표면으로부터 세분화될 치아 또는 치아들을 표시할 필요가 있다. 다음으로, 상기 가상 치아 셋업의 개별 치아의 형상, 상기 가상 치아 셋업의 이웃한 치아들의 형상들 사이의 관계 및/또는 상기 가상 치아 셋업의 이웃한 치아의 위치 및/또는 배향 사이의 관계 중 적어도 하나를 기술하는 통계 모델을 고려하여 에너지 함수가 적용된다. 마지막으로, 에너지 함수로부터, 관심 있는 치아 또는 치아들의 추정된 형상, 위치 및/또는 배향이 도출될 수 있다.
- [0140] 알고리즘의 중요한 양태는 적절한 에너지 함수를 공식화하는 것에 관한 것이다. 이미 지정한 바와 같이, 에너지 함수는 기능적 및 심미적 요구 사항과 관련하여 가상 치아 셋업의 품질의 척도를 제공한다.
- [0141] 제안된 알고리즘을 상세히 설명하기 전에, 이하의 상세한 설명에서 사용된 일부 기호 및 정의가 제시된다. 가상 치아 $T = (\mathbf{t}, \mathbf{R}, \mathbf{M})$ 은 변환 벡터 $\mathbf{t} \in \mathbb{R}^3$, 회전 행렬 $\mathbf{R} \in \text{SO}(3)$ (즉, 회전 행렬의 공간), 및 에지 $e \in \mathcal{E} \subseteq V \times V$ 들에 의해 연결되어 $i \neq j$ 에 대해 $p_i \cap p_j = \emptyset$ 이도록 표면을 덮는 삼각형 또는 사변형과 같은 간단한 다각

형 $P = [p_1, \dots, p_{|P|}]$ 를 형성하는 정렬된 지점 또는 정점 세트 $V = \{v_i \in \mathbb{R}^3 \mid (1 \leq i \leq |V|)\}$ 로 구성된 다각형 표면 메쉬 $M = (V, \varepsilon, P)$ 로 표현된 형상으로 표현된다. 병진, 회전 및 형상 사이의 구별은 향상된 유연성 및 적응성을 제공한다.

[0142] 가상 치아 셋업은 $S = [T_i]_{i=1}^{|D|}$ 로 표현되고, 여기서 $T_i \in \mathcal{T} = \mathbb{R}^3 \times \text{SO}(3) \times \mathbb{R}^{3 \times |V|}$ 는 가상 치아이고, D는 특정 치열을 한정한다. 치열이란 의료 지식으로 규정된 바대로 턱에 포함된 치아 세트이다. 예로는 영구 치아와 빠지는 치아이다. 전형적으로 영구 치아의 치열이 사용된다. 이 치열은 다음 좌/우 대칭 치아, 즉 제3 대구치(molar), 제2 대구치, 제1 대구치, 제2 소구치(premolar), 제1 소구치, 송곳니(canine), 측절치(lateral incisor), 중절치(central incisor)로 구성된다. 표면 메쉬로서 이용 가능한 해부학적 정보는 A에 의해 주어진다. 이 표면 메쉬는 다시 정점, 에지 및 다각형으로 구성된다.

[0143] 에너지 함수는 기능적 및 심미적 요구 사항과 관련하여 측정된 가상 치아 셋업의 품질에 대한 척도를 제공한다. 세분화를 위해, 에너지 함수는 디지털 구강 내 표면과 가상 치아 셋업 사이의 맞춤 품질에 대한 척도를 제공한다. 더 큰 집단(population)에 대한 치아의 위치와 형상이 관찰된다. 통계 모델은 포괄적인 방식으로 이용 가능한 정보를 캡처하기 때문에 집단으로부터 이용 가능한 정보를 당해 특정 경우로 전사하는데 완벽히 적합할 수 있다. 또한 통계 모델은 가상 치아 셋업에서 치아의 위치 및 형상의 이상에 대한 (확률) 척도를 한정한다. '이상적인'이란 단어는 많은 집단을 관찰할 때 흔히 또는 자연적으로 나타나는 것을 말한다. 그리하여, 통계 모델은 가상 치아 셋업에서 치아들 사이의 관계를 캡처하고, 보철 수단에 의해 수복될 치아에 대한 가능한 위치, 배향 및 형상을 구현한다. 그 결과 일반적이고 객관적인 접근법이 생성된다. 본 발명의 통계 모델은 한편으로는 개별 및 서로에 대해 치아의 형상에 초점을 맞추고, 다른 한편으로는 서로에 대해 상대적인 치아의 자세(위치 및 배향)에 초점을 둔다.

[0144] 에너지 함수는 확률론적 접근법을 통해 공식화된다. 환자(A), 형상 모델(Θ) 및 자세 모델(Φ)의 이용 가능한 해부학적 정보를 고려하여 가상 치아 셋업(S)에 대한 조건부 확률은 $p(S|A, \Theta, \Phi)$ 로 주어진다. 베이지안 계산법(Bayesian calculus)을 사용하면 이것은 다음 식으로 표현될 수 있다:

$$\begin{aligned} p(S|A, \Theta, \Phi) &= \frac{p(S, A, \Theta, \Phi)}{p(A, \Theta, \Phi)} \\ &= \frac{p(A|S, \Theta, \Phi)p(S|\Theta, \Phi)}{p(A)} \\ &= \frac{p(A|S)p(S|\Theta, \Phi)}{p(A)}, \end{aligned} \quad (1)$$

[0145] 여기서 $p(A|S)$ 는 데이터 우도(data likelihood)이고, $p(S|\Theta, \Phi)$ 는 사전 모델이다. 가상 이상적인 치아 셋업은 가상 치아 셋업(S)에 대해 이 확률을 최대화함으로써 얻어진다. 분모의 항 $p(A)$ 는 상수이기 때문에 확률을 최대화하는 데는 중요하지 않다. 이 확률을 직접 최대화하는 대신에, 음의 로그(logarithm)는 다음 식으로 최소화된다:

$$S^* = \underset{S}{\operatorname{argmin}} (-\log(p(A|S)) - \log(p(S|\Theta, \Phi))) \quad (2)$$

[0147]

[0148] 그리하여 에너지 함수는 다음 식으로 표현될 수 있다:

$$E(S; A, \Theta, \Phi) = E_{DL}(A; S) + E_{MP}(S; \Theta, \Phi) \quad (3)$$

[0149]

[0150] 여기서 $E_{DL}(A; S)$ 는 데이터 우도 항에 해당하고, $E_{MP}(S; \Theta, \Phi)$ 는 사전 모델 항에 해당한다.

[0151] 식 3으로부터의 에너지 함수는 선택적으로 다른 에너지 항으로 보완될 수 있다. 원리적으로 이러한 에너지 항은 확률 체계에서도 인코딩될 수 있다. 그러나 이러한 항은 결과를 더 개선하기 위해 실험 결과에 기초하여 주로 추가된다. 그리하여 이러한 항은 오히려 특성상 휴리스틱(heuristic)이다. 그리하여 확률 체계에서 이들을 인코딩하는 것은 단지 인위적인 것이다. 그리하여, 완전한 에너지 함수는 다음 식으로 공식화될 수 있다:

$$E(\mathcal{S}; \mathcal{A}, \Theta, \Phi) = E_{DL}(\mathcal{A}; \mathcal{S}) + E_{MP}(\mathcal{S}; \Theta, \Phi) + E_{ADD}(\mathcal{S}) \quad (4)$$

여기서 추가적인 에너지 항은 $E_{ADD}(\mathcal{S})$ 항으로 그룹화된다. 모든 항은 본 설명에서 더 상세히 설명된다.

데이터 우도 항은 가상 치아 셋업(\mathcal{S})이 주어진 경우 주어진 해부학적 정보(\mathcal{A})를 관찰하는 우도를 나타낸다. 그리하여, 이것은 환자의 해부학적 구조와 가상 치아 셋업 사이의 양호한 맞춤에 대한 척도이다. 앞에서 설명한 것처럼 환자의 해부학적 정보는 표면 메쉬로 이용 가능할 수 있다. 대응하는 에너지 항 $E_{DL}(\mathcal{A}; \mathcal{S})$ 는 두 개의 별개의 항, 즉 표면 항 $E_S(\mathcal{A}; \mathcal{S})$ 및 랜드마크 항 $E_L(\mathcal{A}; \mathcal{S})$ 으로 한정된다. 랜드마크 항은 기본적으로 양호한 초기화에 초점을 두고, 해부학적인 표면 메쉬에 표시될 랜드마크 세트를 필요로 한다. 대응하는 랜드마크는 가상 치아 셋업에 표시되어야 한다. 반면에 표면 항은 가상 치아 셋업과 환자의 해부학적 구조 사이에 완벽한 맞춤 쪽으로 솔루션을 강제한다.

랜드마크 항은 환자의 해부학적 구조와 가상 치아 셋업 상에 모두 표시된 대응하는 랜드마크 세트에 기초하여 환자의 해부학적 구조와 가상 치아 셋업 사이의 거리에 대한 척도를 제공한다. 환자의 해부학적 구조와 가상 치아 셋업 상에 표시된 랜드마크의 세트는 $L_A = [l_i^A \in \mathbb{R}^3] (i = 1, \dots, N)$ 및 $L_S = [l_i^S \in \mathbb{R}^3] (i = 1, \dots, N)$ 에 의해 각각 주어지는데, 여기서 N 은 랜드마크의 수이다. 랜드마크 지점(l_i^S)은 다음 식으로 주어진다:

$$l_i^S = R_T v_i^* + t_T \quad (5)$$

여기서 T 는 R_T 와 t_T 에 의해 한정된 자세를 갖는 각 치아이고, $v_i^* \in V_T$ 는 치아 표면 상의 랜드마크 지점이다. 도 3은 한정된 랜드마크를 보여준다. 랜드마크에 기반한 거리는 다음 식으로 주어진다:

$$\begin{aligned} E_L(\mathcal{A}; \mathcal{S}) &= \sum_{i=1}^N d^2(l_i^A, l_i^S) \\ &= \sum_{i=1}^N (l_i^A - l_i^S)^T (l_i^A - l_i^S) \\ &= \sum_{i=1}^N (l_i^A - R_T v_i^* - t_T)^T (l_i^A - R_T v_i^* - t_T) \end{aligned} \quad (6)$$

표면 항은 가상 치아 셋업의 각 지점이 해부학적 표면 메쉬까지의 거리를 나타낸다. 환자의 해부학적 구조와 가상 치아 셋업 사이의 맞춤이 완벽에 가까우면 이 거리는 매우 작아야 한다. 기본 표면 항은 다음 식으로 주어지고:

$$E_S(\mathcal{A}; \mathcal{S}) = \sum_{|D_A|} \sum_{i=1}^{|V_T|} d^2(A, R_T v_i + t_T)$$

여기서 D_A 는 해부학적 정보가 이용 가능한 기존의 치아 세트이고, V_T 는 치아(T)의 정점 세트이고, R_T 는 치아(T)의 회전 행렬이고, t_T 는 치아(T)의 병진 벡터이다. 함수 $d(A, x)$ 는 표면 메쉬(A)와 지점(x) 사이의 거리를 나타낸다. 불행히도, 이 접근법에서는 세 가지 주요 문제가 발생한다. 첫째, 간극의 레벨에서 이용 가능한 정보가 없다. 그러나 가상 치아 셋업에서는 이 정보가 존재한다. 따라서 이들 지점에서 거리를 나타내는 것은 정확하지 않다. 둘째, 해부학적 표면 메쉬는 치아와 잇몸을 모두 포함한다. 잇몸은 특정 레벨까지 치아를 덮어서 가상 치아 셋업에 존재하지 않기 때문에 여기에서도 문제가 발생한다. 셋째, 디지털화 기술로부터 초래되는 해부학적인 표면 메쉬에 결함이 존재할 수 있다. 가능한 솔루션은 이러한 문제가 발생하는 지점을 검출해서 이를 식으로부터 제거하는 것이다. 다른 접근법은 이러한 문제들을 비정상값(outlier)으로 간주하고 이러한 비정상값에서 표면 항의 민감도를 감소시키는 것이다. 비정상값에서 민감도를 줄이기 위해 확립된 기술은 강인한 m -추정기를 사용한다. 강인한 m -추정기는 제곱 손실 함수(squared loss function)를 비정상값에 덜 민감한 보다 강인한 함수로 대체한다. 그리하여 표면 항은 다음 식으로 주어지고:

$$E_S(\mathcal{A}; \mathcal{S}) = \sum_{|\mathcal{D}_{\mathcal{A}}|} \sum_{i=1}^{|\mathcal{V}_{\mathcal{T}}|} \rho(d(\mathcal{A}, \mathbf{R}_{\mathcal{T}} \mathbf{v}_i + \mathbf{t}_{\mathcal{T}})) \quad (7)$$

여기서 ρ 는 강인한 손실 함수이다. 다양한 강인한 손실 함수가 존재한다. 하나의 옵션은 다음 식으로 주어지는 투키 추정기를 사용하는 것이다:

$$\rho(x) = \begin{cases} \frac{c^2}{6} \left(1 - \left(1 - \left(\frac{x}{c} \right)^2 \right)^3 \right) & \text{if } |x| \leq c \\ \frac{c^2}{6} & \text{if } |x| > c \end{cases} \quad (8)$$

여기서 c 는 문제에 특정된 상수이다. 투키 손실 함수는 도 4에 도시된다. 도 4에서 볼 수 있는 바와 같이 x 의 값이 작을 때 투키 손실 함수는 제곱 손실 함수에 가깝다. x 값이 증가하면 투키 손실 함수는 더 느리게 증가하고, x 값이 c 보다 더 큰 경우 일정 값으로 떨어진다. 그리하여 비정상값은 표면 항의 값에 대한 영향이 감소되어 비정상값에 강인한 에너지 항이 유도된다.

사전 모델 항은 모델(Θ 및 Φ)을 고려하여 가상 치아 셋업(\mathcal{S})에 대한 확률을 제공한다. 통계 모델(Θ)은 개별 치아의 형상뿐만 아니라 이웃한 치아의 형상들 사이의 쌍을 이루는 관계를 기술한다. 이런 유형의 모델은 그래픽 모델이라고 칭할 수 있다. 그래픽 모델은 전형적으로 노드(N)의 세트 및 이 노드를 연결하는 에지(E) 세트에 구성된 그래프(G)로 표현된다. 노드와 에지 모두는 통계 모델을 포함한다. 도 5는 예시를 제공한다. 이 특정 사례의 경우 노드는 가상 치아 셋업의 치아에 해당하고, 관련 모델은 각 치아의 형상을 기술한다. 에지와 관련된 모델은 도 6에 도시된 바와 같이 각 에지에 의해 연결된 치아의 형상들 사이의 관계를 기술한다. 통계 자세 모델(Φ)은 이웃한 치아의 자세들 사이의 관계를 기술한다. 그리하여 이것은 그래픽 모델로 표현될 수도 있다. 그러나 이 경우 에지만이 통계 모델을 포함한다. 각 에지와 관련된 통계 모델은 각 에지에 의해 연결된 치아의 자세들 사이의 관계를 기술한다. 그리하여 통계적 형상과 자세 모델은 다음 식으로 주어질 수 있다:

$$\Theta = (\mathcal{G}_{\Theta}, \{\theta_{\mathcal{T}}\}, \{\theta_{\mathcal{T}\mathcal{T}}\}) \quad (9)$$

$$\Phi = (\mathcal{G}_{\Phi}, \{\phi_{\mathcal{T}\mathcal{T}}\}) \quad (10)$$

여기서 G_{Θ} 는 형상 모델의 그래프 구조이고, $\{\theta_{\mathcal{T}}\}$ 는 모든 개별 형상 모델의 세트이고, $\{\theta_{\mathcal{T}\mathcal{T}}\}$ 는 모든 사후 (posterior) 형상 모델의 세트이며, G_{Φ} 는 자세 모델의 그래프 구조이고, $\{\phi_{\mathcal{T}\mathcal{T}}\}$ 는 모든 사후 자세 모델의 세트이다.

가상 치아 셋업을 기술하는 다른 통계적 서브 모델은 3개의 카테고리, 즉 단일 형상을 기술하는 통계 모델, 2개의 형상 사이의 관계를 기술하는 통계 모델, 및 2개의 자세 간의 관계를 기술하는 통계 모델로 나눌 수 있다. 3가지 카테고리는 다르게 평가될 필요가 있기 때문에, 사전 모델의 에너지 항은 세 부분으로 나뉜다. 이들 각 항은 아래에 설명된다.

