



(12) 发明专利

(10) 授权公告号 CN 102446239 B

(45) 授权公告日 2013. 09. 18

(21) 申请号 201110277670. 4

(22) 申请日 2011. 09. 19

(73) 专利权人 北京航空航天大学  
地址 100191 北京市海淀区学院路 37 号

(72) 发明人 刘继红 李连升 安向男

(51) Int. Cl.  
G06F 17/50 (2006. 01)

(56) 对比文件  
US 7149659 B1, 2006. 12. 12, 全文.  
CN 102063525 A, 2011. 05. 18, 全文.  
CN 102054096 A, 2011. 05. 11, 全文.  
杜丽, 肖宁聪, 黄洪钟等. 认知不确定性的  
谐波齿轮减速器可靠性分析研究. 《电子科技大  
大学学报》. 2011, 第 40 卷 (第 3 期), 第 470~475  
页.

张建勋, 张立强, 陈建江等. 集成协同优化  
策略与性能测量法的多学科可靠性设计优化. 《计  
算机辅助设计与图形学学报》. 2011, 第 23 卷 (第  
8 期), 第 1373~1379 页.

审查员 任兴超

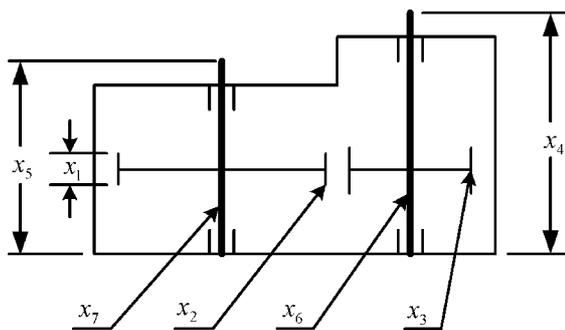
权利要求书3页 说明书8页 附图2页

(54) 发明名称

考虑认知和随机不确定性的齿轮传动多学科  
可靠性分析方法

(57) 摘要

一种考虑实际工程设计过程中认知与随机不  
确定性的齿轮传统多学科可靠性分析方法, 属于  
机械产品的设计优化与可靠性设计技术领域, 其  
包括齿轮模数、齿数、齿面宽度、轴承间距以及  
齿轮直径由于加工、装配、材料特性、施加载荷及外  
界环境等因素造成的认知和随机不确定性的量  
化、多学科可靠性综合评价指标的建立、可靠性分  
析方法与多学科设计优化策略的集成、多学科可  
靠性分析过程的解耦和基于功能度量法的多学科  
可靠性分析方法。本发明提供了认知与随机不确  
定性的综合量化方法, 建立了更为符合工程实际  
的多学科可靠性评价指标, 将传统可靠性分析方  
法与多学科设计优化策略进行集成, 为齿轮传动  
产品的可靠性分析提供了新思路。



1. 一种考虑齿轮传动设计过程中产生的认知和随机不确定性的多学科可靠性分析方法,其特征在于包括认知和随机不确定性的量化、广义的多学科可靠性综合评价指标、可靠性分析方法与并行子空间优化策略的集成、基于功能度量法的多学科可靠性分析建模、基于序列化思想的多学科可靠性分析过程解耦、多学科概率可靠性分析和多学科凸模型极值分析;

所述的认知和随机不确定性量化是针对齿轮传动设计过程中产生的认知不确定性和随机不确定性,分别采用更为合适的数学理论进行量化,建立认知和随机不确定性的综合量化方法,具有不确定性的设计参数为齿轮模数、齿数、齿面宽度、轴承间距以及齿轮直径,不确定性来源包括加工误差、装配误差、材料特性、施加载荷以及外界工作环境等因素造成的认知和随机不确定性,量化过程包括以下步骤:

步骤 1. 开始;

步骤 2. 设计参数不确定性数据的是否完备,是,进入步骤 3,否则进入步骤 4;

步骤 3. 对于数据完备、信息充分的设计参数的不确定性采用概率理论进行量化,选取概率分布函数,设定均值  $\mu$  和方差  $\sigma$ ;

步骤 4. 对于数据不完备、信息残缺的设计参数的不确定性采用凸模型进行量化,确定取值区间  $\Delta I$ 、特征矩阵  $W$  和参数不确定程度  $\epsilon$ ;

步骤 5. 结束;

所述的广义的多学科可靠性综合评价指标是具有稳健性的可靠性评价指标,具有双度量指标,可靠度指标的下限  $\beta_L = \min_u \sqrt{\mathbf{u}\mathbf{u}^T | \min_v (g(\mathbf{u}, \mathbf{v}))}$  和可靠度指标的上限  $\beta_U = \min_u \sqrt{\mathbf{u}\mathbf{u}^T | \max_v (g(\mathbf{u}, \mathbf{v}))}$ ,其中  $u, v$  分别代表标准空间的随机不确定性和认知不确定性设计变量,所提可靠性评价指标的差值  $\Delta \beta = \beta_U - \beta_L$  定量反应了认知不确定性对设计结果的影响程度,该评价指标更为符合实际工程的可靠性评价;

所述的可靠性分析方法与并行子空间优化策略的集成是将应用于单学科的可靠性分析方法扩展到具有耦合关系的多学科可靠性分析领域,集成过程包括以下步骤:

步骤 1. 开始;

步骤 2. 对多学科可靠性分析过程进行分析,包括多学科分析、全局灵敏度分析和最可能失效点搜索(Most Probable Point, MPP 点搜索);

步骤 3. 对并行子空间优化策略的过程进行分析,包括多学科分析、全局灵敏度分析、并行子空间和系统级协调优化;

步骤 4. 将单学科可靠性分析方法与并行子空间优化策略集成,并行子空间优化策略的多学科分析与全局灵敏度分析为多学科可靠性分析提供极限状态函数的值和梯度信息;

步骤 5. 结束;

所述的基于功能度量法的多学科可靠性分析建模是采用可靠度等效思想将原基于可靠度指标法的多学科可靠性分析模型转变为高效、稳定的基于功能度量法的多学科可靠性分析模型,转换过程包括以下步骤:

步骤 1. 开始;

步骤 2. 设定可靠性设计指标,其中  $\beta = 3.0$ ,并将其设为最小化优化目标函数,将约束函数  $g_i(\cdot) = 0$  确定为约束条件,即在满足  $g_i(\cdot) = 0$  的情况下求出可靠度的最小值;

步骤 3. 采用等效思想,将约束函数  $g_i(\cdot) = 0$  确定为优化目标函数,约束条件为设定的可靠性设计指标,其中  $\beta = 3.0$ ,即在满足可靠性设计指标的约束下求出约束函数的最小值;