형상 모델 항은 Θ 에서 모든 통계적 형상 모델의 기여를 포함한다. 이 통계 모델은 단일 치아의 형상을 기술한다. 표준 주성분 분석(Principal Component Analysis: PCA) 형상 모델이 사용된다. PCA는 트레이닝 데이터 세트에 존재하는 가장 큰 변화 모드를 기술하는 정규 직교 방향(orthonormal direction) 세트(주성분)를 계산한다. 이것은 선형 기술이므로 모든 허용 가능한 형상은 평균 형상과 주성분의 선형 조합으로 제공된다. PCA를 수행하면 트레이닝 데이터 세트로부터 평균 및 공분산 행렬을 계산해야 하므로 이것은 가우시안 분포를 나타낸다. 조건부 분포 $p(\mathcal{S}|\{\theta_{\mathcal{T}}\})$ 는 다음 식으로 주어진다:

$$\begin{aligned} p(\mathcal{S}|\{\theta_{\mathcal{T}}\}) &= \prod_{\mathcal{T} \in \mathcal{S}} p(\mathcal{T}|\theta_{\mathcal{T}}) \\ &= \prod_{\mathcal{T} \in \mathcal{S}} p(\mathcal{M}_{\mathcal{T}}|\theta_{\mathcal{T}}) \\ &\propto \prod_{\mathcal{T} \in \mathcal{S}} \exp \left(-\frac{(\mathbf{x}_{\mathcal{T}} - \bar{\mathbf{x}}_{\mathcal{T}}) \Sigma_{\mathcal{T}}^{-1} (\mathbf{x}_{\mathcal{T}} - \bar{\mathbf{x}}_{\mathcal{T}})}{2} \right) \end{aligned} \quad (11)$$

[0173] 여기서 T는 가상 치아 셋업(S)의 치아이고, Θ_T 는 치아(T)의 형상을 기술하는 모델이고, M_T 는 치아(T)의 형상이
고, x_T 는 이 형상의 벡터 표현이고, \bar{x}_T 는 평균 형상이고, Σ_T 는 공분산 행렬을 나타낸다. 관련 에너지 함수 항
은 다음 식으로 주어진다:

$$E_{MP}(S|\{\theta_T\}) = \sum_{T \in S} \frac{1}{2} (x_T - \bar{x}_T)^T \Sigma_T^{-1} (x_T - \bar{x}_T) \quad (12)$$

[0174] 다음으로, 사후 형상 모델 항은 Θ 에서 모든 사후 통계 형상 모델의 기여도를 포함한다. 이 통계 모델은 두 개
의 이웃한 치아의 형상들 사이의 관계를 기술한다. 사후 형상 모델을 설계하기 위해 "Posterior Shape Models"
(Albrecht et al., Medical Image Analysis, 17(8), pp. 959-973, 2013)에서 채택된 접근 방식이 사용될 수 있
다. 이 사후 형상 모델은 제2 형상(예측기)이 주어지면 제1 형상(응답)에 대한 조건부 가우시안 분포로 구성된
다. 이런 유형의 모델은 표준 PCA 기반 형상 모델과 밀접한 관련이 있다. 결과적인 조건부 분포 $p(S|\{\theta_{TT}\})$ 는
다음 식으로 주어지고:

$$\begin{aligned} p(S|\{\theta_{TT}\}) &= \prod_{(P,R) \in \mathcal{E}_\Theta} p(\mathcal{R}, \mathcal{P} | \theta_{PR}) \\ &= \prod_{(P,R) \in \mathcal{E}_\Theta} p(\mathcal{M}_R, \mathcal{M}_P | \theta_{PR}) \\ &\propto \prod_{(P,R) \in \mathcal{E}_\Theta} p_{\theta_{PR}}(x_R | x_P), \end{aligned} \quad (13)$$

[0176] 여기서 \mathcal{E}_Θ 는 Θ 에서 모든 에지의 세트이고, P와 R은 에지로 연결된 두 개의 치아를 나타내고, θ_{PR} 은 관련된 모
델이다. 각 에지에 대한 확률은 다음 식으로 주어진다:

$$p_{\theta_{PR}}(x_R | x_P) = N(\bar{x}_R + Q_R M^{-1} Q_P^T (x_P - \bar{x}_P), \sigma^2 Q_R M^{-1} Q_R^T)$$

[0178] 이 식에 대한 보다 자세한 내용은 알브레히트(Albrecht) 등의 논문을 참조하면 된다. 관련 에너지 함수 항은 다
음 식으로 주어진다:

$$E_{MP}(S|\{\theta_{TT}\}) = - \sum_{(P,R) \in \mathcal{E}_\Theta} \log(p_{\theta_{PR}}(x_R | x_P)) \quad (14)$$

[0181] 마지막으로, 사후 자세 모델 항은 Φ 에서 모든 사후 통계 자세 모델의 기여도를 포함한다. 본 발명에 적용된 통
계 모델의 이들 서브 모델은 2개의 이웃한 치아의 자세들 사이의 관계를 기술한다. 치아의 자세는 회전 행렬 R
 $\in SO(3)$ 과 병진 벡터 $t \in \mathbb{R}^3$ 을 포함한다. 그리하여 자세는 다음 식으로 강제 변환 행렬 $T \in SE(3)$ (즉, 강제
변환 공간)로 표현될 수 있다:

$$T = \begin{bmatrix} R & t \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (15)$$

[0183] 사후 자세 모델은 에지에 의해 연결된 제2 이웃한 치아의 자세가 주어지면 제1 치아의 자세에 대한 추정치를 제
공한다. 이 추정치는 가우시안 확률 분포를 포함한다. 그리하여, 사후 자세 모델은 사후 형상 모델과 밀접히 관
련된다. 결과적인 조건부 분포 $p(S|\{\phi_{TT}\})$ 는 다음 식으로 주어지고:

$$\begin{aligned} p(S|\{\phi_{TT}\}) &= \prod_{(P,R) \in \mathcal{E}_\Phi} p(\mathcal{R}, \mathcal{P} | \phi_{PR}) \\ &= \prod_{(P,R) \in \mathcal{E}_\Phi} p(T_R, T_P | \phi_{PR}) \\ &\propto \prod_{(P,R) \in \mathcal{E}_\Phi} p_{\phi_{PR}}(T_R | T_P), \end{aligned} \quad (16)$$

[0185] 여기서 T_P 와 T_R 은 각각 치아(P 및 R)에 대한 변환 행렬이다. 각 에지에 대한 확률 식은 사후 형상 모델의 경우와 매우 유사하다. 관련된 에너지 함수는 다음 식으로 주어진다:

$$E_{MP}(\mathcal{S}|\{\phi_{TT}\}) = - \sum_{(P,R) \in \mathcal{E}_\Phi} \log(p_{\phi_{PR}}(\mathbf{T}_R|\mathbf{T}_P)) \quad (17)$$

[0187] 이제, 추가적인 에너지 함수 항이 제시된다. 이 항은 실험에 기초하여 알고리즘의 결과를 더 개선하고 향상시키기 위해 추가될 수 있다. 당해 특정 경우에 따라 이러한 추가적인 항 중 일부를 사용하거나 사용하지 않는 것이 더 좋을 수 있다. 이들 항 각각에 대해 이론적 근거는 아래에서 보다 자세히 설명된다.

[0188] 일부 경우에 이웃한 보철 치관들은 서로 접촉하지 않는다. 이로 인해 다른 치아들 사이에 갭이 존재하기 때문에 부자연스럽게 보이는 이상적인 치아 셋업이 초래된다. 접촉 지점 항은 이 단점을 해결하려고 시도한다. 각 치아에 대해 두 세트의 접촉 지점, 즉 근심(mesial) 지향 세트 및 원심(distal) 지향 세트가 결정된다(가장 사후 세트에 대해서는 단 하나의 세트만). 두 개의 이웃한 치아의 경우 근심 치아의 원심 접촉 지점 세트는 원심 치아의 근심 접촉 지점 세트와 접촉해야 한다. 접촉 지점 항은 관련 접촉 지점 세트들 간의 거리에 대한 척도를 제공한다. 부작용으로서 이 항은 또한 이웃한 치아들이 서로 중첩되는 것을 방지한다. 접촉 지점 세트의 일레는 도 7에 도시된다. 접촉 지점 구조는 치아에 대응하는 노드(N_P) 세트 및 지향 에지(E_P) 세트로 구성된 그래프(G_P)에 저장될 수 있다. 근심 방향과 원심 방향으로 이웃한 치아들 사이에 에지들이 한정된다. 각 지향 에지는 일련의 접촉 지점을 포함한다. 남아 있는 한정 사항은 두 세트의 접촉 지점 사이의 거리를 나타내는 척도이다. 이 거리가 작고 두 세트의 지점이 서로 접촉할 때 척도는 낮아야 한다. 반면에 두 세트의 지점이 서로 멀리 떨어져 있을 때는 척도는 높아야 한다. 다양한 척도가 고안될 수 있다. 일례는 음의 커널 상관(Kernel Correlation: KC) 척도이다. 커널 상관 척도는 확률적 커널 밀도 추정(Kernel Density Estimation: KDE) 표현의 L2 노름(norm)의 근사치로부터 발생한다. 가우시안 커널을 갖는 지점 세트 $P = \{x_i \in \mathbb{R}^3\}$ ($i = 1 \dots N$)의 KDE 표현은 다음 식으로 주어진다:

$$p_P(x) = \frac{(\pi\sigma^2)^{-\frac{3}{2}}}{N} \sum_{i=1}^N \exp\left(-\frac{\|x - x_i\|^2}{\sigma^2}\right) \quad (18)$$

[0190] 그리하여, 이것은 각 지점 $x \in \mathbb{R}^3$ 에 이 지점이 지점 세트에 속할 확률을 할당한다. 두 세트의 지점 P와 Q에 대한 KDE 표현의 제공된 L2 노름은 다음 식으로 주어진다:

$$\begin{aligned} d_{L2}^2(p_P(x), p_Q(x)) &= \int_{\mathbb{R}^3} (p_P(x) - p_Q(x))^2 dx \\ &= \int_{\mathbb{R}^3} p_P^2(x) dx + \int_{\mathbb{R}^3} p_Q^2(x) dx - 2 \int_{\mathbb{R}^3} p_P(x) p_Q(x) dx \end{aligned} \quad (19)$$

[0192] 후반 항 $\int_{\mathbb{R}^3} p_P(x) p_Q(x) dx$ 는 커널 상관 항이다. 두 세트의 지점 P와 Q 사이에 강제 정렬을 추구함으로써 L2 노름을 최소화할 때 커널 상관이 유일한 관련 항이다. 전반 항 $\int_{\mathbb{R}^3} p_P^2(x) dx$ 및 $\int_{\mathbb{R}^3} p_Q^2(x) dx$ 는 이 경우에 일정하다. 두 세트의 접촉 지점을 정렬하기 위해 변형은 강체가 아니므로 근사는 유효하지 않다. 그럼에도 불구하고, 음의 커널 상관 항은 두 세트의 지점 사이의 거리를 나타내는 유효 척도를 제공한다. 커널 상관 항은 다음 식으로 더 표현될 수 있다:

$$\begin{aligned}
 KC(\mathcal{P}, \mathcal{Q}) &= \int_{\mathbb{R}^3} p_{\mathcal{P}}(\mathbf{x}) p_{\mathcal{Q}}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \\
 &= \frac{(\pi\sigma^2)^{-3}}{N_{\mathcal{P}}N_{\mathcal{Q}}} \int_{\mathbb{R}^3} \sum_{i=1}^{N_{\mathcal{P}}} \exp\left(-\frac{\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i\|^2}{\sigma^2}\right) \sum_{j=1}^{N_{\mathcal{Q}}} \exp\left(-\frac{\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_j\|^2}{\sigma^2}\right) d\mathbf{x} \\
 &= \frac{(\pi\sigma^2)^{-3}}{N_{\mathcal{P}}N_{\mathcal{Q}}} \sum_{i=1}^{N_{\mathcal{P}}} \sum_{j=1}^{N_{\mathcal{Q}}} \int_{\mathbb{R}^3} \exp\left(-\frac{\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i\|^2}{\sigma^2}\right) \exp\left(-\frac{\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_j\|^2}{\sigma^2}\right) d\mathbf{x} \\
 &= \frac{(2\pi\sigma^2)^{-\frac{3}{2}}}{N_{\mathcal{P}}N_{\mathcal{Q}}} \sum_{i=1}^{N_{\mathcal{P}}} \sum_{j=1}^{N_{\mathcal{Q}}} \exp\left(-\frac{\|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\|^2}{2\sigma^2}\right).
 \end{aligned}$$

[0193] (20)

[0194] 커널 상관을 사용하면 접촉 지점 에너지 항은 다음 식으로 표현될 수 있다:

$$E_{CP}(\mathcal{S}) = - \sum_{\substack{(\mathcal{M}, \mathcal{D}) \in \mathcal{E}_{CP} \\ (\mathcal{D}, \mathcal{M}) \in \mathcal{E}_{CP}}} KC(\mathcal{P}_{\mathcal{MD}}^G, \mathcal{P}_{\mathcal{DM}}^G)$$

[0195] (21)

[0196] 여기서 \mathcal{M} 과 \mathcal{D} 는 두 개의 지향 에지에 의해 연결된 두 개의 이웃한 치아이고, $\mathcal{P}_{\mathcal{MD}}^G$ 와 $\mathcal{P}_{\mathcal{DM}}^G$ 는 다음 식으로 주어지고:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{P}_{\mathcal{MD}}^G &= \{\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^3 \mid \mathbf{x}_i = \mathbf{R}_{\mathcal{M}}\mathbf{v}_i + \mathbf{t}_{\mathcal{M}}, \mathbf{v}_i \in \mathcal{P}_{\mathcal{MD}} \subset \mathcal{V}_{\mathcal{M}}\}, \\
 \mathcal{P}_{\mathcal{DM}}^G &= \{\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^3 \mid \mathbf{x}_i = \mathbf{R}_{\mathcal{D}}\mathbf{v}_i + \mathbf{t}_{\mathcal{D}}, \mathbf{v}_i \in \mathcal{P}_{\mathcal{DM}} \subset \mathcal{V}_{\mathcal{D}}\},
 \end{aligned}$$

[0197]

[0198] 여기서 $\mathcal{P}_{\mathcal{MD}}$ 는 지향 에지(\mathcal{M} , \mathcal{D})와 관련된 접촉 지점 세트이고, $\mathcal{P}_{\mathcal{DM}}$ 은 역방향 지향 에지(\mathcal{D} , \mathcal{M})와 관련된 접촉 지점 세트이고, $\mathcal{V}_{\mathcal{M}}$ 및 $\mathcal{V}_{\mathcal{D}}$ 는 각각 치아(\mathcal{M} 및 \mathcal{V}) 지점 세트이다.

[0199] 심미적 관점에서 가장 중요한 요구 사항은 대칭성이다. 자세와 형상 간은 구별되므로 둘 다에 대해 대칭성을 한정할 수 있다. 아래에서는 먼저 두 개의 대칭성 치아의 자세와 형상 대칭을 위한 에너지 함수 항 사이의 대칭을 나타내는 에너지 함수 항이 제시된다.

[0200] 제1 요구 조건은 환자의 해부학적 평면 대칭 변환을 추정하는 것이다. 이 변환을 추정하기 위해 다수의 가능한 솔루션이 존재한다. 가장 간단한 솔루션은 해부학적 표면 메쉬에 표시된 2 세트의 대응 지점에 기초한다. 평면 대칭 변환 행렬(\mathbf{T}_G)이 대응하는 지점 세트에 기초하여 계산될 수 있다. 이 변환 행렬은 다음 행렬로 분해될 수 있다:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{H} & \mathbf{t} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix}$$

[0201] (22)

[0202] 여기서 \mathbf{H} 는 하우스홀더(Householder) 변환 행렬이고, \mathbf{t} 는 병진 벡터이다.

[0203] 제2 요구 사항은 각각의 치아에 대한 국부적인 평면 대칭 변환을 개별적으로 추정하는 것이다. 대칭성 치아들 사이에 대응하는 지점이 존재한다고 가정하면 미리 강제 변환은 회전 성분의 행렬식을 -1로 설정함으로써 계산될 수 있다. 그 결과 미리 강제 변환 행렬(\mathbf{T}')은 다음 식으로 분해될 수 있다:

$$\mathbf{T}' = \begin{bmatrix} \mathbf{H}' & \mathbf{t}' \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix}$$

[0204] (23)

[0205] 여기서 \mathbf{H}' 는 회전 및 미리 연산의 조합이고, \mathbf{t}' 는 병진 성분이다.

[0206] 자세 대칭 에너지 함수 항의 이하 도출을 명확히 하기 위해, 특정 상황에 대한 예시가 도 8에 도시되어 있다. 이 도면은 대응하는 국부 좌표계(x_L , y_L , z_L) 및(x_R , y_R , z_R), 전역(global) 좌표계(x , y , z), 및 \mathbf{T} 로 한정된 미리 평면을 갖는 좌 및 우 송곳니를 보여준다. 변환(\mathbf{T}')은 도시되어 있지 않지만, 우 송곳니의 지점(\mathbf{v}_R)을 좌 송

곳니의 대응하는 지점(\mathbf{v}_L)으로 매핑한다:

$$\mathbf{v}_L = \mathbf{H}'\mathbf{v}_R + \mathbf{t}' \quad (24)$$

역변환은 다음 식으로 주어진다:

$$\mathbf{v}_R = \mathbf{H}^{TT}\mathbf{v}_L - \mathbf{H}^{TT}\mathbf{t}' \quad (25)$$

점 \mathbf{v}_L 을 국부 좌표계(x_L, y_L, z_L)로부터 전역 좌표계(x, y, z)로 변환하는 것은 다음 식으로 주어진다:

$$\mathbf{x}_L = \mathbf{R}_L\mathbf{v}_L + \mathbf{t}_L \quad (26)$$

여기서 \mathbf{R}_L 과 \mathbf{t}_L 은 좌측 치아의 자세를 한정한다. 유사하게, 지점 \mathbf{v}_R 을 국부 좌표계(x_R, y_R, z_R)로부터 전역 좌표계(x, y, z)로 변환하는 것은 다음 식으로 주어지고:

$$\mathbf{x}_R = \mathbf{R}_R\mathbf{v}_R + \mathbf{t}_R \quad (27)$$

여기서 \mathbf{R}_R 과 \mathbf{t}_R 은 우측 치아의 자세를 한정한다. 평면 대칭 변환(T)은 대응하는 지점(x_L 및 x_R)을 서로 매핑한다:

$$\mathbf{x}_L = \mathbf{H}\mathbf{x}_R + \mathbf{t} \quad (28)$$

$$\mathbf{x}_R = \mathbf{H}\mathbf{x}_L + \mathbf{t} \quad (29)$$

식 26, 식 27, 식 28 및 식 29를 결합하면 다음 두 개의 식이 생성된다:

$$\mathbf{R}_L\mathbf{v}_L + \mathbf{t}_L = \mathbf{H}\mathbf{R}_R\mathbf{v}_R + \mathbf{H}\mathbf{t}_R + \mathbf{t} \quad (30)$$

$$\mathbf{R}_R\mathbf{v}_R + \mathbf{t}_R = \mathbf{H}\mathbf{R}_L\mathbf{v}_L + \mathbf{H}\mathbf{t}_L + \mathbf{t} \quad (31)$$

여기서 목표는 \mathbf{R}_R 과 \mathbf{t}_R 이 주어지면 \mathbf{R}_L 과 \mathbf{t}_L 에 대한 식을 도출하고, 마찬가지로 \mathbf{R}_L 과 \mathbf{t}_L 이 주어지면 \mathbf{R}_R 과 \mathbf{t}_R 에 대한 식을 도출하는 것이다. 이것은 상기 두 식을 식 24 및 식 25와 결합시키는 것에 의해 가능하다.

$$\mathbf{R}_L\mathbf{v}_L + \mathbf{t}_L = \mathbf{H}\mathbf{R}_R\mathbf{H}^{TT}\mathbf{v}_L - \mathbf{H}\mathbf{R}_R\mathbf{H}^{TT}\mathbf{t}' + \mathbf{H}\mathbf{t}_R + \mathbf{t} \quad (32)$$

$$\mathbf{R}_R\mathbf{v}_R + \mathbf{t}_R = \mathbf{H}\mathbf{R}_L\mathbf{H}'\mathbf{v}_R + \mathbf{H}\mathbf{R}_L\mathbf{t}' + \mathbf{H}\mathbf{t}_L + \mathbf{t} \quad (33)$$

그리하여, 좌측 치아의 자세는 다음 식으로 T와 T'가 주어지면 우측 치아의 자세로 표현될 수 있다:

$$\mathbf{R}_L^* = \mathbf{H}\mathbf{R}_R\mathbf{H}^{TT} \quad (34)$$

$$\mathbf{t}_L^* = \mathbf{H}\mathbf{t}_R + \mathbf{t} - \mathbf{R}_L^*\mathbf{t}' \quad (35)$$

유사하게, 우측 치아의 자세는 다음 식으로 좌측 치아의 자세로 표현될 수 있다:

$$\mathbf{R}_R^* = \mathbf{H}\mathbf{R}_L\mathbf{H}' \quad (36)$$

$$\mathbf{t}_R^* = \mathbf{H}\mathbf{t}_L + \mathbf{t} + \mathbf{H}\mathbf{R}_L\mathbf{t}' \quad (37)$$

두 식은 좌측 치아와 우측 치아의 자세들 사이의 관계를 한정한다. 좌측 치아와 우측 치아의 자세가 T와 T'에 대해 완벽하게 대칭이라면, 다음 관계가 성립한다:

$$\begin{aligned}\mathbf{R}_L &= \mathbf{R}_L^*, \\ \mathbf{t}_L &= \mathbf{t}_L^*, \\ \mathbf{R}_R &= \mathbf{R}_R^*, \\ \mathbf{t}_R &= \mathbf{t}_R^*.\end{aligned}$$

[0230]

[0231] 이에 기초하여 좌측 치아와 우측 치아의 자세들 사이의 대칭에 대한 척도는 예측된 자세(\mathbf{R}_L^* , \mathbf{t}_L^* 및 \mathbf{R}_R^* , \mathbf{t}_R^*)에 대한 실제 자세(\mathbf{R}_L , \mathbf{t}_L 및 \mathbf{R}_R , \mathbf{t}_R) 간의 거리로서 공식화될 수 있다. 강체 변환 행렬들 사이의 거리를 측정하려면 라이(Lie) 그룹 SE(3)의 기본 매니폴드 구조를 고려할 필요가 있다. 이 거리는 대응하는 라이 대수 SE(3)에서 다음 식으로 표현될 수 있다:

$$d(\mathbf{T}_1, \mathbf{T}_2) = \|\log(\mathbf{T}_1^{-1}\mathbf{T}_2)\| \quad (38)$$

[0232]

[0233] 여기서 로그(log)는 로그 맵(logarithmic map)이다. 그리하여, 대칭 자세 항은 다음 식으로 주어지고:

$$E_{SP}(\mathcal{S}) = \frac{1}{2} \sum_{(\mathcal{L}, \mathcal{R}) \in \mathcal{X}} d^2(\mathbf{T}_{\mathcal{L}}, \mathbf{T}_{\mathcal{L}}^*) + d^2(\mathbf{T}_{\mathcal{R}}, \mathbf{T}_{\mathcal{R}}^*) \quad (39)$$

[0234]

[0235] 여기서, \mathcal{X} 는 \mathcal{S} 에 존재하는 모든 좌측-우측 치아 쌍의 세트이고,

$$\mathbf{T}_{\mathcal{L}}^* = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{\mathcal{L}}^* & \mathbf{t}_{\mathcal{L}}^* \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \quad (40)$$

[0236]

[0237] 및

$$\mathbf{T}_{\mathcal{R}}^* = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{\mathcal{R}}^* & \mathbf{t}_{\mathcal{R}}^* \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \quad (41)$$

[0238]

[0239] 이제 대칭 형상을 지원하는 에너지 함수 항이 제시된다. 각 좌측-우측 치아 쌍마다 한정된 미러링된 강체 변환(\mathbf{T}')이 주어지면, 이 에너지 함수 항은 다음 식으로 주어지고:

$$\begin{aligned}E_{SS}(\mathcal{S}) &= \sum_{(\mathcal{L}, \mathcal{R}) \in \mathcal{X}} d^2(\mathbf{v}_{\mathcal{L}}, \mathbf{H}'_{(\mathcal{L}, \mathcal{R})} \mathbf{v}_{\mathcal{R}} + \mathbf{t}'_{(\mathcal{L}, \mathcal{R})}) \\ &= \sum_{(\mathcal{L}, \mathcal{R}) \in \mathcal{X}} \sum_i \left(\mathbf{v}_i^{\mathcal{L}} - \mathbf{H}'_{(\mathcal{L}, \mathcal{R})} \mathbf{v}_i^{\mathcal{R}} - \mathbf{t}'_{(\mathcal{L}, \mathcal{R})} \right)^T \left(\mathbf{v}_i^{\mathcal{L}} - \mathbf{H}'_{(\mathcal{L}, \mathcal{R})} \mathbf{v}_i^{\mathcal{R}} - \mathbf{t}'_{(\mathcal{L}, \mathcal{R})} \right)\end{aligned} \quad (42)$$

[0240]

[0241] 여기서 $\mathbf{v}_i^{\mathcal{L}} \in \mathbf{V}_{\mathcal{L}}$ 및 $\mathbf{v}_i^{\mathcal{R}} \in \mathbf{V}_{\mathcal{R}}$ 이다.

[0242]

전방(anterior) 치아의 경우 솔루션을 더 개선하기 위해, 치아 상에 미리 한정된 지점 또는 랜드마크에 기초한 휴리스틱 규칙 세트가 추가될 수 있다. 이러한 휴리스틱 규칙은 서로에 대해 랜드마크들의 상대적인 위치를 제한한다. 현재 사용되는 휴리스틱 규칙 세트는 두 가지 카테고리로 나뉘어질 수 있다. 제1 카테고리는 랜드마크의 위치에 대한 관계를 한정하는 휴리스틱 규칙 및 랜드마크들 간의 거리에 대한 관계를 한정하는 제2 카테고리의 휴리스틱 규칙을 포함한다. 전자의 예는 위-아래 방향(superior-inferior)으로 한정된 두 개 이상의 랜드마크에 동일한 높이를 부과하는 휴리스틱 규칙이다. 후자의 예는 둘 이상의 랜드마크 쌍 사이에 동일한 거리를 부과하는 휴리스틱 규칙이다. 제1 카테고리의 휴리스틱 규칙 세트는 표 1에 주어진다. 제2 카테고리의 휴리스틱 규칙 세트는 표 2에 주어진다.

표 1

[0243]

휴리스틱 규칙	관련된 랜드마크
좌 및 우 중절치의 절치 예지는 동일한 높이에 있어야 한다	절치 예지 좌 중절치, 절치 예지 우 중절치

좌 및 우 측절치의 절치 예지는 동일한 높이에 있어야 한다	절치 예지 좌 측절치, 절치 예지 우 측절치
좌 및 우 송곳니의 첨점(cusp)은 동일한 높이에 있어야 한다	첨점 좌 송곳니, 첨점 우 송곳니

표 2

휴리스틱 규칙	관련된 랜드마크
정면도에서 좌 및 우 중절치의 폭은 동일하여야 한다	좌 중절치의 내측(medial) 및 외측(lateral) 우 중절치의 내측 및 외측
정면도에서 좌 및 우 측절치의 폭은 동일하여야 한다	좌 중절치 외측, 좌 측절치 외측, 우 중절치 외측, 우 측절치 외측
정면도에서 좌 및 우 송곳니의 폭은 동일하여야 한다	좌 측절치 외측, 좌 송곳니 외측, 우 측절치 외측, 우 송곳니 외측

이들 휴리스틱 규칙이 유효하기 위한 필수 조건은 가상 치아 셋업의 위치를 정확히 해야 한다는 것이다. z 축은 교합 평면에 수직이어야 하고, 상악에 대해 아래 방향을 향한다. y 축은 관상 평면에 수직이어야 하고, 복부 방향을 향한다. 이들로부터, x 축은 중외측(mediolateral axis)과 평행하고, 환자의 우측으로부터 좌측을 향한다.

표 1의 제1 휴리스틱 규칙에 대한 에너지 함수 항은 다음 식으로 공식화될 수 있다:

$$E_{HR}(S) = (R_{11}v_{IE}^{11} + t_{11} - c_{11})^T W (R_{11}v_{IE}^{11} + t_{11} - c_{11}) + (R_{21}v_{IE}^{21} + t_{21} - c_{21})^T W (R_{21}v_{IE}^{21} + t_{21} - c_{21}), \quad (43)$$

여기서 R_{11} 과 t_{11} 은 우 중절치의 자세를 한정하고, R_{21} 과 t_{21} 은 좌 중절치의 자세를 한정하고, $v_{IE}^{11} \in V_{11}$ 은 우 중절치의 절치 예지에 한정된 랜드마크이며, $v_{IE}^{21} \in V_{21}$ 은 좌 중절치의 절치 예지에 한정된 랜드마크이고, W 는 관련 방향을 한정하는 가중치를 포함하는 대각선 행렬이고, $c_{11} \in R^3$ 및 $c_{21} \in R^r$ 은 규칙에 따른 이상적인 위치이다. 이 경우, 대각선 행렬(W)은 대각선(0,0,1)에 의해 주어진다. 표 1에서 다른 휴리스틱 규칙에 대해서도 유사한 표현이 도출될 수 있다. 표 2의 제1 휴리스틱 규칙에 대한 에너지 함수 항은 다음 식으로 공식화될 수 있다:

$$E_{HR}(S) = \left(d_{21} - \sqrt{(v_L^{11} - v_M^{11})^T R_{11}^T W R_{11} (v_L^{11} - v_M^{11})} \right)^2 + \left(d_{11} - \sqrt{(v_L^{21} - v_M^{21})^T R_{21}^T W R_{21} (v_L^{21} - v_M^{21})} \right)^2, \quad (44)$$

여기서 d_{21} 과 d_{11} 은 각각 좌 및 우 중절치의 폭이고, $v_L^{11} \in V_{11}$ 은 우 중절치의 외측 랜드마크이며, $v_M^{11} \in V_{11}$ 은 우 중절치의 내측 랜드마크이고, $v_L^{21} \in V_{21}$ 은 좌 중절치의 외측 랜드마크이며, $v_M^{21} \in V_{21}$ 은 좌 중절치의 내측 랜드마크이고, W 는 관련 방향을 한정하는 가중치를 포함하는 대각선 행렬이다. 이 경우 행렬(W)은 대각선(1,0,0)에 의해 주어진다. 표 2에서 다른 휴리스틱 규칙에 대해서도 유사한 표현이 도출될 수 있다.

알고리즘에 대한 중요한 요구 사항은 치아가 이웃한 치아에 의해 관통되는 것을 방지하는 것이다. 이웃한 치아들이 서로 중첩되는 솔루션은 물리적으로 불가능하므로 이 요구 사항에 대한 필요성은 분명하다. 치아가 대합치아 표면과 중첩하는 것을 불리하게 하는 에너지 함수 항이 포함된다. 후처리 단계에서 교합이 고려될 수 있다. 그러나 치아와 대합치아 사이에 강한 중첩이 있는 경우 후처리 단계는 좋은 솔루션을 만들지 못한다. 따라서, 대합치아 중첩 에너지 함수 항은 가능한 중첩을 완화하고, 그리하여 후처리 단계로부터 올바른 솔루션을 보장한다. 이 에너지 함수 항의 전제 조건은 올바른 교합 관계로 대합치아를 포함하는 반대쪽 턱의 표면 메쉬를 이용 가능한지 여부이다.

대합치아 중첩 에너지 함수 항은 다음 식으로 주어질 수 있다:

$$E_O(\mathcal{S}) = \sum_{T \in \mathcal{S}} \sum_{i=1}^{|V_T|} d^2(\mathcal{B}, \mathbf{R}_T \mathbf{v}_i + \mathbf{t}_T) H(-d(\mathcal{B}, \mathbf{R}_T \mathbf{v}_i + \mathbf{t}_T)) \quad (45)$$

여기서 \mathcal{B} 는 반대쪽 턱의 표면 메쉬이고, \mathbf{R}_T 와 \mathbf{t}_T 는 치아(T)의 자세를 한정하고, $\mathbf{v}_i \in V_T$, $d(\mathcal{B}, \cdot)$ 는 표면 메쉬(\mathcal{B})까지의 부호 있는 거리이며, $H: \mathbb{R} \rightarrow \{0, 1\}$ 은 다음 식으로 주어진 헤비사이드 계단 함수이다:

$$H(x) = \begin{cases} x < 0 \text{ 인 경우, } 0 \\ x > 0 \text{ 인 경우, } 1 \end{cases} \quad (46)$$

위에서 제안된 중첩 에너지 함수 항은 일부 문제를 제기한다. 첫째, 최적화 알고리즘의 경우 에너지 함수 항의 구배를 계산해야 한다. 그러나 헤비사이드 계단 함수의 미분을 계산하면 디랙(Dirac) 델타 함수가 된다. 둘째, 헤비사이드 계단 함수는 중첩이 없을 때마다 중첩 에너지 함수 항의 값을 0으로 하고, 이 값은 중첩이 발생할 때마다 0보다 더 커진다. 그리하여 중첩 에너지 함수 항은 꼬임(kink)이 존재하는 중첩 지점 부근에서는 평활하지 않다(미분이 연속적이지 않다). 이것은 최적화 알고리즘에 문제를 제기한다. 잘 알려진 솔루션은 표준 헤비사이드 계단 함수를 정규화된 버전으로 대체하는 것이다. 일반적으로 사용되는 정규화된 헤비사이드 계단 함수는 다음 식으로 주어진다:

$$H_\epsilon(x) = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2}{\pi} \arctan \left(\frac{x}{\epsilon} \right) \right) \quad (47)$$

여기서 ϵ 은 평활도(smoothness)를 제어한다. 이 함수는 표준 헤비사이드 계단 함수에 근접하지만 모든 곳에서 연속적이다. 도 9는 이 함수를 도시한다. 정규화된 대합 치아 중첩 에너지 함수 항은 다음 식으로 주어진다:

$$E_O(\mathcal{S}) = \sum_{T \in \mathcal{S}} \sum_{i=1}^{|V_T|} d^2(\mathcal{B}, \mathbf{R}_T \mathbf{v}_i + \mathbf{t}_T) H_\epsilon(-d(\mathcal{B}, \mathbf{R}_T \mathbf{v}_i + \mathbf{t}_T)) \quad (48)$$

치과 기술자에 의해 생성된 진단 치아 셋업이 표면 메쉬로서 이용 가능한 경우, 이 정보는 알고리즘에 의해서도 사용될 수 있다. 이 경우 표면 항은 관련 치아가 진단 치아 셋업 쪽에 맞추어지는 것을 보장하기 위해 사용될 수 있다. 이에 의해 알고리즘의 솔루션은 치과 기술자에 의해 생성된 진단용 치아 셋업 쪽으로 조정된다.

대부분의 기계 학습 알고리즘으로서, 본 발명의 알고리즘은 2개의 단계, 즉 트레이닝 단계 및 테스트 단계를 포함한다. 사용자 관점으로부터 테스트 단계는 유용한 출력이 생성될 때 가장 관심이 있다. 반면, 트레이닝 단계 동안 알고리즘은 테스트 단계 동안 출력을 생성하는 데 필요한 지식을 얻는다. 트레이닝 단계는 일반적으로 트레이닝 데이터라고 하는 정교한 예시적인 데이터 세트를 사용한다. 트레이닝 데이터 세트로부터 필요한 지식을 추출하는 잘 확립된 기술은 통계 모델을 사용한다. 이 경우 트레이닝 데이터 세트는 표면 스캔된 석고 모델을 포함한다. 이 트레이닝 데이터 세트로부터 추출된 지식은 주로 치아의 자세와 형상과 관련된다. 테스트 단계 동안 생성된 출력은 가상 이상적인 치아 셋업이다.