步骤 4. 根据约束函数的优化值判断是否满足可靠性要求;

步骤 5. 结束;

所述的基于序列化思想的多学科可靠性分析过程解耦是针对严重耦合的多学科可靠性分析过程,采用序列化思想对其进行解耦,进而形成一个单循环递推多学科可靠性分析,具体过程包括以下步骤:

步骤 1. 开始;

步骤 2. 固定认知不确定性,执行多学科分析,进行最有可能失效点(MPP 点)搜索;

步骤 3. 固化随机不确定性,执行多学科分析,进行凸模型极值分析;

步骤 4. 设置收敛条件,进行收敛性验证;

步骤 5. 结束;

所述的多学科概率可靠性分析,将单学科可靠性分析方法与并行子空间优化策略进行集成,基于改进的高等均值法对具有耦合关系的多学科系统进行可靠性分析,具体过程包括以下步骤,其中  $\beta_t$  为设定的可靠度指标, $k$  为计算循环次数, $\nabla_{\mathbf{u}} g(\mathbf{u})$  为  $U$  空间中极限状态函数关于随机设计变量的梯度信息,

步骤 1. 开始;

步骤 2. 执行系统分析,求出状态变量  $y_k$  和极限状态函数  $g(x_k)$  的值;

步骤 3. 执行系统灵敏度分析,利用全局灵敏度方程(Global Sensitivity Equation, GSE) 获得极限状态函数的梯度  $\nabla_{\mathbf{x}} g(x_k)$ ;

步骤 4. 进行空间转换,把随机不确定性变量  $x_k$  转化成标准正态空间的变量  $\mathbf{u}_k$ , 求出极限状态函数在标准正态空间的梯度  $\nabla_{\mathbf{u}} g(\mathbf{u}_k)$ ;

步骤 5. 按照改进的高等均值法更新  $\mathbf{u}_k$ ;

步骤 6. 根据式 (1) 计算  $\mathbf{u}_k$  和  $\nabla_{\mathbf{u}} g(\mathbf{u}_k)$  的之间的夹角,如果  $\gamma_k < \varepsilon$ , 跳转到步骤 9, 否则跳转到步骤 7,  $\varepsilon$  是一个很小的角度,

$$\gamma_k = \cos^{-1} \frac{\mathbf{u}_k \cdot \nabla_{\mathbf{u}} g(\mathbf{u}_k)}{\|\mathbf{u}_k\| \cdot \|\nabla_{\mathbf{u}} g(\mathbf{u}_k)\|} \quad (1)$$

步骤 7. 如果  $g(\mathbf{u}_k) > g(\mathbf{u}_{k-1})$ ,  $\mathbf{u}_{k+1} = \beta_t \frac{\nabla_{\mathbf{u}} g(\mathbf{u}_k)}{\|\nabla_{\mathbf{u}} g(\mathbf{u}_k)\|}$ , 否则

$$\mathbf{u}_{k+1} = \frac{\beta_t}{\sin(\gamma_k)} \left( \sin(\gamma_k - \delta_k) \frac{\mathbf{u}_k}{\|\mathbf{u}_k\|} + \sin \delta_k \frac{\nabla_{\mathbf{u}} g(\mathbf{u}_k)}{\|\nabla_{\mathbf{u}} g(\mathbf{u}_k)\|} \right) \quad (2)$$

式中  $\delta_k$  可以通过求解一个一维最大值问题得到,如式 (3) 所示,

$$\max g(\mathbf{u}_{k+1}) = g \left\{ \frac{\beta_t}{\sin(\gamma_k)} \left( \sin(\gamma_k - \delta_k) \frac{\mathbf{u}_k}{\|\mathbf{u}_k\|} + \sin \delta_k \frac{\nabla_{\mathbf{u}} g(\mathbf{u}_k)}{\|\nabla_{\mathbf{u}} g(\mathbf{u}_k)\|} \right) \right\} \quad (3)$$

步骤 8. 把  $u_{k+1}$  转换成在原始空间中所对应的变量  $x_{k+1}$ , 转步骤 1;

步骤 9. 计算  $g(u_k)$ , 结束;

所述的多学科凸模型极值分析, 基于 Karush-Kuhn-Tucker 最优化条件等效替代凸模型极值分析, 提高大规模、多耦合多学科可靠性分析的效率, 具体过程包括以下步骤, 其中  $v_k$  为计算过程第  $k$  次循环中求得的认知不确定性设计变量值,

步骤 1. 开始;

步骤 2. 执行系统分析, 求出状态变量  $y_k$  和极限状态函数  $g(v_k)$  的值;

步骤 3. 采用拉格朗日乘子法构建拉格朗日优化目标函数;

步骤 4. 基于偏微分分别对认知不确定性变量和拉格朗日乘子求导, 并分别令其为零;

步骤 5. 根据 Karush-Kuhn-Tucker 最优化条件求出极值点;

步骤 6. 将极值点带入极限状态函数  $g(v_k)$ , 求出极大值和极小值;

步骤 7. 根据极大值与极小值的差值确定认知不确定性对该极限状态函数的影响程度;

步骤 8. 判别极限状态函数  $g(v_k)$  的极小值是否大于零, 是, 则满足可靠性要求, 否则, 不满足可靠性要求, 采用移动策略对随机不确定性向安全区域移动, 构建新的极限状态函数并进行新一轮的多学科可靠性分析;

步骤 9. 结束。

## 考虑认知和随机不确定性的齿轮传动多学科可靠性分析方法

### 技术领域

[0001] 本发明属于复杂产品的可靠性设计技术领域,特别涉及一种多源不确定性条件下齿轮传动的多学科可靠性分析方法。

### 背景技术

[0002] 齿轮传动系统是诸如航空航天飞行器、航空发动机、船舶、大型机电设备、武器装备和车辆等大型复杂装备中常见的动力传动形式。齿轮传动的性能尤其是可靠性直接决定了大型复杂装备的质量。因此,人们从产品设计、产品制造和产品维护等方面对齿轮传动的可靠性开展了相关研究。据有关方面统计,产品设计对产品质量的贡献率可达70%~80%,可见设计决定了产品的固有可靠性,赋予了产品“先天优劣”的本质特性。因此,齿轮传统的可靠性设计得到了广泛关注和深入研究,而可靠性分析是可靠性设计中最为核心的部分,直接决定了可靠性设计的成败。因此,齿轮传动的可靠性分析研究对于提高其可靠性设计水平及大型装备的可靠性管理水平具有重要意义。