지금까지 테스트 단계만이 논의되었다. 이제 트레이닝 단계가 제시된다. 트레이닝 단계 동안 통계 모델이 구성되고, 랜드마크가 한정되며, 접촉 지점 세트가 계산되고, 등등이 수행된다. 이하 트레이닝 데이터 세트 및 그 처리가 먼저 상세히 설명된다. 다음으로, 공통 참조 프레임에서 처리된 트레이닝 데이터를 정렬하기 위한 절차가 제시된다. 이어서, 정렬된 트레이닝 데이터에 기초하여, 형상 및 자세를 기술하는 통계 모델이 구축된다. 그 후에 대칭 변환과 접촉 지점 세트가 계산된다. 마지막으로 랜드마크가 각 치아마다 한정된다.

트레이닝 데이터 세트는 표면 스캔된 치아 주형으로 구성된다. 다른 모델이 상부 턱과 하부 턱 모두에 구성되기 때문에 별도의 트레이닝 데이터 세트가 상부 턱과 하부 턱에 사용된다. 그러나 본 명세서에 설명된 절차는 둘 모두에 적용된다. 모든 치아 주형은 레이저로 스캔되어 치아와 잇몸을 포함하는 치아 주형의 상세한 표면 메쉬가 초래된다. 이러한 표면 메쉬에는 해부학적 랜드마크가 수동으로 표시된다. 좌측/우측 미리 평면을 사용하여 각 트레이닝 샘플을 미러링함으로써 트레이닝 샘플의 수를 두 배로 늘릴 수 있다. 이 평면은 수동으로 표시된 랜드마크로부터 추정될 수 있다. 그리하여 그 결과 트레이닝 데이터 세트는 각 트레이닝 샘플을 두 번 포함하는데, 즉 원본 샘플로 한 번, 및 그 미러링된 버전으로 한 번 포함한다. 이 접근법의 직접적인 장점은 계산된 통계 모델의 대칭성이 향상된다는 것이다.

이용 가능한 표면 메쉬는 주로 두 가지 이유로 트레이닝에 직접 적합하지는 않다. 첫째, 다른 치아 사이 또는

치아와 잇몸 사이에 분리가 없다. 둘째, 치아들 사이의 간극에서 이용 가능한 정보가 없다. 그리하여 문제를 해결하려면 표면 메쉬를 추가로 처리해야 한다. 두 문제는 두 개의 별개의 후속 단계로 처리된다. 제1 단계에서는 개별적인 치아 표면이 표면 메쉬로부터 추출된다. 이어서, 추출된 치아 표면은 간극 레벨에서 완성된다.

[0265] 제1 단계로서, 모든 치아는 치아 주형의 표면 메쉬로부터 추출된다. 이에 의해 치아는 잇몸으로부터 분리되어야 할 뿐만 아니라 서로 분리되어야 한다. 이것은 수동으로 수행될 수 있다. 그러나, 문헌에서 다수의 (반) 자동 알고리즘이 이 목적으로 제시된다.

[0266] 이상적으로, 치아 추출 단계의 결과는 개별 치아의 표면 메쉬의 세트이다. 대부분의 경우 이러한 표면 메쉬는 치아가 이웃한 치아와 접촉하는 근심 측과 원심 측에서 열린다. 위에서 지정한 바와 같이, 이것은 전체 치관이 필요하기 때문에 트레이닝 단계에서 문제를 제기한다. 가능한 솔루션은 레벨 세트 기반 표면 재구성 기술을 사용하는 것일 수 있다. 다른 솔루션은 비 강체 표면 정합(non-rigid surface registration)을 사용하여 각 트레이닝 샘플 쪽으로 템플릿 형상을 변형시키는 것이다. 템플릿 형상이 전체 치관이고 비 강체 정합 알고리즘이 비 정상값에 강인하다면 이 접근법은 표면 완성 문제를 해결한다. 이 접근 방식의 이익은 작은 세분화 에러를 수정할 수 있다는 것이다. 또한 템플릿 형상의 해상도를 특정 요구에 맞게 적응시킬 수 있다. 이 접근법의 단점은 세분화된 표면 메쉬에 존재하는 일부 세부 묘사가 변형된 템플릿 형상에서 관찰되지 않을 수 있다는 것이다. 치관의 각 유형별 템플릿 형상은 기존 라이브러리로부터 이용 가능할 수 있다.

[0267] 전체 정합 파이프라인은 3개의 단계를 포함한다. 제1 단계에서, 입력 표면 메쉬에서 수동으로 표시된 랜드마크 및 템플릿 형상을 사용하여 초기 강체 정렬을 계산한다. 다음으로 강체 정렬은 강체 정합 알고리즘을 통해 추가로 개선된다. 마지막으로, 비 강체 정합 알고리즘을 사용하여 강체 정렬된 템플릿 형상을 추출된 치관 쪽으로 변형시킨다. 잘 확립된 반복 최근접 지점(Iterative Closest Point: ICP) 알고리즘의 변형에는 강체 정합 및 비 강체 정합 모두에 사용된다. ICP는 반복적으로 대응 관계 없이 두 세트의 지점을 정렬한다. 각 반복은 두 단계를 포함한다. 먼저, 대응하는 지점이 추정된다. 다음으로, 대응하는 지점에 기초하여 정렬이 업데이트된다. 대응하는 지점은 최근접 지점 전략을 사용하여 계산된다. 반복은 두 개의 연속적인 반복 사이의 차이가 최소가 될 때까지 수행된다.

[0268] 대칭 형상 에너지 함수 항을 평가하는 것은 대응하는 지점들이 좌측 치아와 우측 치아 사이에 존재한다면 크게 단순화될 수 있다. 그리하여 우측 템플릿 치관이 좌측 템플릿 치관을 생성하도록 미러링된다.

[0269] 이 절차는 가상 치아 셋업의 트레이닝 데이터 세트를 생성한다. 각 가상 치아 셋업은 기본 치아 주형으로부터 추출된 형상과 자세를 갖는 일련의 치관을 포함한다. 통계 모델을 구축하는데 트레이닝 데이터 세트를 사용할 수 있기 전에 모든 트레이닝 데이터를 동일한 참조 프레임에 위치시켜야 한다. 그리하여 먼저 평균 가상 치아 셋업이 계산된다. 다음으로, 평균 가상 치아 셋업이 올바르게 위치된다. 마지막으로 모든 가상 치아 셋업이 평균값에 정렬된다. 각 단계는 아래에서 더 자세히 설명된다. 두 개의 가상 치아 셋업을 정렬하는 것이 평균 가상 치아 셋업을 계산하는데 필요하기 때문에 두 개의 가상 치아 셋업을 정렬하는 것이 먼저 논의된다.

[0270] 표면 메쉬에 수동으로 표시된 랜드마크는 정렬을 위한 가이드 역할을 한다. 이러한 랜드마크는 가상 치아 셋업에서 다른 치아로 쉽게 전사될 수 있다. 랜드마크들 간에는 대응 관계가 존재하기 때문에 두 가상 치아 셋업을 정렬하는 강체 변환을 계산할 수 있다. 자세와 형상 간은 구별되므로 가상 치아 셋업을 변환할 때 특이점이 발생한다. 그리하여 가상 치아 셋업에 강체 변환을 적용하면 치아의 자세에만 영향을 준다. 수학적 공식에서 이것은 다음 식으로 표현될 수 있다:

$$\begin{aligned} S' &= \phi(S) \\ &= \{\phi(T_i)\}_{i=1}^{|D|} \end{aligned} \quad (49)$$

[0272] 여기서 ϕ 는 변환 연산자이다. 국부 참조 프레임에서 치아(T_i)의 지점이 $v \in V_{T_i}$ 에 의해 주어지면 전역 참조 프레임에서의 지점은 다음 식으로 주어지고:

$$x = R_{T_i} v + t_{T_i} \quad (50)$$

[0274] 여기서 R_{T_i} 와 t_{T_i} 는 치아의 자세를 나타낸다. 치아(T_i)를 변환시키는 것은 치아의 모든 지점에 변환(ϕ)을 적용하는 것으로 된다. 이것은 다음 식으로 공식화될 수 있다:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}' &= \phi(\mathbf{x}) \\ &= \phi(\mathbf{R}_{T_i}\mathbf{v} + \mathbf{t}_{T_i}) \end{aligned} \quad (51)$$

변환(ϕ)이 회전 행렬 $\mathbf{R} \in \text{SO}(3)$ 과 변환 벡터 $\mathbf{t} \in \mathbb{R}^3$ 로 구성된 강체 변환이라면, 위의 표현은 다음 식으로 단순화될 수 있다:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}' &= \mathbf{R}(\mathbf{R}_{T_i}\mathbf{v} + \mathbf{t}_{T_i}) + \mathbf{t} \\ &= \mathbf{R}\mathbf{R}_{T_i}\mathbf{v} + \mathbf{R}\mathbf{t}_{T_i} + \mathbf{t} \\ &= \mathbf{R}'_{T_i}\mathbf{v} + \mathbf{t}'_{T_i}, \end{aligned} \quad (52)$$

여기서 $\mathbf{R}'_{T_i} = \mathbf{R}\mathbf{R}_{T_i}$ 및 $\mathbf{t}'_{T_i} = \mathbf{R}\mathbf{t}_{T_i} + \mathbf{t}$ 이다. 그리하여 강체 변환은 치아의 자세에만 영향을 미친다.

평균 가상 치아 셋업을 계산하는 것은 반복적인 절차이다. 이 절차는 평균(트레이닝 샘플들 중 하나)을 초기 추정하는 것으로부터 시작한다. 각 반복에서 모든 가상 치아 셋업은 평균에 대한 현재 추정치와 정렬되고 나서 평균을 업데이트하는 것이 뒤따른다. 두 개의 연속 반복 간에 관련 변화가 없을 때까지 반복이 수행된다. 가상 치아 셋업을 정렬하는 것은 이미 위에서 설명했다. 정렬된 가상 치아 셋업으로부터 평균을 업데이트하는 것이 이제 해결되었다.

평균 가상 치아 셋업은 평균 형상 및 평균 자세를 갖는 치아를 포함한다. 그리하여 각 치아에 대해 평균 형상과 평균 자세를 계산해야 할 필요가 있다. 일련의 형상으로부터 평균 형상을 계산하려면 모든 형상을 공통 참조 프레임과 정렬하는 것이 요구된다. 다른 형상들 사이에 대응 관계가 존재하기 때문에 모든 형상을 현재 평균 형상과 정렬하는 것은 간단하다. 형상들은 정렬되지만 치아 자체는 정렬되어 있지 않다는 것이 주목된다. 그리하여 치아의 형상에 강체 변환을 적용하면 또한 치아의 자세에 영향을 준다. 이것은 전역 참조 프레임에서 치아의 지점(\mathbf{x})이 다음 식으로 주어진 바와 같이 그 형상을 강체 변환하는 것에 의해 변해서는 안 된다는 사실로부터 알 수 있다:

$$\begin{aligned} \mathbf{x} &= \mathbf{R}_T\mathbf{v} + \mathbf{t}_T \\ &= \mathbf{R}'_T(\mathbf{R}\mathbf{v} + \mathbf{t}) + \mathbf{t}'_T \end{aligned} \quad (53)$$

여기서 $\mathbf{R} \in \text{SO}(3)$ 과 $\mathbf{t} \in \mathbb{R}^3$ 은 강체 변환이고 \mathbf{R}_T 와 \mathbf{t}_T 는 치아(T)의 자세를 한정한다. 이것으로부터 다음 식이 업데이트된 자세에 대해 도출될 수 있다:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}'_T &= \mathbf{R}_T\mathbf{R}^T \\ \mathbf{t}'_T &= \mathbf{t}_T - \mathbf{R}'_T\mathbf{t} \end{aligned}$$

형상이 정렬되면 평균 형상을 계산할 수 있다.

치아의 평균 자세를 계산하기 전에, 모든 형상은 본 명세서에서 논의된 접근법을 사용하여 평균 형상과 정렬되어야 한다. 강체 변환 행렬이 벡터 공간을 형성하지 않기 때문에, 평균 자세, 즉 평균 강체 변환 행렬을 계산하는 것은 간단하지 않다. 대신에 이들 강체 변환 행렬은 라이 그룹을 형성한다. 그리하여, 평균 자세는 이 라이 그룹에서 계산되어야 한다. 이 작업에는 알고리즘이 존재한다.

이전에 논의된 심미적 랜드마크 에너지 함수 항은 평균 가상 치아 셋업을 위치시키는데 약간의 제약을 부과한다. 다른 척도들이 유효하기 위해서는 평균 가상 치아 셋업이 다음과 같이 위치되어야 한다. z 축은 교합 평면에 수직이어야 하고 상부 턱에 대해 아래 방향을 향한다. y 축은 관상 평면에 수직이어야 하고 복부 방향을 향한다. 이들로부터, x 축은 중외축과 평행하고 환자의 우측으로부터 좌측을 향한다.

평균 가상 치아 셋업을 올바르게 위치시키는 것은 4개의 후속 단계로 달성된다. 각 단계는 이제 상세히 설명된다.

1. z 방향은 교합 평면에 수직인 벡터로 결정된다. 교합 평면 자체는 관련 랜드마크 세트 $\{\mathbf{m}_i\}$ ($i = 1, \dots, N$)을 통해 맞춰진 평면으로 계산된다. 이러한 랜드마크는 해부학적 표면 메시에 수동으로 표시된 랜드마크의 서브세트이다.

[0289] 2. x 방향은 우측으로부터 좌측을 향하는 대칭 평면 상의 법선 벡터로 계산된다. 대칭 평면은 평면 대칭 변환으로부터 결정될 수 있고, 여기서 대칭은 좌측과 우측을 서로 매핑한다. 랜드마크로부터 우측으로부터 좌측을 향하는 방향도 계산될 수 있다. 그리하여 법선 벡터는 동일한 방향을 향해야 한다. 그렇지 않은 경우 x 방향이 반전된다. 그러나, x 및 z가 서로 직교하는 것이 보장되지 않는 것을 보정하기 위해, 다음 절차가 수행된다. x 벡터는 다음 식으로 주어진 바와 같이 z와 n을 선형 결합하는 것으로 표현된다:

[0290]
$$\mathbf{x} = \alpha \mathbf{z} + \beta \mathbf{n} \quad (54)$$

[0291] 여기서 α 와 β 는 선형 계수이다. 그리하여, x는 z와 n에 의해 결정된 평면으로 제한된다. x는 z와 직교해야 하고 단위 길이를 가져야 하기 때문에 계수(α 및 β)를 결정하는데 다음 식을 사용할 수 있다:

[0292]
$$\mathbf{x} \cdot \mathbf{z} = 0 \quad (55)$$

[0293]
$$\|\mathbf{x}\| = 1 \quad (56)$$

[0294] 식 54와 식 55를 결합하면 α 는 다음 식으로 표현될 수 있고:

[0295]
$$\alpha = -\beta \mathbf{n} \cdot \mathbf{z} \quad (57)$$

[0296] 식 54 및 식 56을 결합하면 다음 식이 도출될 수 있다:

[0297]
$$\begin{aligned} \|\mathbf{x}\| &= \alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha\beta \mathbf{n} \cdot \mathbf{z} \\ &= \beta^2 (\mathbf{n} \cdot \mathbf{z})^2 + \beta^2 - 2\beta^2 (\mathbf{n} \cdot \mathbf{z})^2 \\ &= \beta^2 (1 - (\mathbf{n} \cdot \mathbf{z})^2) = 1. \end{aligned} \quad (58)$$

[0298] 이 식으로부터 β 는 다음 식으로 표현될 수 있다:

[0299]
$$\beta = \pm \sqrt{\frac{1}{1 - (\mathbf{n} \cdot \mathbf{z})^2}} \quad (59)$$

[0300] β 에 대한 이전의 식으로부터 볼 수 있는 바와 같이 두 가지 솔루션이 존재한다. 우측으로부터 좌측으로 x 방향으로 향하는 솔루션이 선택된다.

[0301] 3. y 방향은 x 방향과 z 방향 간의 외적(cross product)으로 계산된다. y 방향은 후방(posterior) 치아로부터 전방 치아 쪽을 향해야 한다. 다시 랜드마크로부터 후방-전방 방향(posterior-to-anterior direction)이 계산될 수 있다. 필요한 경우, z 방향이 반전되어 y 방향이 후방-전방 방향과 정렬된다.

[0302] 4. 원점은 교합 평면에서 선택된 랜드마크 $\{m_i\}$ ($i = 1, \dots, N$)의 중심점으로 계산된다.

[0303] x, y, z 방향 및 원점이 주어질 때, 강제 변환 행렬은 다음 식으로 구성될 수 있다:

[0304]
$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}^T & -c_x \\ \mathbf{y}^T & -c_y \\ \mathbf{z}^T & -c_z \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (60)$$

[0305] 여기서 $\mathbf{c} = [c_x, c_y, c_z]^T$ 는 새로운 원점이다. 이것은 평균 가상 치아 셋업을 현재 위치로부터 필요한 위치로 변환한다.

[0306] 통계 모델 세트는 3개의 유형의 모델, 즉 개별 형상 모델(\mathcal{V}_T), 사후 형상 모델(\mathcal{V}_{TT}) 및 사후 자세 모델($\mathcal{V}_{\varphi TT}$)을 포함한다. 모든 가상 치아 셋업을 평균 가상 치아 셋업과 정렬하고 관련 형상(들) 또는 자세를 추출함으로써 필요한 트레이닝 데이터가 생성된다. 사후 모델의 경우 추가적인 자유도가 존재한다. 이 모델은 두 개의 치아의 자세 또는 형상 사이의 관계를 기술한다. 그러나 이 관계를 모델링해야 하는 치아 쌍은 한정되지 않

는다. 사실 치아 쌍들은 전체 사후 모델의 구조를 한정한다. 가능한 솔루션은 각각의 가능한 치아 쌍을 사용하는 것일 수 있다. 다른 솔루션은 각 모델의 품질에 기초하여 자동화된 방식으로 사용될 치아 쌍을 한정한다. 그러나 이 솔루션은 주로 트레이닝 샘플의 품질과 양에 좌우된다. 또한, 품질에 대해 임계 값을 부과하는 것이 필요한데 이는 한정하기 어렵다. 그리하여 사후 모델에 대한 중요성에도 불구하고 수립된 솔루션이 존재하지 않는다. 그리하여 사용될 치아 쌍은 수동으로 한정된다. 이것은 일부 지식과 가정을 사후 모델에 통합할 수 있게 한다. 쌍은 모든 근심-원심 이웃 치아로 한정될 뿐만 아니라 좌측/우측 대응 치아로 한정된다. 사후 모델이 지향되기 때문에 각 쌍마다 두 개의 모델이 구성된다. 한정된 쌍을 제시하기 위해 도 6을 참조한다.

[0307] 두 대칭 기반 에너지 함수 항은 대응하는 좌측 치아와 우측 치아의 각 쌍에 대해 국부 미러링 변환을 필요로 한다. 이 국부 미러링 변환은 강체 변환 및 단일 행렬, 미러링된 강체 변환 행렬에 결합된 미러링 조작을 포함한다. 대응하는 지점들의 세트가 주어지면, 이 미러링된 강체 변환 행렬은 표준 강체 변환 행렬과 유사한 방식으로 결정될 수 있다. 그러나, 회전 행렬의 행렬식에 대한 제약 $\det(R)=1$ 은 $\det(R)=-1$ 제약으로 대체되어야 한다.

[0308] 대응하는 좌측 치아와 우측 치아의 쌍에 대한 미러링된 강체 변환 행렬을 추정하기 위해 본 명세서에서 제안된 접근법은 ICP와 유사한 표면 정렬 절차를 사용한다. ICP는 두 세트의 지점을 정렬하기 위한 반복적인 접근법이다. 각 반복에서 대응하는 지점이 추정되고 이어서 변환이 업데이트된다. 이 경우 변환 유형은 미러링된 강체 변환이다. 대응 관계는 타깃 표면 메쉬에서 최근접 지점으로 추정된다. 두 개의 연속적인 반복 사이의 변화가 최소가 될 때까지 반복이 수행된다. 이 접근법은 정상(steady state) 솔루션으로 신속히 수렴된다.

[0309] 치아의 형상에 한정된 접촉 지점은 근심 및 원심 방향으로 이웃한 치아들 사이의 접촉 영역을 한정한다. 이것은 근심 및 원심 이웃 치아들이 서로 접촉하도록 하는 접촉 지점 에너지 함수 항을 위해 필요하다. 그리하여, 치아들 사이에 갭이 회피된다. 접촉 지점은, 노드가 다른 치아에 대응하고 예지가 치아들 간 근심 및 원심 관계에 대응하는, 지향성 그래프와 같은 구조로 저장된다. 각 지향 예지는 타깃 치아와 접촉하는 소스(source) 치아에 한정된 일련의 접촉 지점을 포함한다. 각 근심-원심 연결을 위한 접촉 지점은 다음 접근법을 사용하여 일련의 트레이닝 데이터로부터 결정된다. 각 지점이 R_M 과 t_M 및 R_D 과 t_D 로 주어진 자세를 갖고 각 지점이 지점 V_M 과 V_D 의 세트로 주어진 형상을 갖는 근심 치아 T_M 과 원심 치아 T_D 가 주어진다면, 접촉 지점은 다른 치아로부터 공차 거리 (τ) 내 지점으로 한정된다:

$$\begin{aligned} C_{MD} &= \{v_i \mid d(T_D, R_M v_i + t_M) < \tau, v_i \in V_M\} \\ C_{DM} &= \{v_i \mid d(T_M, R_D v_i + t_D) < \tau, v_i \in V_D\} \end{aligned}$$

[0310] 여기서 $d(\cdot, \cdot)$ 는 지점과 치아 사이의 최소 거리이다. 치아(T_M 및 T_D)를 포함하는 각 트레이닝 샘플에 대해 세트 C_{MD} 와 C_{DM} 이 계산될 수 있다. 세트 C_{DM} 에서 지점 $v_i \in V_D$ 의 출현 수(n^D)가 계산된다. 이로부터 접촉 지점 P_{MD} 와 P_{DM} 의 세트는 각각 최대 출현 지점 $\max(\{nM_i\})$ 와 $\max(\{nD_i\})$ 의 분율(ρ)를 넘어 나타나는 지점으로 한정된다.

[0312] 심미적 랜드마크 에너지 함수 항은 미리 한정된 심미적 랜드마크 세트를 사용한다. 이러한 랜드마크의 개요는 표 1과 표 2를 참조한다. 이러한 랜드마크는 평균 가상 치아 셋업에서 일부 방향에서 극점으로 한정된다. 전체 조건으로, 평균 가상 치아 셋업은 위에서 설명한 대로 올바르게 위치되어야 한다. 절치 예지와 점점에서 랜드마크는 z 방향에서 극점으로 한정된다. 내측 랜드마크는 x -방향으로 중간선에 최근접 지점으로 한정된다. 외측 랜드마크는 x -방향에서 최 외측 지점으로 한정된다.

[0313] 제안된 알고리즘의 중요한 양태는 에너지 함수를 최적화하는 것에 관한 것이다. 최적화 접근법의 효과는 결과의 품질에 직접적인 영향을 미친다. 에너지 함수 항의 특성이 주어지면 수치 최적화 알고리즘을 사용해야 한다. 수치 최적화는 방대한 수의 간행물과 알고리즘을 갖는 잘 정립된 연구 분야이다. 그 결과 다양한 응용 범위에 효과적인 것으로 입증된 다수의 효율적인 수치 최적화 알고리즘이 존재한다.

[0314] 여기서 적용 가능한 수치 최적화 알고리즘은 모두 사용자에 의해 전형적으로 설정된 S_0 으로 표시된 시작점으로부터 시작한다. 이 경우 평균 가상 치아 셋업을 시작점으로 사용할 수 있다. S_0 으로부터 시작하여, 최적화 알고리즘은 일련의 반복 시퀀스 $\{S_k\}$ ($k = 1, \dots, \infty$)를 생성한다. 이 공정은 더 이상 진행이 일어날 수 없을 때 또는 반복 S_k 이 솔루션에 충분히 근접할 때 종료된다. 하나의 반복으로부터 다음 반복으로 이동하는 것은 현재 반복 S_k 에서의 에너지 함수의 정보에 기반하며, 가능하게는 또한 더 이른 S_0, \dots, S_{k-1} 에 기반한다. 그리하여 직선 탐

색 방법과 신뢰 영역 방법이라는 두 가지 전략이 존재한다. 직선 탐색 방법은 방향(p_k)을 선택하고, 이 방향을 따라 충분히 낮은 에너지를 갖는 새로운 반복(S_{k+1})을 탐색한다. 그리하여 이들 방법은 다음 식으로 주어질 수 있고:

$$\min_{\alpha > 0} E(S_k + \alpha p_k)$$

여기서 α 는 단계(α_{pk})를 S_k 에 적용하는 것으로 해석되어야 한다. 한편, 신뢰 영역 방법은 이전 반복으로부터 수집된 정보에 기초하여 에너지 함수에 국부적으로 근접한 모델 함수(M_k)를 구성한다. 미리 한정된 영역 내에서, 즉 신뢰 영역 내에서 모델 함수에 대한 최소화기(minimizer)가 계산된다. 그리하여, 이들 방법은 다음 식으로 표현될 수 있다:

$$\min_p M_k(S_k + p)$$

여기서 $S_k + p$ 는 신뢰 영역에 있다. 일반적으로 모델 함수는 2차 함수이다. 결론적으로, 직선 탐색 방법은 우선 탐색 방향을 정하고, 다음으로 스텝 길이(step length)를 찾는 반면, 신뢰 영역 방법은 먼저 최대 스텝 길이를 정하고, 다음으로 방향 및 스텝 길이를 찾는다.

두 전략 모두는 에너지 함수 및 시작점(S_0)에 따라 국부적인 솔루션만을 찾을 것이 보장된다. 그리하여 양호한 시작점을 선택하는 것이 가장 중요하다.

본 발명에 따른 알고리즘에서, 직선 탐색 기반의 최적화 방법이 이 응용에 보다 맞춤형되어 있기 때문에 이 직선 탐색 기반의 최적화 방법만이 사용된다. 당해 문제의 세부 사항으로 진행하기 전에 두 가지 중요한 문제를 해결해야 한다. 첫째, 탐색 방향(p_k)을 찾는 전략을 고안할 필요가 있다. 둘째, 적합한 스텝 길이(α)를 찾는 방법이 필요하다.

탐색 방향을 찾는 간단한 접근법은 에너지 함수의 음의 구배를 탐색 방향으로 사용하는 것이다:

$$p_k = -\nabla E(S_k)$$

이것은 에너지 함수의 하강 방향이 국부적으로 가장 가파른 것을 초래한다. 그러나 요구되는 계산 시간이 제한되어 있음에도 불구하고 구배만을 계산해야 할 필요가 있기 때문에 이 접근법은 극히 느릴 수 있다.

다른 중요한 탐색 방향은 뉴턴(Newton) 방향이다. 이 방향은 $E(S_k + p)$ 의 2차 테일러 급수 확장(Taylor series expansion)으로부터 얻어진다:

$$E(S_k + p) \approx E(S_k) + p^T \nabla E(S_k) + \frac{1}{2} p^T \nabla^2 E(S_k) p$$

이 식의 미분을 0으로 설정하면 최적의 탐색 방향에 대한 다음 식이 산출된다:

$$p_k = -(\nabla^2 E(S_k))^{-1} \nabla E(S_k)$$

이 탐색 방향은 에너지 함수가 2차 함수로 국부적으로 표현될 수 있을 때보다 신뢰성이 있다. 탐색 방향이 유효하기 위한 전제 조건은 헤센(Hessian) 행렬 $\nabla^2 E(S_k)$ 가 양의 값(positive definite)이어야 한다는 것이다. 이 전략은 가장 가파른 하강 접근법에 비해 더 빠른 수렴 속도를 제공한다. 그러나 각 반복에서 헤센 행렬은 계산될 필요가 있어서 계산 집약적으로 비싸고 대규모 문제에는 불가능할 수 있다.

준-뉴턴(quasi-Newton) 방법은 헤센 행렬을 다른 행렬(B_k)로 근사시킴으로써 이러한 단점을 극복한다. 그리하여, 이 방법은 헤센 행렬을 계산하는 것을 필요로 하지 않으나 여전히 빠른 수렴 속도를 갖는다. 행렬(B_k)은 단계 동안 얻어진 추가 지식으로 각 단계 후에 업데이트된다. 이 추가 지식은 다음 식으로 주어진 바와 같이 구배의 변화가 탐색 방향을 따라 2차 미분에 대한 정보를 제공한다는 사실에 기반한다:

$$\nabla^2 E(S_k)(S_{k+1} - S_k) \approx \nabla E(S_{k+1}) - \nabla E(S_k)$$

[0330]

[0331] 헤센 행렬의 근사는 상기 식을 모방하기 위해 선택된다. 그리하여 이것은 시컨트(secant) 식을 만족해야 한다.

[0332]

$$B_{k+1}S_k = y_k$$

[0333]

여기서 $S_k = S_{k+1} - S_k$ 및 $y_k = \nabla E(S_{k+1}) - \nabla E(S_k)$. 이 식 및 일부 추가 조건이 주어지면 행렬(B_k)을 업데이트하는 식을 공식화할 수 있다. 널리 사용되는 식은 다음 식으로 주어지는 BFGS 수식이다:

[0334]

$$B_{k+1} = B_k - \frac{B_k S_k S_k^T B_k}{S_k^T B_k S_k} + \frac{y_k y_k^T}{y_k^T S_k} \quad (61)$$

[0335]

준-뉴턴 탐색 방향은 헤센 행렬을 뉴턴 방향의 근사치로 대체함으로써 얻어진다:

[0336]

$$p_k = -B_k^{-1} \nabla E(S_k)$$

[0337]

일부 준-뉴턴 방법은 B_k 자체 대신에 B_k 의 역을 직접 업데이트함으로써 역행렬(B_{k-1}^{-1})을 계산하는 것을 피한다.

[0338]

최종 세트의 방법은 비선형 공액 구배 방법이다. 이에 의해 탐색 방향은 다음 식으로 계산된다:

[0339]

$$p_k = -\nabla E(S_k) + \beta_k p_{k-1}$$

[0340]

여기서 β_k 는 p_k 와 p_{k-1} 이 공액인 것을 보장하는 스칼라이다. 스칼라(β_k)를 계산하기 위한 다른 방법들이 존재하고, 각 방법은 공액 구배 방법의 변형예를 유도한다. 일반적으로 이러한 방법은 가장 가파른 하강 방법에 비해 훨씬 더 효과적이며 대체로 계산하는 것이 쉽다. 이 방법은 뉴턴 또는 준-뉴턴 방법만큼 빠르지는 않지만 행렬을 저장하는 것을 필요로 하지 않는다는 장점이 있다.

[0341]

직선 탐색 알고리즘은 탐색 방향(p_k)이 주어지면 에너지 함수를 효과적으로 최소화하는 적절한 스텝 길이(α_k)를 계산한다. 이에 의해, 에너지 함수의 충분한 감소와 스텝 길이를 선택하는데 필요한 시간 사이에 절충이 존재한다. 이상적인 스텝 길이는 다음 식에 의해 한정된 함수(ϕ)의 전역 최소값이다.

[0342]

$$\phi(\alpha) = E(S_k + \alpha p_k) \quad \alpha > 0 \quad (62)$$

[0343]

그러나 일반적으로 이 전역 최소값을 계산하는데 너무 많은 시간이 걸린다. 그리하여 실용적인 직선 탐색 알고리즘은 최소 계산 시간에 에너지 함수를 충분히 감소시키는 스텝 길이(α)에 대한 부정확한 탐색만을 수행한다. 일반적인 직선 탐색 알고리즘은 일련의 스텝 길이를 생성하고, 이러한 값들 중 하나의 값이 특정 조건을 충족시킬 때마다 중지된다. 탐색 자체는 두 단계로 수행된다. 첫째, 브래킷 알고리즘(bracketing algorithm)은 바람직한 스텝 길이를 포함하는 적절한 간격을 찾는다. 둘째, 이분법 알고리즘(bisection algorithm)은 이 간격에서 양호한 스텝 길이를 찾는다. 일반적으로 적용 가능한 일련의 조건은 울프(Wolfe) 조건이다. 아미조(Armijo) 조건으로도 알려진 제1 울프 조건은, 스텝 길이가 에너지 함수의 충분한 감소를 보장하고 다음 식으로 주어지고,

[0344]

$$\phi(\alpha) \leq \phi(0) + \mu \alpha \phi'(0)$$

[0345]

$\mu \in (0, 1)$ 과 $\phi(\alpha)$ 는 다음 식, 즉:

[0346]

$$\phi'(\alpha) = \nabla E(S_k + \alpha p_k)^T p_k$$

[0347]

으로 주어진 미분인 것을 말한다. 그러나 이 조건은 충분히 작은 스텝 길이 동안 충족되기 때문에 수렴을 보장하지 않는다. 그리하여 제2 울프 조건은 직선 탐색 알고리즘이 충분한 진행을 수행하는 것을 보장한다. 이 조건은 다음 식으로 주어지고:

$$\phi'(\alpha) \geq \eta \phi'(0)$$

[0348]

[0349] 여기서 $\eta \in (\mu, 1)$. 이 조건은 $\phi(\alpha)$ 의 기울기가 초기 기울기보다 η 배 더 큰 것을 보장한다. 이 조건은 다음 식을 의미하기 때문에 곡률 조건이라고도 알려져 있다:

$$\begin{aligned} \phi'(\alpha) - \phi'(0) &\geq (\eta - 1) \phi'(0) \\ \phi'(\alpha) - \phi'(0) &\geq (1 - \eta) |\phi'(0)| \end{aligned}$$

[0350]

[0351] 그리하여 $(0, \alpha)$ 에서 ϕ 의 평균 곡률은 양의 값을 갖는다. 울프 조건을 약간 수정하면 다음 식으로 주어진 강한 울프 조건이 산출된다:

$$\begin{aligned} \phi(\alpha) &\leq \phi(0) + \mu \alpha \phi'(0) \\ |\phi'(\alpha)| &\leq \eta |\phi'(0)|. \end{aligned}$$

[0352]

[0353] 유일한 차이점은 미분 함수 $\phi'(\alpha)$ 가 더 이상 너무 양의 값을 갖는 것이 허용되지 않는다는 것이다. 그리하여 솔루션으로부터 멀리 떨어진 지점은 배제된다.