[0003] 目前,齿轮传动的可靠性设计过程中仅仅考虑随机不确定性,其相关研究已趋于成熟。然而,在实际的齿轮传动设计过程中,由于受制造加工、产品装配、材料特性、施加载荷及外界环境等因素的影响不仅存在大量的随机不确定性,而且也存在一定程度的认知不确定性。认知不确定性由于不具备充足的数据和信息而无法构建概率密度函数,无法采用传统的概率理论对其进行表达与量化,如果人为地对其假设必将造成设计结果的不可靠,目前这种方法已受到前所未有的质疑。因此,针对不同的不确定性如何科学地选择合理的量化方法对齿轮传动设计过程中的不确定性进行量化、开展兼顾计算效率和设计成本的多学科可靠性分析具有重要实用价值和理论指导意义。

### 发明内容

[0004] 本发明是要提供一种考虑认知与随机不确定性的齿轮传动多学科可靠性分析方法,齿轮传动结构简图如图(1)所示,该方法充分考虑齿轮传动设计过程中产生的随机和认知不确定性,将单学科可靠性分析方法与并行子空间设计优化策略进行有效集成,给出了齿轮传动的多学科可靠性分析方法,为科学地保证齿轮传动设计的可靠性提供了保障。

[0005] 本发明方法包括认知和随机不确定性的量化、广义的多学科可靠性综合评价指标、可靠性分析方法与并行子空间优化策略的集成、基于功能度量法的多学科可靠性分析建模、基于序列化思想的多学科可靠性分析过程解耦、多学科概率可靠性分析和多学科凸模型极值分析。以下详细介绍本发明内容:

[0006] 一、齿轮传动设计过程中认知与随机不确定性的量化

[0007] 针对具有充足数据和信息的随机变量( $x_r$ )采用概率理论对其进行量化,选取概率密度函数  $p_i(x_r)$ , 给出均值  $\mu_i = [\mathbf{x}_r^0]$  和方差  $\sigma_i$ ; 对于数据残缺和信息不完备的认知不确定性变量( $x_c$ )采用凸模型进行描述与量化,设定均值  $\mu_2 = [\mathbf{x}_c^0]$ , 给出特征矩阵  $W_j$  以及参数不确定

性程度  $\varepsilon_{j_0}$ 。因此,随机变量的量化表达式为:  $x_r \sim [p_i(x_r)]$ , 认知不确定性变量的量化表示为:  $\mathbf{x}_{je} \sim \left\{ \mathbf{x}_{je} \mid (\mathbf{x}_{je} - \bar{\mathbf{x}}_{je})^T \mathbf{W}(\mathbf{x}_{je} - \bar{\mathbf{x}}_{je}) \leq \varepsilon_j^2 \right\}$ 。

[0008] 为便于计算,对随机不确定变量采用 Rosenblatt 变换将非正态分布及相互关联的随机变量  $x_r = [x_{r1} x_{r2} \cdots x_{rm}]$  转换为相互独立的标准正态分布形式  $u = [u_1 u_2 \cdots u_i]$ , 转换公式为  $u_i = \frac{x_i - \mu_i}{\sigma_i}$ ,  $\mu_i$  和  $\sigma_i$  分别是随机变量的均值和标准差;对于认知不确定性变量,首先对特征矩阵  $W_j$  分解,  $\Phi_j^T W_j \Phi_j = \Lambda_j (j=1, 2, \cdots, n)$ , 得到特征值对角矩阵  $\Lambda_j$  及由正交化特征向量组成的矩阵  $\Phi_j$ 。引入向量  $\mathbf{v}^T = [v_1^T v_2^T \cdots v_n^T]$ , 令  $\mathbf{v} = (1/\theta_j) \sqrt{\Lambda_j} \Phi_j^T (\mathbf{y}_j - \bar{\mathbf{y}}_j)$ , 则原多椭球集合  $\Theta$  将转化为单位多椭球集合, 即  $\Theta = \left\{ \mathbf{v} \mid \mathbf{v}_j^T \mathbf{v}_j \leq 1 (j=1, 2, \cdots, n) \right\}$ 。

[0009] 二、构建广义的多学科可靠性综合评价指标

[0010] 借鉴概率可靠性指标的几何含义,将其扩展为同时包含认知和随机不确定性的齿轮传动的多学科可靠性分析评价指标。传统的概率可靠性评价指标为  $\beta = \min_{\mathbf{u}} \sqrt{\mathbf{u}\mathbf{u}^T}$ , 扩展之后的可靠性双度量指标分别为:  $\beta_L = \min_{\mathbf{u}} \sqrt{\mathbf{u}\mathbf{u}^T \mid \min_{\mathbf{v}}(g(\mathbf{u}, \mathbf{v}))}$  和  $\beta_U = \min_{\mathbf{u}} \sqrt{\mathbf{u}\mathbf{u}^T \mid \max_{\mathbf{v}}(g(\mathbf{u}, \mathbf{v}))}$ , 其中  $\beta_U$  和  $\beta_L$  分别表示可靠性的上下限, 其差值  $\Delta\beta = \beta_U - \beta_L$  定量反映了认知不确定性对齿轮传动可靠性的影响程度。

[0011] 三、基于功能度量法的多学科可靠性分析建模

[0012] 为解决基于可靠度指标法的迭代过程的稳定性和计算效率问题,本发明采用基于功能度量法建立齿轮传动系统的多学科可靠性分析模型。基于极限状态函数的最小值大于零为可靠的原则,即极限状态函数等于零为其失效临界条件,等价于可靠度指标  $\beta = \min_{\mathbf{u}} \sqrt{\mathbf{u}\mathbf{u}^T}$ , 恰好满足可靠性指标要求,可靠度指标与极限状态函数的数值存在如下关系  $\beta > \beta_L \Leftrightarrow \alpha = g(\mathbf{u}, \mathbf{v}) \geq 0$ 。因此,基于功能度量法的齿轮传动多学科可靠性分析模型可构建为:  $\alpha = \min_{(\mathbf{u}, \mathbf{v})} g_i(\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{Y}_{ij}) \geq 0 \mid \sqrt{\mathbf{u}\mathbf{u}^T} = \beta, \mathbf{v}_j^T \mathbf{v}_j \leq 1 (i=1, 2, \cdots, 11)$ ,  $i$  为齿轮传动的极限状态函数的数目,  $Y_{ij}$  为学科间的耦合状态变量。

[0013] 四、序列化的齿轮传动多学科可靠性分析方法

[0014] 对于充分考虑认知和随机不确定性的齿轮传动的多学科可靠性分析是一个典型的三层嵌套循环优化分析过程,如图(2)所示。因此,在前期对多源不确定性进行综合量化、构建多源不确定性条件下的可靠性评价指标以及构建的基于功能度量法的多学科可靠性分析模型的基础上,采用解耦理论对其分析流程进行解耦,以提高计算效率。本发明的序列化的齿轮传动的多学科可靠性分析方法的流程如图(3)所示,具体如下:

[0015] 1、初始化设置

[0016] 给出随机不确定性变量和认知不确定性变量的初始值,  $\mathbf{x}_r = [\mathbf{x}_r^0]$ ,  $\mathbf{x}_e = [\mathbf{x}_e^0]$ 。

[0017] 2、概率可靠性分析

[0018] (1) 固化认知不确定性,  $\mathbf{v} = [\mathbf{v}^0]$ ;

[0019] (2) 集成可靠性分析方法与并行子空间优化策略,进行多学科分析;

[0020] 齿轮传动包含齿轮子系统和轴子系统,状态变量为  $y_1$  和  $y_2$ , 将其联立,如式(1)所示。

$$[0021] \quad \begin{cases} y_1 = y_1(\mathbf{u}, \mathbf{v}, y_{21}) \\ y_2 = y_2(\mathbf{u}, \mathbf{v}, y_{12}) \end{cases} \quad (1)$$

[0022] 根据所要处理问题的类型,可以选择不同的迭代方法来求解上面的方程组,例如高斯——赛德尔迭代法、牛顿迭代法、鲍威尔折线法等。把求解出的状态变量的值和本次优化循环迭代随机设计变量的初始值代入极限状态函数,即可得到齿轮传动优化设计中所有极限函数  $g_1 \sim g_{11}$  的值。由多学科系统分析获得的状态变量的值还可以直接为下一步的系统灵敏度分析服务。

[0023] (3) 集成可靠性分析方法与并行子空间优化策略,进行系统灵敏度分析;

[0024] 本方法中系统灵敏度分析采用全局灵敏度方程 (GSE),耦合状态变量  $y$  关于第  $i$  个随机设计变量  $x_{ir}$  的全导数信息即梯度信息  $dy/dx_{ir}$ ,可以通过下面的 GSE 方程求得。根据求解式 (1) 所示的方程组,进行多学科分析,求出耦合状态函数  $y_1$  和  $y_2$  的值,齿轮传动的全局灵敏度方程为式 (2) 所示。

$$[0025] \quad \begin{bmatrix} I & -\frac{\partial y_1}{\partial y_2} \\ -\frac{\partial y_2}{\partial y_1} & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{dy_1}{dx_i} \\ \frac{dy_2}{dx_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial y_1}{dx_i} \\ \frac{\partial y_2}{dx_i} \end{bmatrix} \quad (2)$$

[0026] 求出  $dy/dx_{ir}$  后,齿轮传动可靠性分析中的概率约束条件,其极限状态函数  $g$  关于第  $i$  个随机设计变量  $x_{ir}$  的梯度信息  $dg/dx_{ir}$ ,可由式 (3) 获得:

$$[0027] \quad \frac{dg}{dx_{ir}} = \frac{\partial g}{\partial x_{ir}} + \frac{\partial g}{\partial y_1} \frac{dy_1}{dx_{ir}} + \frac{\partial g}{\partial y_2} \frac{dy_2}{dx_{ir}} \quad (3)$$

[0028] 同样,极限状态函数  $g$  关于所有随机设计变量  $x$  的梯度信息  $dy/dx_{ir}$  都可由式 (3) 获得。下面用  $\nabla_x g(\mathbf{x})$  代表在原始空间 ( $x$  空间) 中极限状态函数关于随机设计变量的梯度信息。如果随机变量服从标准正态分布,随机变量在标准空间与原始空间的转换关系如式 (4) 所示:

$$[0029] \quad \mathbf{u} = \frac{\boldsymbol{\mu}_x - \mathbf{x}}{\boldsymbol{\sigma}_x} \quad (4)$$

[0030] 因此,在标准空间 ( $u$  空间) 中极限状态函数的梯度信息为:

$$[0031] \quad \nabla_u g(\mathbf{u}) = \frac{dg}{d\mathbf{x}} \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{u}} = \nabla_x g(\mathbf{x}) \cdot \boldsymbol{\sigma}_x \quad (5)$$

[0032] (4) 基于改进的高等均值法 (Modified Advanced Mean Value, MAMV) 更新随机变量  $u$ ;

[0033] (a) 根据式 (6) 计算  $u_k$  和  $\nabla_u g(\mathbf{u}_k)$  的之间的夹角,如果  $\gamma_k \leq \varepsilon$ ,跳转到步骤 (6),否则跳转到步骤 (b),  $\varepsilon$  是一个很小的角度,例如  $0.01^\circ$ 。

$$[0034] \quad \gamma_k = \cos^{-1} \frac{\mathbf{u}_k \cdot \nabla_u g(\mathbf{u}_k)}{\|\mathbf{u}_k\| \cdot \|\nabla_u g(\mathbf{u}_k)\|} \quad (6)$$

[0035] (b) 如果  $g(u_k) > g(u_{k-1})$ ,  $\mathbf{u}_{k+1} = \beta_i \frac{\nabla_u g(\mathbf{u}_k)}{\|\nabla_u g(\mathbf{u}_k)\|}$ , 否则

$$[0036] \quad \mathbf{u}_{k+1} = \frac{\beta_t}{\sin(\gamma_k)} \left( \sin(\gamma_k - \delta_k) \frac{\mathbf{u}_k}{\|\mathbf{u}_k\|} + \sin \delta_k \frac{\nabla_{\mathbf{u}} g(\mathbf{u}_k)}{\|\nabla_{\mathbf{u}} g(\mathbf{u}_k)\|} \right) \quad (7)$$

[0037] 式中  $\delta_k$  可以通过求解一个一维最大值问题得到,如式 (8) 所示。

$$[0038] \quad \max g(\mathbf{u}_{k+1}) = g \left\{ \frac{\beta_t}{\sin(\gamma_k)} \left( \sin(\gamma_k - \delta_k) \frac{\mathbf{u}_k}{\|\mathbf{u}_k\|} + \sin \delta_k \frac{\nabla_{\mathbf{u}} g(\mathbf{u}_k)}{\|\nabla_{\mathbf{u}} g(\mathbf{u}_k)\|} \right) \right\} \quad (8)$$

[0039] (5) 将  $\mathbf{u}_{k+1}$  转换成在原始空间 (x 空间) 中所对应的变量  $\mathbf{x}_{k+1}$ , 转步骤 (2);

[0040] (6) 计算  $g(\mathbf{u}_k)$ , 求出最可能失效点 (MPP), 并令  $\mathbf{u}_r = [\mathbf{u}_r^0] = [\mathbf{u}_r^{MPP}]$ , 结束。

[0041] 对于公式 (8) 所表示的无约束一维最大值问题, 可以通过黄金分割法、全局牛顿法、抛物线法等无约束一维优化算法求得。

[0042] 3、基于凸模型的极值分析

[0043] (1) 固化随机不确定性,  $\mathbf{u}_r = [\mathbf{u}_r^0] = [\mathbf{u}_r^{MPP}]$ ;

[0044] (2) 采用步骤 2(2) 的方法对只包含认知不确定性  $\mathbf{v}$  和状态变量  $\mathbf{y}$  的方程组进行多学科分析, 求出状态变量为  $y_1$  和  $y_2$  的值;

[0045] (3) 基于拉格朗日乘子将有约束的优化问题转化为无约束的优化问题;

[0046] (4) 对于新构建的优化函数, 分别对认知不确定性  $\mathbf{v}$  和  $\lambda$  求导, 使得  $\frac{\partial g_i}{\partial \mathbf{v}_i} = 0$ ,  $\frac{\partial g_i}{\partial \lambda} = 0$ , 求出极限状态函数极值所对应的点  $\mathbf{v}_{\min}$  和  $\mathbf{v}_{\max}$ 。

[0047] (5) 将  $\mathbf{v}_{\min}$  和  $\mathbf{v}_{\max}$  带入齿轮传动的极限状态函数, 求其取值范围  $g_i \in [g_i^{\min}, g_i^{\max}]$ ;

[0048] 4、可靠性判定

[0049] 如果  $g_i^{\min} < 0$ , 则说明该极限状态函数不满足可靠性要求, 否则满足可靠性要求,  $g_i \in [g_i^{\min}, g_i^{\max}]$  定量反映了认知不确定性对该极限状态函数的影响程度。

[0050] 5、结束。

[0051] 本发明方法应用航空航天飞行器、航空发动机、船舶、大型机电设备、武器装备和车辆等大型复杂装备中齿轮传动系统的可靠性研究。本发明方法充分考虑了齿轮传动在设计过程中由于受制造加工、产品装配、材料特性、施加载荷、外界环境以及磨损等因素造成的大量随机不确定性和认知不确定性, 并提出了基于概率理论和凸集理论的多源不确定性综合量化方法, 建立了广义的齿轮传动多学科可靠性评价指标, 基于功能度量法建立了齿轮传动的多学科可靠性分析模型, 采用序列化思想对具有典型的三层嵌套循环进行了解耦, 实现了对齿轮传动系统可靠性的客观、准确评价以及简洁计算, 更加方便了工程人员对齿轮传动系统可靠度的分析, 有很大的实际应用价值。该技术能够为齿轮传动系统的设计、维修提供合理的依据, 同时还可为相应规范的修订提供技术支持。

## 附图说明

[0052] 图 1 齿轮传动结构简图

[0053] 图 2 包含认知和随机不确定性的齿轮传动多学科可靠性分析流程

[0054] 图 3 序列化的齿轮传动多学科可靠性分析流程

## 具体实施方式

[0055] 下面结合齿轮传动实例对本发明作进一步的说明。

[0056] 本发明考虑认知和随机不确定性的齿轮传动多学科可靠性分析方法,首先明确该齿轮传动可靠性分析的组成部分,包括轴子系统和齿轮子系统两个子系统、11个极限状态函数、两个耦合状态变量以及7个设计参变量。

[0057] 一、针对以图1所示的齿轮传动进行分析,确定设计参变量的不确定性程度,充分考虑到在实际设计过程中由于制造加工、产品装配、材料特性、施加载荷及外界环境等因素的影响,本发明考虑齿面宽度 ( $x_{r1}$ )、齿轮模数 ( $x_{r2}$ )、小齿轮齿数 ( $x_{r3}$ )、大齿轮轴承间距 ( $x_{r4}$ )、大齿轮轴直径 ( $x_{r5}$ )、小齿轮轴直径 ( $x_{e1}$ ) 和小齿轮轴承间距 ( $x_{e2}$ ) 7个设计参变量的不确定性,根据设计经验和实际工程设计情况设定  $x_{r1} \sim x_{r5}$  服从标准正态分布,  $x_{e1} \sim x_{e2}$  由于数据不充分,无法建立概率密度函数而被认为是认知不确定性。已知各不确定性信息如下:  $\mu(x_r) = [3.00.7207.85.0]$ ,  $\sigma(x_r) = [0.0250.0250.0250.0250.025]$ ,

$$\bar{\mathbf{x}}_e = [\mathbf{x}_{e1} \ \mathbf{x}_{e2}] = [7.8 \ 3.4], \mathbf{x}_e \sim \left\{ \mathbf{x}_e \mid (\mathbf{x}_e - \bar{\mathbf{x}}_e)^T \mathbf{W} (\mathbf{x}_e - \bar{\mathbf{x}}_e) \leq 0.01^2 \right\}, \mathbf{W} = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

[0058] 二、设定极限状态函数的可靠度指标  $\beta = \min_{\mathbf{u}} \sqrt{\mathbf{u}^T \mathbf{u}} = 3$ 。

[0059] 三、基于所提广义的多学科可靠性评价指标和基于功能度量法构建齿轮传动的多学科可靠性分析模型,分别为:  $\alpha = \min_{(\mathbf{u}, \mathbf{v})} g_i(\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{Y}_{ij}) \geq 0 \mid \sqrt{\mathbf{u}^T \mathbf{u}} = \beta, \mathbf{v}_j^T \mathbf{v}_j \leq 1 (i=1, 2, \dots, 11)$

$$[0060] \quad \alpha_1 = \min_{(\mathbf{u}, \mathbf{v})} g_1(-y_1 + (x_1 x_2^2 x_3)/27.0 - 1.0) \geq 0 \mid \sqrt{\mathbf{u}^T \mathbf{u}} = 3, \mathbf{v}_j^T \mathbf{v}_j \leq 1,$$

$$[0061] \quad \alpha_2 = \min_{(\mathbf{u}, \mathbf{v})} g_2(-y_2 + (x_1 x_2^2 x_3^2)/397.5 - 1.0) \geq 0 \mid \sqrt{\mathbf{u}^T \mathbf{u}} = 3, \mathbf{v}_j^T \mathbf{v}_j \leq 1,$$

$$[0062] \quad \alpha_3 = \min_{(\mathbf{u}, \mathbf{v})} g_3(x_1/(5.0x_2) - 1.0) \geq 0 \mid \sqrt{\mathbf{u}^T \mathbf{u}} = 3, \mathbf{v}_j^T \mathbf{v}_j \leq 1,$$

$$[0063] \quad \alpha_4 = \min_{(\mathbf{u}, \mathbf{v})} g_4(12.0x_2/x_1 - 1.0) \geq 0 \mid \sqrt{\mathbf{u}^T \mathbf{u}} = 3, \mathbf{v}_j^T \mathbf{v}_j \leq 1,$$