[0354] 강력한 직선 탐색 알고리즘은 모레-투엔트(Moré-Thuente) 알고리즘이다. 구간 $[\alpha_{\min}, \alpha_{\max}]$ 이 주어지면, 이 직선 탐색 알고리즘은 강한 울프 조건이 충족될 때까지 네스팅된 구간 (I_k) 시퀀스와 반복 시퀀스 $(\alpha_k \in I_k \cap [\alpha_{\min}, \alpha_{\max}])$ 를 생성한다.

[0355] 스텝 길이 학습을 적용함으로써 스텝 길이 (α_k) 를 초기 추정하는 것이 생성될 수 있다. 이전 직선 탐색의 선택된 스텝 길이 (α_{k-1}) 에 기초하여, 현재 직선 탐색에 대해 스텝 길이 $(\hat{\alpha}_k)$ 를 추정하는 것이 생성될 수 있다. 이 추정은 다음 식으로 주어진다:

$$\hat{\alpha}_k = \alpha_{k-1} \sqrt{\frac{\mathbf{p}_{k-1}^T \mathbf{p}_{k-1}}{\mathbf{p}_k^T \mathbf{p}_k}} \quad (63)$$

[0356]

[0357] 모레-투엔트 알고리즘과 함께 스텝 길이 학습을 적용하면 매우 효과적인 직선 탐색 알고리즘이 생성된다. 실제로 이 알고리즘은 보통 1회 내지 2회 반복으로 수렴된다.

[0358] 다양한 최적화 알고리즘이 에너지 함수를 최적화하는데 이용 가능하다. 구배 하강은 직선 탐색 기반 최적화 알고리즘이다. 그리하여 시작점 (S_0) 에서 시작하여 $\{S_k\}$ ($k = 1, \dots, \infty$)의 반복 시퀀스가 수렴될 때까지 생성된다. 각 반복 (S_{k+1}) 은 이전 반복 (S_k) 에서 계산된 방향 (\mathbf{p}_k) 을 따라 직선 탐색을 수행함으로써 생성된다. 탐색 방향 (\mathbf{p}_k) 은 가장 가파른 하강 전략에 따라 계산된다. 고정된 스텝 길이로부터 모레-투엔트 알고리즘에 이르는 다양한 직선 탐색 알고리즘이 사용될 수 있다. 구배 하강 알고리즘은 단순성 때문에 널리 사용된다.

[0359] 보다 복잡한 최적화 알고리즘은 비선형 공액 구배 알고리즘이다. 구배 하강 알고리즘과 유사하게, 이 알고리즘은 직선 탐색 기반 최적화 알고리즘이기도 하다. 원래, 공액 구배 알고리즘은 다음 식으로 주어진 대규모 선형 연립 방정식을 풀기 위해 제안되었다:

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b} \quad (64)$$

[0360] 여기서 \mathbf{A} 는 $n \times n$ 대칭성 양의 값이다. 이 문제는 다음 함수를 최소화하는 문제라고도 말할 수 있다:

$$\phi(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \mathbf{x}^T \mathbf{Ax} - \mathbf{b}^T \mathbf{x} \quad (65)$$

[0362]

[0363] 선형 공액 구배 방법은 행렬 (\mathbf{A}) 에 대해 공액인 탐색 방향 (\mathbf{p}_i) 을 따라 n 개의 단계로 이 함수를 최소화할 수

있다.

[0364]
$$\mathbf{p}_i^T \mathbf{A} \mathbf{p}_j = 0 \quad \forall i \neq j \quad (66)$$

[0365] 각 방향을 따른 스텝 길이는 다음 식으로 계산될 수 있다:

[0366]
$$\alpha_k = -\frac{\mathbf{r}_k^T \mathbf{p}_k}{\mathbf{p}_k^T \mathbf{A} \mathbf{p}_k} \quad (67)$$

[0367] 여기서, $\mathbf{r}_k = \nabla \varphi(\mathbf{x}_k) = \mathbf{A} \mathbf{x}_k - \mathbf{b}$ 이다. 공액 구배 방법의 특정 특성은 공액 방향 세트를 생성할 때 이전 방향(\mathbf{p}_{k-1})만을 사용하여 새로운 방향(\mathbf{p}_k)을 계산할 수 있다는 것이다. 방향($\mathbf{p}_0, \dots, \mathbf{p}_{k-2}$)에 대한 정보는 필요치 않다. 방향(\mathbf{p}_k)에 대한 식은 다음 식으로 주어진다:

[0368]
$$\mathbf{p}_k = -\mathbf{r}_k + \beta_k \mathbf{p}_{k-1} \quad (68)$$

[0369] 여기서 β_k 는 \mathbf{p}_k 와 \mathbf{p}_{k-1} 이 A에 대해 공액인 것을 보장하도록 결정되고, 다음 식으로 주어진다:

[0370]
$$\beta_k = \frac{\mathbf{r}_k^T \mathbf{A} \mathbf{p}_{k-1}}{\mathbf{p}_{k-1}^T \mathbf{A} \mathbf{p}_{k-1}} \quad (69)$$

[0371] β_k 에 대한 식과 같이 스텝 길이(α_k)에 대한 식은 더 단순화될 수 있다. 그 결과 식은 다음 식으로 주어진다:

[0372]
$$\alpha_k = \frac{\mathbf{r}_k^T \mathbf{r}_k}{\mathbf{p}_k^T \mathbf{A} \mathbf{p}_k} \quad (70)$$

[0373] 및

[0374]
$$\beta_k = \frac{\mathbf{r}_k^T \mathbf{r}_k}{\mathbf{r}_{k-1}^T \mathbf{r}_{k-1}} \quad (71)$$

[0375] 그리하여, 공액 구배 알고리즘의 각 반복은 다음 단계를 포함한다. 먼저, 현재의 \mathbf{x}_k 와 \mathbf{p}_k 가 주어진다면, 스텝 길이(α_k)는 식 70을 사용하여 계산되고, \mathbf{x}_{k+1} 은 $\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + \alpha_k \mathbf{p}_k$ 로 계산된다. 다음으로, 잔차 벡터(residual vector)(\mathbf{r}_{k+1})는 $\mathbf{r}_{k+1} = \mathbf{r}_k + \alpha_k \mathbf{A} \mathbf{p}_k$ 로 업데이트된다. 마지막으로, 값(β_{k+1})은 식 71로부터 계산되고, 새로운 탐색 방향은 식 68로부터 계산된다.

[0376] 선형 공액 구배 알고리즘은 일반적인 비선형 에너지 함수, 예를 들어, $E(\mathbf{S})$ 로도 확장될 수 있다. 이에 의해 선형 알고리즘에 대한 두 가지 중요한 변경이 필요하다. 첫째, 식(70)은 일반적인 직선 탐색 알고리즘으로 대체될 필요가 있다. 실험적 관찰에 따르면 더 정확한 직선 탐색을 수행하는 것이 유리하다는 것을 제한한다. 둘째, 잔차 벡터(\mathbf{r}_k)는 에너지 함수의 구배 $\nabla E(\mathbf{S})$ 로 대체되어야 한다. 일부 저자는 β_k 에 대해 다른 식을 제시하여 비선형 공액 구배 알고리즘의 변형예를 도출했다. 더욱이, 대부분의 구현은 다수의 반복 후에 비선형 공액 구배 알고리즘을 재시작할 수 있게 한다. 재시작하면 $\beta_k = 0$ 으로 설정하여 가장 가까운 하강 단계를 취함으로써 이전 탐색 방향으로부터 정보를 폐기할 수 있다. 일부 구현은 재시작을 위한 다른 전략을 포함한다. 인기 있는 전략은 다음 식으로 나타난 두 개의 연속적인 구배가 직교로부터 멀리 떨어져 있는 경우 재시작을 시행하는 것이다:

[0377]
$$\frac{|\nabla E(\mathbf{S}_k)^T \nabla E(\mathbf{S}_{k-1})|}{\|\nabla E(\mathbf{S}_k)\|^2} \geq \nu \quad (72)$$

[0378] 여기서 ν 에 대한 전형적인 값은 0.1이다.

[0379] LBFGS(Limited-memory Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno) 최적화 알고리즘은 제한된 메모리 준-뉴턴 방법이다. 이 방법은 대규모 최적화 문제를 해결하는 데에는 유용하지만 계산 관점에서 근사 헤센 행렬을 계산하는 것은 어렵다. 그리하여 전체 근사 헤센 행렬을 저장하는 대신에 근사 헤센 행렬을 암시적으로 한정하는 수

개의 벡터가 저장된다. 여기에 제시된 특정 최적화 알고리즘은 BFGS 최적화 알고리즘으로부터 도출된다. 제한된 메모리 버전을 더 자세히 정교하게 하기 전에 먼저 BFGS 알고리즘 자체가 제시된다.

[0380] 전술한 바와 같이, 준-뉴턴 방법은 탐색 방향을 계산하기 위해 근사 헤센 행렬을 사용한다. 근사 헤센 행렬에 대한 식을 도출하기 위해, 에너지 함수는 다음 식으로 주어진 2차 함수(M_k)에 의해 국부적으로 근사화된다:

$$M_k(\mathbf{p}) = E(\mathcal{S}_k) + \nabla E(\mathcal{S}_k)^T \mathbf{p} + \frac{1}{2} \mathbf{p}^T \mathbf{B}_k \mathbf{p} \quad (73)$$

[0382] 여기서 \mathbf{p} 는 탐색 방향이고, \mathbf{B}_k 는 \mathcal{S}_k 에서의 근사 헤센 행렬이다. 행렬(\mathbf{B}_k)은 대칭이고 양의 값이어야 한다. $\nabla M_k(0) = \nabla E(\mathcal{S}_k)$ 와 $\nabla M_k(-\alpha_{k-1} \mathbf{p}_{k-1}) = \nabla E(\mathcal{S}_{k-1})$ 이라는 제약 조건을 부과하면 다음의 식이 도출되고,

$$\alpha_{k-1} \mathbf{B}_k \mathbf{p}_{k-1} = \nabla E(\mathcal{S}_k) - \nabla E(\mathcal{S}_{k-1}) \quad (74)$$

[0384] 이는 또한 다음 식으로 공식화될 수 있다:

$$\mathbf{B}_k \mathbf{s}_{k-1} = \mathbf{y}_{k-1} \quad (75)$$

[0386] 여기서 $\mathbf{s}_{k-1} = \alpha_{k-1} \mathbf{p}_{k-1}$ 및 $\mathbf{y}_{k-1} = \nabla E(\mathcal{S}_k) - \nabla E(\mathcal{S}_{k-1})$ 이다. 이 식을 푸는 데 필요한 조건은 다음 식으로 주어지는데,

$$\mathbf{s}_k^T \mathbf{y}_k > 0 \quad (76)$$

[0388] 이는 \mathbf{B}_k 는 양의 값이어야 하기 때문이다. 이 조건은 직선 탐색 알고리즘에 제약을 부과하고, 울프 또는 강한 울프 조건이 충족되면 유효하다. 식 75로부터 \mathbf{B}_k 를 추정하면, 대칭성 및 양의 명확한 제약 조건이 주어지면 여전히 불명확한 문제가 발생한다. 그리하여 추가 제약 조건이 부과된다. 가능한 제약 조건은 행렬(\mathbf{B}_k)이 적절한 행렬 노름을 사용하여 이전 반복으로부터 행렬(\mathbf{B}_{k-1})에 가깝도록 강제한다. 그러나, BFGS 방법은 근사 헤센 행렬(\mathbf{H}_k)의 역에 이러한 제약 조건을 적용한다. 그리하여 행렬(\mathbf{H}_{k+1})은 다음 문제의 솔루션이다:

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}^T \text{ 및 } \mathbf{H} \mathbf{y}_k = \mathbf{s}_k \text{ 하에서 } \min ||\mathbf{H} - \mathbf{H}_{k-1}||.$$

[0390] 이에 따라, 행렬(\mathbf{H}_k)을 업데이트하기 위한 다음 식이 도출된다:

$$\mathbf{H}_{k+1} = \mathbf{V}_k^T \mathbf{H}_k \mathbf{V}_k + \rho_k \mathbf{s}_k \mathbf{s}_k^T \quad (77)$$

[0392] 여기서 $\mathbf{V}_k = \mathbf{I} - \rho_k \mathbf{y}_k \mathbf{s}_k^T$, $\rho_k = \frac{1}{\mathbf{y}_k^T \mathbf{s}_k}$. 행렬(\mathbf{H}_k)이 주어지면, 새로운 탐색 방향은 다음 식으로 계산될 수 있다:

$$\mathbf{p}_k = -\mathbf{H}_k \nabla E(\mathcal{S}_k) \quad (78)$$

[0394] 그리하여 BFGS 알고리즘의 각 반복은 다음 단계로 구성된다. 먼저, 새로운 탐색 방향(\mathbf{p}_k)이 식 78로 주어진 바와 같이 계산된다. 다음으로, 직선 탐색 알고리즘이 적절한 스텝 길이(α_k)를 선택하는데 사용되고, 그에 따라 솔루션(\mathcal{S}_{k+1})이 계산된다. 마지막으로, \mathbf{s}_k 및 \mathbf{y}_k 가 계산되고 행렬(\mathbf{H}_{k+1})은 식 77로 주어진 바와 같이 업데이트된다. 전술한 바와 같이, LBFGS 알고리즘은 BFGS 알고리즘의 제한된 메모리 버전이다. LBFGS 알고리즘은 다수의 벡터 쌍 $\{(s_i, y_i)\}$ ($i = k-m, \dots, k$)를 저장함으로써 암시적으로 행렬(\mathbf{H}_k)의 변경된 버전을 저장하고, 여기서 m 은 쌍의 수를 나타낸다. 이들로부터 곱 $\mathbf{H}_k \nabla E(\mathcal{S}_k)$ 는 내적(inner product) 및 벡터 합의 시퀀스로서 계산될 수 있다. 새로운 반복이 계산되면 가장 오래된 쌍($\mathbf{s}_{k-m-1}, \mathbf{y}_{k-m-1}$)은 최신 쌍($\mathbf{s}_k, \mathbf{y}_k$)으로 대체된다. (각 반복에서 다를 수 있는) 초기 행렬(\mathbf{H}_k^0)이 주어지면 행렬(\mathbf{H}_k)은 다음 식으로 계산될 수 있다:

$$H_k = (V_{k-1}^T \dots V_{k-m}^T) H_k^0 (V_{k-m} \dots V_{k-1}) \\ + \rho_{k-m} (V_{k-1}^T \dots V_{k-m+1}^T) s_{k-m} s_{k-m}^T (V_{k-m+1} \dots V_{k-1}) \\ + \rho_{k-m+1} (V_{k-1}^T \dots V_{k-m+2}^T) s_{k-m+1} s_{k-m+1}^T (V_{k-m+2} \dots V_{k-1}) + \dots \\ + \rho_{k-1} s_{k-1} s_{k-1}^T$$

[0395]

[0396] H_k^0 을 선택하는 방법은 $H_k^0 = \gamma_k I$ 를 설정하는 것이고, 여기서

$$\gamma_k = \frac{s_{k-1}^T y_{k-1}}{y_{k-1}^T y_{k-1}} \quad (79)$$

[0397]

[0398] $H_k \nabla E(S_k)$ 를 계산하기 위한 재귀 알고리즘이 존재한다. LBFGS 알고리즘은 BFGS 알고리즘과 매우 유사하다. 그러

나 각 반복에서 탐색 방향은 H_k^0 에 대해 추정값이 주어지면 $H_k \nabla E(S_k)$ 에 대한 재귀 알고리즘을 사용하여 계산된다. 또한, 유지될 벡터 쌍의 세트가 업데이트된다. 실험적 관찰에 따르면 상당히 부정확한 직선 탐색을 수행하는 것이 유리하다는 것을 제안한다.

[0399] 전술한 직선 탐색 기반 수치 최적화 알고리즘의 실제 구현이 이제 제시된다. 목적은 필요한 입력, 모델 등이 주어지면 가상 치아 셋업 알고리즘을 최적화하는 절차를 상세히 설명하는 것이다.

[0400] 치아의 형상은 이 형상에 속하는 지점의 좌표에 의해 직접 표현될 수 있다. 다른 옵션은 사용된 통계 형상 모델, 즉 주성분 분석(PCA) 모델을 직접 사용하는 것이다. PCA는 다음 식으로 주어진 모델에 의해 허용되는 각 형상(x)의 선형 공식을 가능하게 하고:

$$x(b_1, \dots, b_s) = \bar{x} + \sum_{m=1}^s b_m e_m \quad (80)$$

[0401]

[0402] 여기서 \bar{x} 는 평균 형상이고, $\{e_i\}(i = 1, \dots, s)$ 는 주성분이고, $\{b_i\}(i = 1, \dots, s)$ 는 변형 계수이다. 이 식으로부터 모델에 의해 허용 가능한 형상이 PCA의 차원 감소 능력을 직접 이용하여 변형 계수 세트로 표현될 수 있다는 것이 따른다. 이 접근법의 장점은 더 낮은 차원 최적화 문제를 유발하여 메모리 요구 사항 및 계산 시간 측면에서 유리하다는 것이다. 다른 한편으로, 모델에 의해 허용 가능한 형상만이 제시될 수 있으며, 이는 유연성을 감소시킨다. 이것은 이용 가능한 트레이닝 샘플의 양에 일부 요구 사항을 제기한다. 본 명세서에 제시된 가상 치아 셋업 알고리즘은 변형 계수 기반 표현을 이용한다.