$$[0064] \quad \alpha_5 = \min_{(\mathbf{u}, \mathbf{v})} g_5(40.0/(x_2 x_3) - 1.0) \geq 0 \mid \sqrt{\mathbf{u}^T \mathbf{u}} = 3, \mathbf{v}_j^T \mathbf{v}_j \leq 1,$$

$$[0065] \quad \alpha_6 = \min_{(\mathbf{u}, \mathbf{v})} g_6((x_2 x_3 x_6^4)/1.925x_4^3 - 1.0) \geq 0 \mid \sqrt{\mathbf{u}^T \mathbf{u}} = 3, \mathbf{v}_j^T \mathbf{v}_j \leq 1,$$

$$[0066] \quad \alpha_7 = \min_{(\mathbf{u}, \mathbf{v})} g_7((x_2 x_3 x_7^4)/1.925x_5^3 - 1.0) \geq 0 \mid \sqrt{\mathbf{u}^T \mathbf{u}} = 3, \mathbf{v}_j^T \mathbf{v}_j \leq 1,$$

$$[0067] \quad \alpha_8 = \min_{(\mathbf{u}, \mathbf{v})} g_8(110x_6^3 / \sqrt{(\frac{745x_4}{x_2 x_3})^2 + 1.691 \times 10^7} - 1.0) \geq 0 \mid \sqrt{\mathbf{u}^T \mathbf{u}} = 3, \mathbf{v}_j^T \mathbf{v}_j \leq 1,$$

$$[0068] \quad \alpha_9 = \min_{(\mathbf{u}, \mathbf{v})} g_9(85x_7^3 / \sqrt{(\frac{745x_5}{x_2 x_3})^2 + 1.575 \times 10^8} - 1.0) \geq 0 \mid \sqrt{\mathbf{u}^T \mathbf{u}} = 3, \mathbf{v}_j^T \mathbf{v}_j \leq 1,$$

$$[0069] \quad \alpha_{10} = \min_{(\mathbf{u}, \mathbf{v})} g_{10}(-y_1 + x_4/(1.5x_6 + 1.9) - 1.0) \geq 0 \mid \sqrt{\mathbf{u}^T \mathbf{u}} = 3, \mathbf{v}_j^T \mathbf{v}_j \leq 1,$$

$$[0070] \quad \alpha_{11} = \min_{(\mathbf{u}, \mathbf{v})} g_{10}(x_5/(1.1x_7 + 1.9) - 1.0) \geq 0 \mid \sqrt{\mathbf{u}^T \mathbf{u}} = 3, \mathbf{v}_j^T \mathbf{v}_j \leq 1.$$

[0071] 四、序列化的齿轮传动多学科可靠性分析方法。

[0072] 根据分析可知,齿轮传动的极限状态函数包含两类,一类是只包含随机不确定性变量极限状态函数,该类函数只需对其进行概率可靠性分析;另一类是同时包含随机不确

定性和认知不确定性变量的极限状态函数,该类函数既需要对其进行概率可靠性分析也需要进行凸模型极值分析,下面对其分别展开阐述:

[0073] 1、随机不确定性和认知不确定性的初始化: $x = [3.0, 0.75, 23, 7.8, 7.8, 3.4, 5.25]$ 。

[0074] 2、对仅含有随机不确定性变量的极限状态函数  $\alpha_1 \sim \alpha_5, \alpha_7, \alpha_9$  和  $\alpha_{11}$  进行概率可靠性分析:

[0075] (1) 将耦合状态函数联立方程组,进行多学科分析。

$$[0076] \quad \begin{cases} y_1 = 3.5y_1x_3 + x_1 + x_3 + \frac{x_2y_2}{2} \\ y_2 = 0.6x_4y_2 + x_6 + x_5 + \frac{0.6x_7}{y_1} - 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y_1 = 3.5y_1 * 23 + 3.0 + 23 + \frac{0.75y_2}{2} \\ y_2 = 0.6 * 7.8y_2 + 3.4 + 7.8 + \frac{0.6 * 5.25}{y_1} - 3 \end{cases}$$

[0077] 可求得: $y_1 = -0.3288, y_2 = 0.3750$ 。

[0078] (2) 基于全局灵敏度方程进行系统灵敏度分析。

$$[0079] \quad \begin{bmatrix} I & -\frac{\partial y_1}{\partial y_2} \\ -\frac{\partial y_2}{\partial y_1} & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{dy_1}{dx_i} \\ \frac{dy_2}{dx_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial y_1}{dx_i} \\ \frac{\partial y_2}{dx_i} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} I & -\frac{x_2}{2} \\ \frac{0.6x_7}{y_1^2} & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{dy_1}{dx_i} \\ \frac{dy_2}{dx_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial y_1}{dx_i} \\ \frac{\partial y_2}{dx_i} \end{bmatrix} \quad (9)$$

[0080] 求出  $dy/dx_i$  后,齿轮传动可靠性分析中的概率约束条件,其极限状态函数  $g$  关于第  $i$  个随机设计变量  $x_i$  的梯度信息  $dg/dx_i$ ,就可以通过式 (10) 获得:

$$[0081] \quad \frac{dg}{dx_i} = \frac{\partial g}{\partial x_i} + \frac{\partial g}{\partial y_1} \frac{dy_1}{dx_i} + \frac{\partial g}{\partial y_2} \frac{dy_2}{dx_i} \quad (10)$$

[0082] (3) 基于改进的高等均值法 (MAMV) 进行最可能失效点搜索,进行可靠性分析。

[0083] 极限状态函数  $\alpha_1 \sim \alpha_5, \alpha_7, \alpha_9$  和  $\alpha_{11}$  的函数值及对应的最可能失效点如表 1 所示。可以看出,齿轮传动的  $\alpha_3$  和  $\alpha_9$  极限状态函数值小于零,不满足可靠性要求,  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_7$  和  $\alpha_{11}$  极限状态函数均大于零,满足可靠性要求。

[0084] 表 1  $\alpha_1 \sim \alpha_5, \alpha_7, \alpha_9$  和  $\alpha_{11}$  的概率可靠性分析结果

[0085]