[0403] 전술한 바와 같이, 양호한 시작 위치(또는 초기 가상 치아 셋업)는 수치 최적화 알고리즘이 성공하는데 필요하다. 시작 위치의 품질과 사용자로부터 요구되는 입력 사이의 절충은 평균 가상 치아 셋업을 시작 위치로 제공하는 것이다.

[0404] 상이한 통계 모델, 평면 대칭 변환 등은 평균 가상 치아 셋업과 동일한 참조 프레임에서 모두 한정된다. 다른 한편으로, 사용자에 의해 입력으로 제공된 해부학적 표면 메쉬는 상이한 참조 프레임에 위치된다. 그리하여 해부학적인 표면 메쉬는 평균 가상 치아 셋업과 정렬되어야 한다. 신뢰할 수 있고 효과적인 접근법은 평균 가상 치아 셋업에 한정된 해부학적 랜드마크를 이용하는 것이다. 이것은 사용자가 이러한 랜드마크를 추가적인 입력으로서 해부학적인 표면 메쉬에 제공할 것을 요구한다.

[0405] 수치 최적화 알고리즘은 모두 에너지 함수의 구배 $\nabla E(S)$ 를 이용한다. 구배는 다른 가상 치아 셋업 파라미터에 대한 부분 미분 값을 포함하는 벡터이다. 이 파라미터는 가상 치아 셋업의 각 치아에 대한 자세 및 변형 계수를 포함한다. 자세 파라미터는 병진 성분(t_x , t_y 및 t_z) 및 회전 성분(ω_x , ω_y 및 ω_z)을 포함한다. 변형 계수는 식 80에서 파라미터(b_m)이다.

[0406] 자세 의존 에너지 함수 항에 대해 중요한 언급이 이루어질 수 있다. 자세는 본질적으로 강제 변환 행렬이므로 구배의 표준 계산은 불가능하다. 모든 구배 계산은 모든 강제 변환 행렬의 그룹인 라이 그룹 SE(3)의 라이 대수(Lie algebra) se(3)에서 수행될 필요가 있다. 이것은 또한 직선 탐색 알고리즘에 영향을 미친다. 전술한 바와 같이, 직선 탐색 알고리즘은 탐색 방향(p_k)이 주어지면 적절한 스텝 길이(α_k)를 찾는다. 표준 수치 최적화 문제

에서, 스텝 길이는 최적화 알고리즘의 다음 반복을 다음 식으로 한정한다:

[0407]
$$S_{k+1} = S_k + \alpha_k p_k \quad (81)$$

[0408] 그러나 이 경우 이 연산은 가상 치아 셋업과 벡터 간의 합이 한정되지 않으므로 두 가지 이유로 직접 적용할 수 없다. 또한 이 합은 자세에 대해서는 유효하지 않다. 전자의 문제를 극복하기 위해 가상 치아 셋업을 벡터화하는 연산자가 한정된다. 이 연산자는 약간 기호를 사용하여 S를 모든 가상 치아 셋업의 공간으로 사용하면 $\nu: S \mapsto \mathbb{R}^n$ 로 주어진다. 이 벡터화된 표현은 가상 치아 셋업의 모든 치아에 대한 변형 계수 및 자세를 포함한다. 후자의 문제를 극복하기 위해 단계($\alpha_k p_k$)를 벡터화된 가상 치아 셋업(S_k)에 적용하는 제2 연산자가 한정된다. 이 연산자는 $\zeta: \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ 으로 주어진다. 그리하여, 식 81은 다음 식으로 올바르게 주어질 수 있다:

[0409]
$$S_{k+1} = \nu^{-1}(\zeta(\nu(S_k), \alpha_k p_k)) \quad (82)$$

[0410] 변형 계수의 경우 연산자(ζ)는 간단한 합에 해당한다. 그러나 자세의 경우, 구배는 라이 대수 se(3)에서 계산되기 때문에 연산은 약간 더 복잡하다. 그리하여 연산은, (1) 자세를 라이 대수로 매핑하고, (2) 라이 대수에 구배를 적용하고, (3) 결과를 다시 원래의 라이 그룹으로 매핑하는 3개의 단계를 포함한다.

[0411] 실험 결과에 기초하면 최적화 절차는 2개의 후속 단계로 나뉜다. 제1 최적화 단계에서는 가상 치아 셋업의 관련 치아는 현재의 해부학 정보에 맞춰지는 반면, 제2 최적화 단계에서는 수복될 치아가 설계된다. 제1 최적화 단계의 결과는 제2 최적화 단계의 시작점으로 사용된다. 분할은 가상 치아 셋업에서 각 치아에 3개의 가능한 상태 중 하나의 상태를 할당함으로써 달성된다. 이들 상태는 치아가 최적화 절차에 참여하는지 여부를 결정한다. 가능한 3개의 상태는 활성, 유희 및 비활성이다. 활성 상태의 치아는 최적화 절차에 참여한다. 유희와 비활성 간을 구별하는 것은 사후 모델이 치아 쌍을 사용하기 때문에 존재한다. 유희 상태의 치아는 최적화 절차에 직접 참여하지는 않지만, 이것은 사후 모델을 통해 간접적으로 참여할 수 있다. 비활성 상태의 치아는 사후 모델에서 사용할 수 없으므로 최적화 절차에 참여하지 않는다. 제1 최적화 단계에서 수복될 치아는 비활성 상태로 할당되고, 잔존 치아는 활성 상태로 할당된다. 제2 최적화 단계에서는 수복될 치아는 활성 상태로 되고, 잔존 치아는 유희 상태로 된다. 또한 두 개의 단계는 약간 다른 에너지 함수를 사용한다. 제1 최적화 단계의 에너지 함수는 다음의 에너지 함수 항, 즉 랜드마크 항, 표면 항, 형상 모델 항, 사후 형상 모델 항, 및 사후 자세 모델 항으로 구성된다. 모델 기반 항이 최적화를 정규화(또는 강인화)하기 위해 추가된다. 제2 최적화 단계는 다음 에너지 함수 항, 즉 형상 모델 항, 사후 형상 모델 항, 사후 자세 모델 항, 자세 대칭 항, 형상 대칭 항, 접촉 지점 항, 심미적 랜드마크 항, 및 (아마도) 대합 치아 중첩 항을 포함한다. 에너지 함수 항의 구배를 계산할 때 활성 상태의 치아만이 관심 대상이다.

[0412] 최적화 절차를 중지하기 위해, 2개의 기준이 사용된다. 먼저, 2개의 후속 반복(S_{k+1} 및 S_k)들 사이의 변화가 사용자 제어 임계값 아래로 떨어질 때마다 최적화가 중지된다. 둘째, 최대 반복 횟수가 제한된다. 이를 통해 사용자는 알고리즘의 최대 실행 시간을 제어할 수 있다.

[0413] 에너지 함수는 알고리즘에 부과된 모든 요구 사항을 인코딩할 수 없다. 이러한 요구 사항 중 일부는 후처리 단계에 의해 충족될 수 있다. 이에 의해, 제2 최적화 단계의 결과는 하나 이상의 요구 사항을 충족시키기 위해 후처리 단계에서 수정된다. 후처리 단계에서 해결될 수 있는 가장 중요한 두 가지 요구 사항은 중첩 및 교합과 관련된 것이다. 다른 유형의 후처리는 다양한 이용 가능한 라이브러리로부터 최종 결과에 치관을 맞추는 것이다.

[0414] 알고리즘에 의해 추정된 치아에 존재하는 해부학적 상세 레벨은 다수의 요인에 의존한다. 하나의 가장 중요한 요인은 트레이닝 샘플의 품질이다. 그러나 고품질의 정교한 트레이닝 데이터 세트를 이용할 수 있는 경우에도 사용된 통계 형상 모델은 해부학적 상세에서의 개별적인 차이로 인해 세부 입도의 상세 중 일부가 희미하게 된다. 상세 레벨에 영향을 미치는 다른 요인은 비 강체 정합에 사용되는 템플릿 치관의 해상도이다. 주로 계산상의 이유로 이 해상도는 다소 조악하여서 이에 의해 필연적으로 일부 해부학적 상세 내용이 상실된다. 이를 극복하기 위한 가능한 솔루션은 라이브러리로부터 이용 가능한 치관을 제2 최적화 단계로부터 얻은 치아에 맞추는 것이다. 다양한 라이브러리가 존재하고 각 라이브러리는 다른 형상을 갖는 치관을 가진다. 경험이나 선호도에 기초하여 사용할 라이브러리를 사용자가 지정할 수 있다. 다른 옵션은 이용 가능한 모든 라이브러리를 시도하고 가장 잘 맞는 라이브러리를 선택하는 것이다.

[0415] 라이브러리 치관(C)을 제2 최적화 단계로부터 초래된 치아(T)에 맞추는 것은 두 형상 사이에 대응하는 지점을 한정함으로써 달성된다. 대응하는 지점에 기초하여 라이브러리 치관(C)을 치아(T) 쪽으로 변형시키는 비 강체

변형 장이 생성된다. 대응하는 지점은 오프라인 절차에서 생성되고, 파일에 저장되므로 매번 재계산될 필요가 없다. 먼저, 대응하는 지점을 생성하는 절차가 제시된다. 이어서, 비 강체 변형 장을 계산하는 것이 논의된다.

[0416] 대응하는 지점은 치아(T)의 기본 통계 형상 모델(θ_T)을 라이브러리 치관(C)에 맞추는 것에 의해 생성된다. 그리하여, 변형이 통계적 형상 모델에 의해 지배되는 정합 기반 접근법이 추구된다. 이 접근법은 중첩되지 않는 영역으로부터 발생할 수 있는 비정상값에 대해 강인할 필요가 있다. 이 정합으로 치아(T')가 생성된다. 다음으로, T'의 각 지점에 대해, C까지 표면 기반 거리가 계산된다. 이 거리는 사용자가 지정한 임계 값으로 임계 값으로 지정되고, 나머지 모든 지점은 가장 먼 지점 클러스터링 알고리즘을 사용하여 사용자가 지정한 클러스터 수로 클러스터링된다. 이들 클러스터의 중심은 통계적 형상 모델(θ_T)에서 대응하는 지점을 한정하여서 모든 형상은 이 모델로부터 생성된다. 클러스터 중심에 가장 가까운 치관(C)의 각 지점은 C에서 대응하는 지점을 한정한다. 이 절차는 도 10에 도시된다. 동일한 절차를 모든 치관과 모든 라이브러리에 대해 단 한 번만 반복하면 되며, 그 결과는 파일에 저장되어 맞춤 절차 동안 재사용될 수 있다.

[0417] 대응하는 지점이 주어지면, 다양한 비 강체 변형 장이 계산될 수 있다. 여기서 박판 스플라인(Thin-Plate Spline: TPS) 변형 장이 사용된다. 실제로, TPS는 매핑 함수 $\{s_i\}$ ($i = 1, \dots, N$) 및 $\{t_i\}$ ($i = 1, \dots, N$)를 맞추고, 여기서 전자는 치아(T) 상의 대응하는 지점이고, 후자는 치관(C) 상의 대응하는 지점이다. 라이브러리 치관의 결과 변형은 임의의 이용 가능한 비 강체 정합 알고리즘을 사용하여 더 개선될 수 있다. 그러나 이것은 계산 시간을 증가시킨다.

[0418] 가상 치아 셋업 알고리즘에 부과된 중요한 요구 사항은 이웃하는 치아들이 서로 중첩되는 것을 방지하는 것이다. 이전에 논의한 바와 같이, 이 요구 사항은 실제로 제약 조건이며 그리하여 처리되어야 한다. 그러나, 이 제약 조건에 대해 에너지 함수를 수치적으로 최적화하는 것은 계산적으로 실행 불가능하다. 그리하여 이 제약 조건을 충족시키기 위해 추가적인 후처리 단계가 포함된다. 또한, 접촉 지점 항은 부분적으로 이 제약 조건을 고려해야 함을 주목해야 한다. 따라서, 일반적으로 치아 형상을 약간만 수정하면 된다.

[0419] 중첩 제거 후처리 단계는 반복 공정으로 구성된다. 각 반복은 두 단계를 갖는다. 첫째, 최대 중첩 지점이 검출된다. 둘째, 검출된 지점에서 중첩을 제거하기 위해 치아 형상이 수정된다. 중복이 존재하는 한, 반복이 수행된다. 그리하여, 이 절차는 두 세트의 지점을 정렬하기 위한 일반 정합 알고리즘과 유사하다. 이 처리 단계는 일 방향으로 적용되며, 여기서 이웃한 치아의 형상이 주어지면 단 하나의 치아만이 수정된다. 최대 중첩 지점은 치아(T)의 각 지점(x_T)이 치아(R)의 표면까지 부호 있는 거리를 계산함으로써 검출된다. 다음으로 비 최소값 억제는 국부 최소값만을 유지한다. 마지막으로, 중첩 국부 최소값은 최대 중첩 지점으로 선택된다. 비 최소값 억제는 이웃한 지점의 거리에 대해 각 지점의 거리를 비교한다. 지점의 거리가 이웃한 지점의 거리에 비해 더 작은 경우 지점은 유지된다. 이웃한 표면 메시의 에지를 따라 한정된다. 가능하게는 작은 에러 임계 값(T)이 수치 부정확성에 대해 더 강인하도록 하는데 사용된다.

[0420] 중첩 지점을 검출한 후에, 검출된 중첩을 제거하기 위해 치아(T)의 형상이 변형된다. 변형은 비 강체 변환에 의해 효과적으로 모델링될 수 있다. 중첩 지점 $\{s_i \in R^3\}$ 의 세트가 주어지면, 이 비 강체 변환을 한정할 수 있도록 타깃 지점 세트 $\{t_i \in R^3\}$ 가 필요하다. 타깃 지점은 중첩 지점(s_i)에 가장 가까운 이웃한 치아(R)의 표면에서의 지점(t_i)으로 한정된다. 이웃한 치아(R)의 표면의 특정 오프셋에서 타깃 지점을 한정하는 것도 가능하다. 지점 $\{s_i\}$ 및 $\{t_i\}$ 의 두 세트가 주어지면 비 강체 변환이 생성될 수 있다. 이 변환은 다른 후처리 단계의 순서에 따라 박 셀 변환 또는 박판 스플라인 변환 중 하나일 수 있다.

[0421] 가상 치아 셋업 알고리즘을 수용하는데 가장 중요한 요구 사항은 교합 정보를 고려하는 것이다. 이전에 지정한 바와 같이 완벽한 교합 관계를 수립하는 것은 매우 복잡하다. 대합 치아 치관에 대한 정보는 물론 자연 턱 움직임에 대한 시뮬레이션이 필요하다. 그러나 이 정보를 가상 치아 셋업 알고리즘에 통합하는 것은 현재 설정에서는 가능하지 않다. 그리하여 대합 치아 치관의 형상을 고려하는 추가 후처리 단계가 도입된다. 이 후처리 단계는 치과 기술자가 더 개선해야 하는 양호한 초기 추정치를 생성한다.

[0422] 초기 교합 관계를 수립하는 절차는 이전 절에서 제시된 중첩 제거 단계와 밀접하게 관련된다. 이전 후처리 단계와 유사하게 이 후처리 단계도 반복 절차로 구성되고, 여기서 각 반복은 두 단계로 구성된다. 제1 단계에서 교합 접촉 지점이 한정된다. 제2 단계에서는 한정된 접촉 지점에서 완벽한 교합 접촉을 얻기 위해 치아의 형상이

변형된다. 두 개의 연속적인 반복 사이에서 관련 변화가 발생할 때까지 반복이 수행된다.

[0423] 접촉 지점은 다음 방식으로 한정된다. 먼저, 치아(T)의 각 지점(x_T)이 대합 치아 표면(B)까지 부호 있는 거리가 계산된다. 다음으로, 비 최소값 역제를 사용하여 일련의 후보 교합 접촉 지점이 결정된다. 이어서, 이 일련의 후보 교합 접촉 지점을 필터링하여 실제 교합 접촉 지점 $\{s_i \in R^3\}$ 을 얻는다. 마지막으로, 교합 접촉 지점에 기초하여, 검출된 접촉 지점에서 양호한 교합 접촉을 얻도록 치아(T)의 형상이 변형된다. 후보 교합 접촉 지점을 필터링하면 접촉 지점의 수가 사용자가 한정된 수로 제한된다. 또한, 접촉 지점과 최소 거리 및 최대 거리 사이의 비는 1에 가까워야 한다. 여기에 사용되지는 않았지만 접촉 지점이 치관의 교합 표면에 걸쳐 충분히 확산되는 것을 보장하는 것이 추가적으로 가능하다. 이들 단계는 도 11에 도시되어 있다.