极限状态 函数值	最可能失效点(MPP 点)				
	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_5$	$x_7$
$\alpha_1=0.4915$	2.9916	0.6755	22.9989	7.8000	5.2500
$\alpha_2=0.4414$	2.9916	0.6755	22.9978	7.8000	5.2500
$\alpha_3=-0.2752$	2.9801	0.8223	23.0000	7.8000	5.2500
$\alpha_4=1.6925$	3.0164	0.6768	23.0000	7.8000	5.2500
$\alpha_5=1.1079$	3.0000	0.8250	23.0027	7.8000	5.2500
$\alpha_7=11.6888$	3.0000	0.6854	22.9981	7.8170	5.2160
$\alpha_9=-0.0617$	3.0000	0.7499	23.0000	7.8000	5.1750
$\alpha_{11}=0.0017$	3.0000	0.7500	23.0000	7.7496	5.3055

[0086] 3、对含有随机和认知不确定性的齿轮传动极限状态函数  $\alpha_6$ ,  $\alpha_8$  和  $\alpha_{10}$  进行可靠性分析。

[0087] 极限状态函数  $g_6$  和  $g_8$  同时包括随机不确定性变量和认知不确定性变量,故需要进行概率可靠性分析和凸模型极值分析;极限状态函数  $g_{10}$  只含有认知不确定性,故只需进行凸模型极值分析。极限状态函数的模型如式 (11) 所示。

$$[0088] \quad \begin{cases} \alpha_6 = \min_{(U,V)} g_6((x_2 x_3 x_6^4)/1.925 x_4^3 - 1.0) \geq 0 \mid \sqrt{\mathbf{u}^T \mathbf{u}} = 3, \mathbf{v}_j^T \mathbf{v}_j \leq 1 \\ \alpha_8 = \min_{(U,V)} g_8(110 x_6^3 / \sqrt{\frac{745 x_4^2}{x_2 x_3} + 1.691 \times 10^7} - 1.0) \geq 0 \mid \sqrt{\mathbf{u}^T \mathbf{u}} = 3, \mathbf{v}_j^T \mathbf{v}_j \leq 1 \\ \alpha_{10} = \min_{(U,V)} g_{10}(-y_1 + x_4 / (1.5 x_6 + 1.9) - 1.0) \geq 0 \mid \sqrt{\mathbf{u}^T \mathbf{u}} = 3, \mathbf{v}_j^T \mathbf{v}_j \leq 1 \end{cases} \quad (11)$$

[0089] 这里以  $g_6$  为例对可靠性分析过程进行详细阐述,极限状态函数  $g_8$  和  $g_{10}$  的可靠性分析过程同  $g_6$ ,具体步骤如下:

[0090] (1) 固定  $x_4$  和  $x_6$  为  $x_4 = 7.8$ ,  $x_6 = 3.4$ ;

[0091] (2) 概率可靠性分析,多学科分析与灵敏度分析同步骤 4,经过概率可靠性分析之后随机变量  $x_2$  和  $x_3$  分别为 0.6750、22.9978;

[0092] (3) 固定  $x_2 = 0.6750$  和  $x_3 = 22.9978$ ,根据特征矩阵  $\mathbf{W} = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  以及参数不确定

性程度  $\varepsilon = 0.01$  将  $x_4$  和  $x_6$  转换为  $v$  空间的变量,因此有:  $x_4 = \frac{v_4}{2} + 7.8$  和  $x_6 = v_6 + 3.4$ ,采用拉格朗日乘子法对  $\alpha_6$  进行重新构造函数为:

$$[0093] \quad \alpha_6 = \min_{(U,V)} g_6((0.6750 * 22.9978 * (v_6 + 3.4)^4) / (1.925 * (\frac{v_4}{2} + 7.8)^3 - 1.0 + \lambda(v_4^2 + v_6^2 - 1.0))。$$

[0094] (4) 采用 Karush-Kuhn-Tucker (KKT) 条件分别对  $\lambda$ 、 $v_4$  和  $v_6$  求导并令其为零;即有:

$$[0095] \quad \begin{cases} \frac{\partial \alpha_6}{\partial v_4} = \frac{\partial g_6}{\partial v_4} = -193.5408 * \frac{(v_6 + 3.4)^4}{(v_4 + 15.6)^4} + 2\lambda * v_4 = 0 \\ \frac{\partial \alpha_6}{\partial v_6} = \frac{\partial g_6}{\partial v_6} = -258.0544 * \frac{(v_6 + 3.4)^3}{(v_4 + 15.6)^3} + 2\lambda * v_6 = 0 \\ \frac{\partial \alpha_6}{\partial \lambda} = \frac{\partial g_6}{\partial \lambda} = v_4^2 + v_6^2 - 1.0 = 0 \end{cases}$$

[0096] (5) 基于上述分析结果可求  $\alpha_6$  的极值为 [1.1816, 1.3631]。

[0097] 可见齿轮传动的极限状态函数  $\alpha_6$  的极小值大于零, 满足可靠性设计要求。

[0098] 同理, 可求得齿轮传动的极限状态函数  $\alpha_8$  和  $\alpha_{10}$  的取值范围分别为: [0.0166, 0.0781]、[-0.2063, -0.2226]。可见齿轮传动的极限状态函数  $\alpha_8$  的极小值大于零, 满足可靠性设计要求, 而极限状态函数  $\alpha_8$  的极小值小于零, 不满足可靠性设计要求。