[0424] 중첩 후처리 단계와 유사하게, 형상 변형은 비 강제 변환에 의해 모델링된다. 이 비 강제 변환은 추가적인 일련의 타깃 지점 $\{t_i \in R^3\}$ 을 필요로 한다. 이들 지점은 교합 접촉 지점에 가장 가까운 대합 치아 표면 상의 지점으로 한정된다. 가능하게는 대합 치아 표면의 오프셋이 고려된다. 또한 두 표면의 법선 사이에 적절한 정렬을 보장하는 것도 가능하다. 그리하여, 대합 치아 표면의 음의 법선(n_i^B)은 치아 형상의 법선(n_i^T)과 정렬되어야 한다. 이것은 회전과 병진 이동에 의해 달성될 수 있다. 회전은 다음 식으로 주어진 회전 축(ω)과 회전 각도(θ)에 의해 한정되고:

$$\omega = \frac{n_i^T \times n_i^B}{\|n_i^T \times n_i^B\|}$$

[0425]
[0426] 여기서 x 는 벡터 외적이고,

$$\theta = \arccos(n_i^T \cdot n_i^B)$$

[0427]
[0428] 여기서 \cdot 은 벡터 내적이다. 라이 그룹 SO(3)의 지수 맵(exponential map)을 사용하면 이것은 회전 행렬(R)로 변환할 수 있다. 변환 벡터는 다음 식으로 주어진다:

$$t = t_i - R s_i \quad (83)$$

[0429]
[0430] 비 강제 변환에 이것을 부과하는 우아한 방식은 접촉 지점에 대해서뿐만 아니라 그 이웃한 지점에 대해서도 변형을 한정하는 것이다.

[0431] 또한, 치아의 교합 영역에서만 변형이 발생하기를 원할 수 있다. 잔존 치아는 알고리즘에 의해 최적의 방향에 위치되고 설계된다. 그리하여 일련의 고정된 지점 $\{f_i \in R^3\}$ 이 각 치아에 대해 한정된다. 열려 있는 템플릿 치관이 사용된 경우 경계를 따른 지점이 고정된 것으로 한정된다. 그렇지 않으면 닫혀 있는 템플릿 치관이 사용된 경우 임플란트 축의 치관 면이 고정된 것으로 한정된다.

[0432] 일련의 교합 접촉 지점 $\{s_i\}$, 일련의 타깃 지점 $\{t_i\}$ 및 일련의 고정된 지점 $\{f_i\}$ 이 주어지면, 비 강제 변환이 생성될 수 있다. 이 변환은 다른 후처리 단계의 순서에 따라 박 셸 변환 또는 박판 스플라인 변환 중 하나일 수 있다.

[0433] 이 후처리 단계에 대한 전체 조건은 대합 치아 표면의 이용 가능성이다. 이 표면은 단일 표면 메쉬로서 반대쪽 턱의 관련 치관을 포함하여야 한다. 또한 이것은 환자의 실제 해부학적 구조를 모방하기 위하여 올바른 교합 관계로 위치되어야 한다. 대부분의 치과용 표면 스캐너는 반대쪽 턱을 스캔하고 올바른 교합 관계를 기록할 수 있게 한다.

[0434] 전술한 현재의 절차는 올바른 교합 관계를 일방향으로 수립하는 것으로 제한된다. 그리하여 이들 턱 사이에 올바른 교합을 보장하기 위해 상부 턱과 하부 턱에서 치관을 변형시킬 수 있는 것은 아니다.

[0435] 이 접근법은 중첩 제거 후처리 단계와 매우 유사하다. 그리하여 두 후처리 단계는 중첩을 제거하고 양호한 교합 관계를 수립하는 단일 후처리 단계로 결합될 수 있다.

[0436] 본 발명은 다수의 전방 치아가 결손된 환자의 경우에 대해 설명된다. 좀 더 구체적으로, 우 측절치로부터 좌 측

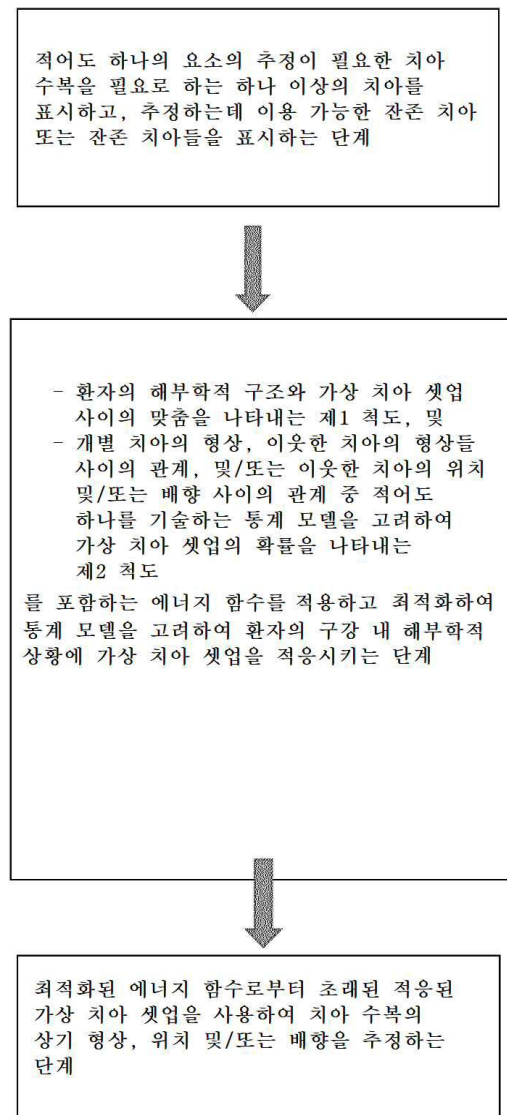
곳니까지의 치아가 결손되어 있다. 이 환자의 경우 대합 치아 정보가 이용 가능하지 않다. 그리하여, 교합 후처리 단계 및 대합 치아 중첩 형은 사용될 수 없다. 나머지 모든 치아는 결손된 치아를 추정하기 위해 본 발명의 알고리즘에 의해 사용된다. 라이브러리 치관은 알고리즘의 제2 최적화 단계로부터 솔루션에 맞춰진다. 그 결과 정면, 교합면, 좌측 및 우측 관점에서 본 것이 도 12에 도시된다. 이 도면에서 볼 수 있는 바와 같이, 추정된 치아는 환자의 치열궁에 완벽하게 맞춰진다.

[0437] 본 발명은 도면 및 전술한 설명에서 상세하게 도시되고 설명되었지만, 이러한 예시 및 설명은 예시적이거나 사례적인 것으로 간주되어야 하고 본 발명을 제한하는 것으로 간주되어서는 안 된다. 전술한 설명은 본 발명의 특정 실시예를 상술한다. 그러나, 전술한 내용이 본문에 상세히 제시되어 있더라도, 본 발명은 많은 방법으로 실시될 수 있음을 이해할 수 있을 것이다. 본 발명은 개시된 실시예로 제한되지 않는다.

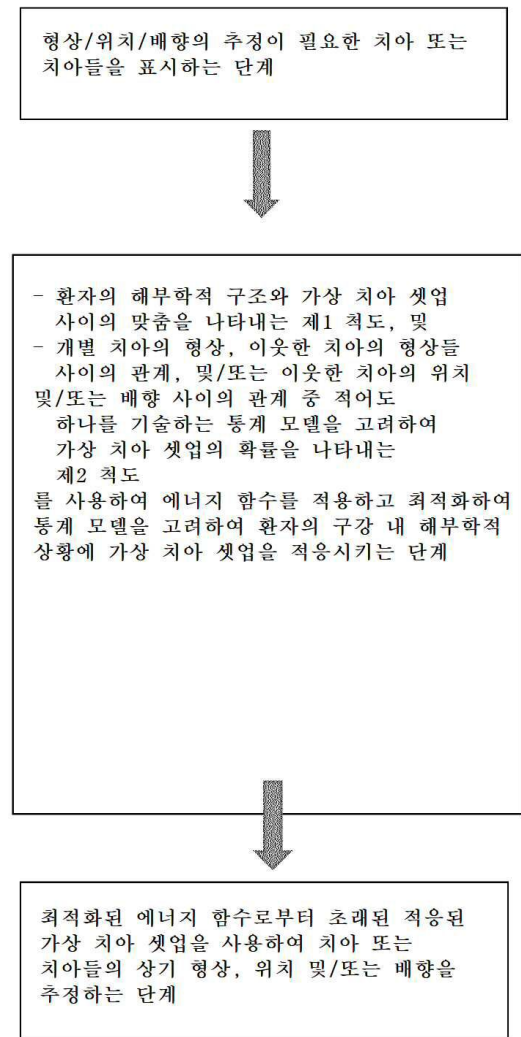
[0438] 개시된 실시예에 대한 다른 변형은 도면, 명세서 및 첨부된 청구 범위를 연구하는 것으로부터 청구된 발명을 실시하는 이 기술 분야에 통상의 지식을 가진 자에 의해 이해되고 영향을 받을 수 있다. 청구 범위에서, "포함하는"이라는 단어는 다른 요소 또는 단계를 배제하지 않으며, 단수는 복수를 배제하지 않는다. 단일 프로세서 또는 다른 유닛은 청구 범위에 언급된 여러 항목의 기능을 수행할 수 있다. 특정 조치가 서로 다른 종속 청구항에 인용되어 있다는 단순한 사실만으로 이 조치를 조합하는 것이 이용될 수 없다는 것을 의미하는 것은 아니다. 컴퓨터 프로그램은 다른 하드웨어와 함께 또는 다른 하드웨어의 일부로서 제공되는 광학 저장 매체 또는 솔리드 스테이트 매체와 같은 적절한 매체 상에 저장/분배될 수 있지만, 인터넷 또는 다른 유선 또는 무선 통신 시스템과 같은 다른 형태로 분배될 수도 있다. 청구 범위 내의 임의의 참조 부호는 범위를 제한하는 것으로 해석되어서는 안 된다.

도면

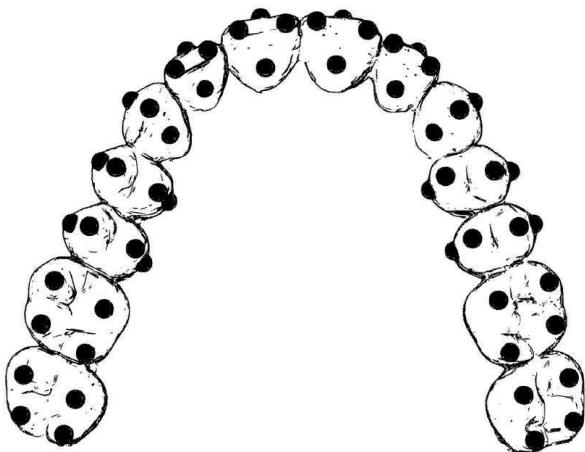
도면1



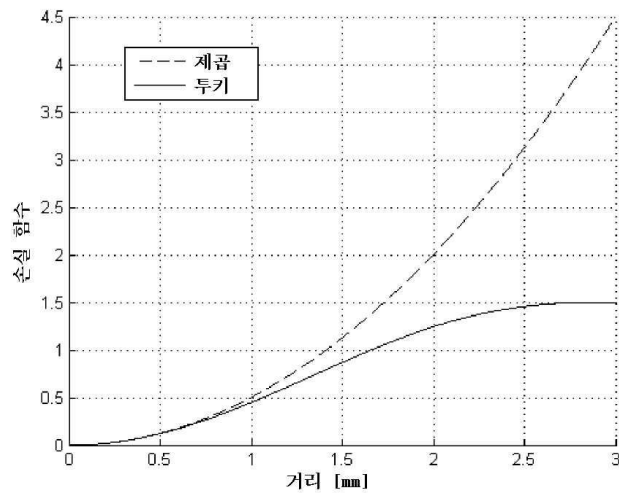
도면2



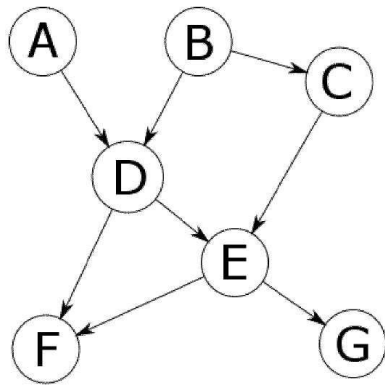
도면3



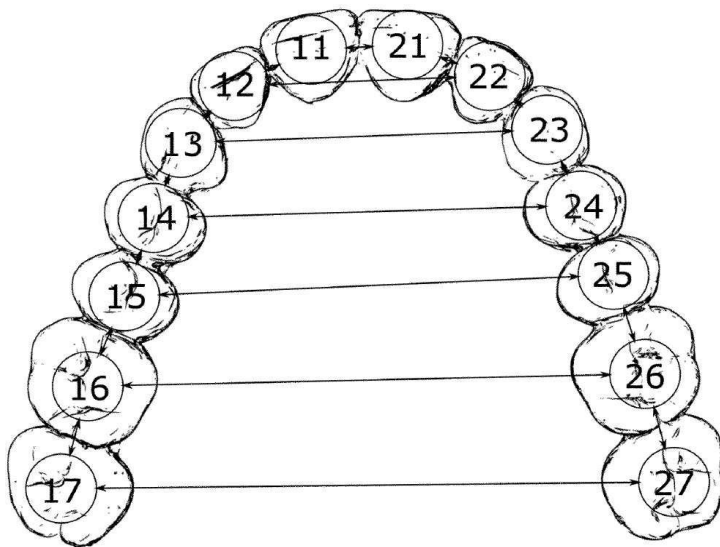
도면4



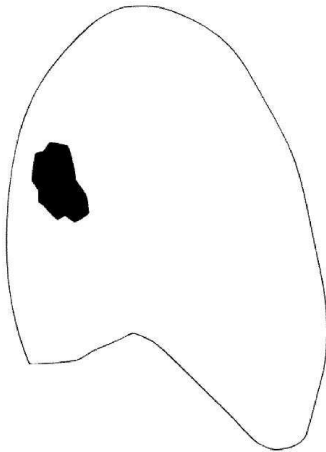
도면5



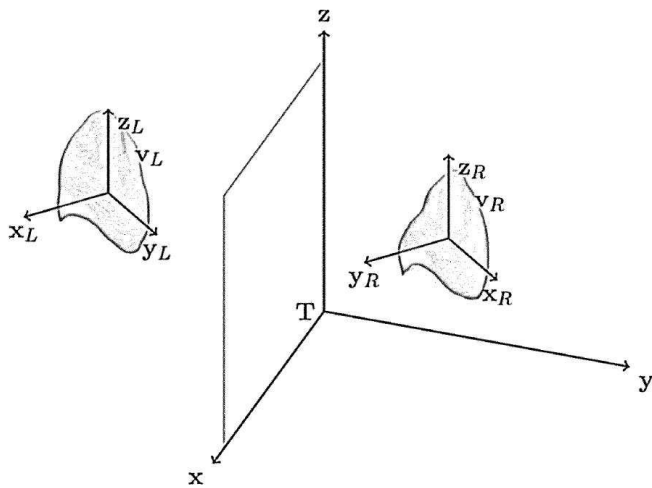
도면6



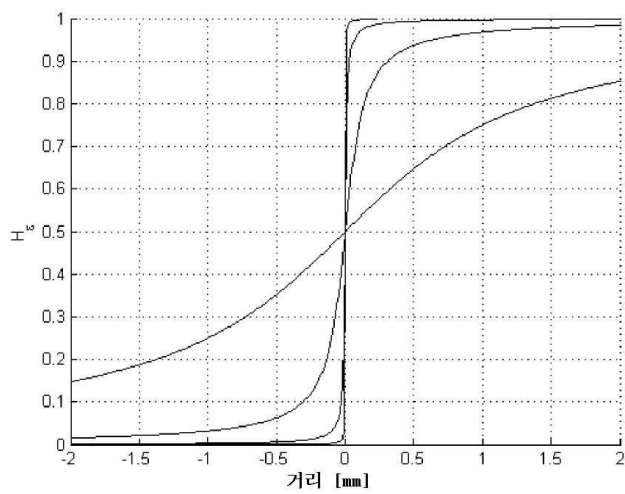
도면7



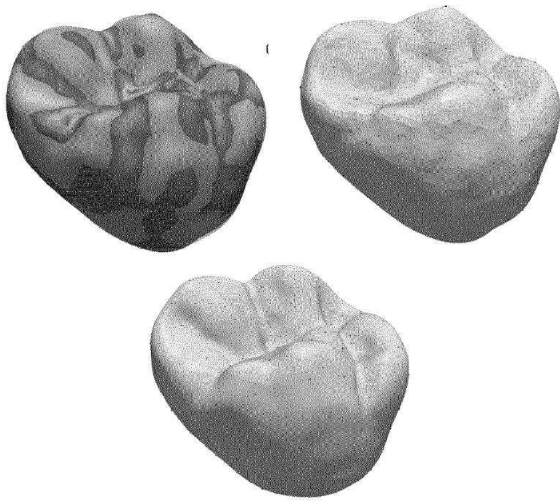
도면8



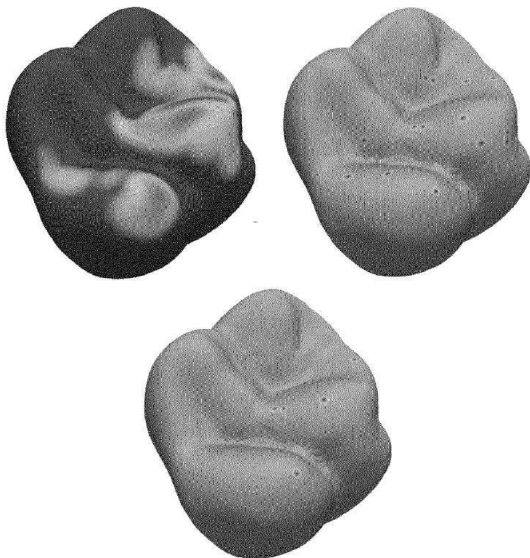
도면9



도면10



도면11



도면12