[0099] 4、针对以上结果, 采取合理措施提高齿轮传动的可靠性。

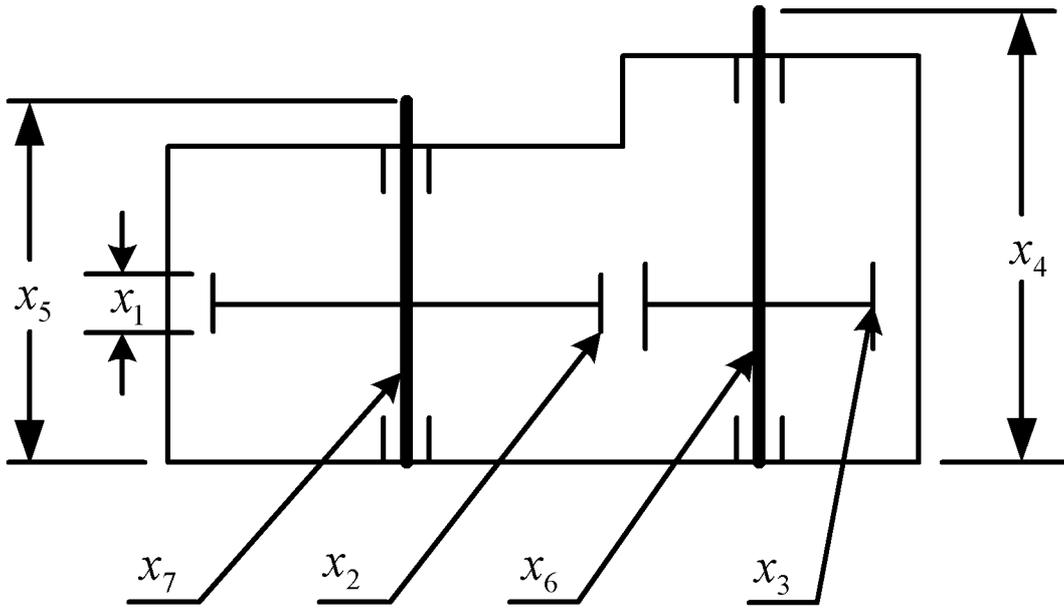


图 1

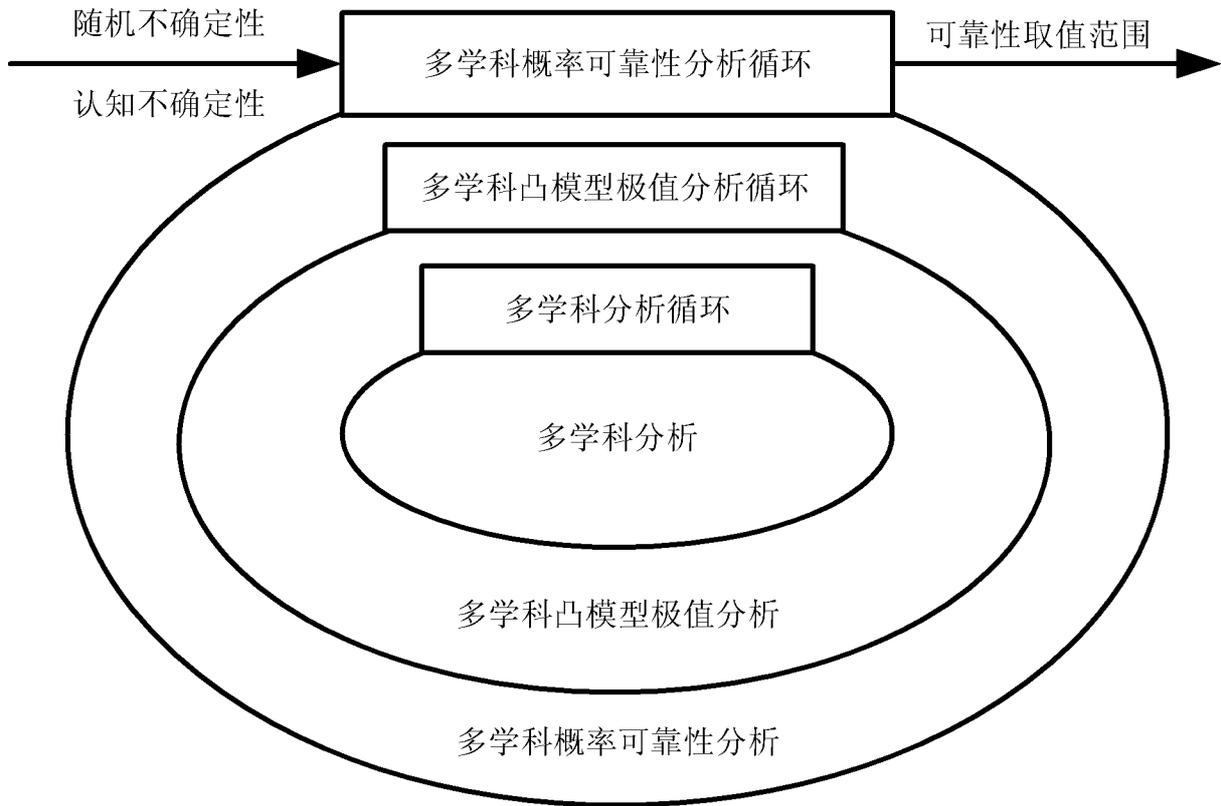


图 2

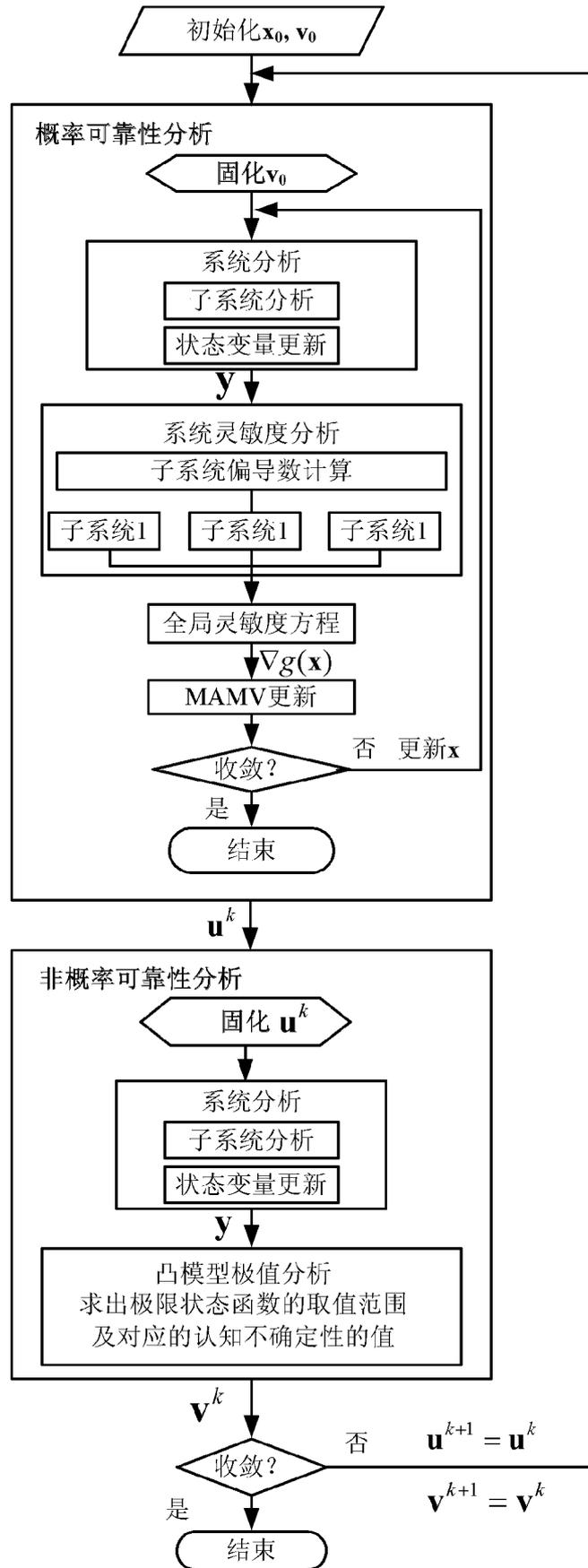


图 3