



(12) 发明专利

(10) 授权公告号 CN 103529856 B

(45) 授权公告日 2016. 04. 13

(21) 申请号 201310378654. 3

(22) 申请日 2013. 08. 27

(73) 专利权人 浙江工业大学

地址 310014 浙江省杭州市下城区潮王路  
18号

(72) 发明人 高峰

(74) 专利代理机构 杭州天正专利事务所有限公  
司 33201

代理人 王兵 黄美娟

(51) Int. Cl.

G05D 3/12(2006. 01)

G05B 13/04(2006. 01)

(56) 对比文件

CN 102848388 A, 2013. 01. 02,

CN 102692873 A, 2012. 09. 26,

US 2005143860 A1, 2005. 06. 30,

US 4831547 A, 1989. 05. 16,

CN 102902271 A, 2013. 01. 30,

熊国辉等. 一种特殊 6R 机器人的位置反解. 《机械工程与自动化》. 2006, (第 4 期), 第 89-91 页.

刘好明. 6R 关节型机器人轨迹规划算法研究及仿真. 《中国优秀硕士学位论文全文数据库 信息科技辑》. 2009, (第 1 期), 正文第 9-13 页, 第 2 章第 2. 1 节.

张媛媛. 5R 关节型机械手机构分析与控制仿真的研究. 《中国优秀硕士学位论文全文数据库 信息科技辑》. 2015, (第 7 期), 第 12-21 页, 第 23-37 页, 第 3 章第 3. 2 节, 第 4 章第 4. 1-4. 2 节.

审查员 杜晓强

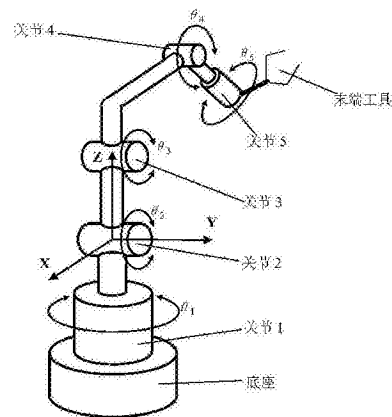
权利要求书3页 说明书7页 附图2页

(54) 发明名称

5 旋转关节机器人末端工具位姿控制方法

(57) 摘要

5 旋转关节机器人末端工具位置和姿态控制方法, 将 5R 机器人看做是 6R (6 旋转关节) 机器人的特例, 对于任意给定的末端执行器姿态和工作点位置, 在工作点位置不变的前提下, 借助本发明中的方法, 找到某个相应的新的末端工具姿态, 使这一 6R 机器人能满足某个腕关节的转动角度始终为 0, 即相当于使 6R 机器人退化为 5R 机器人。以这一新的末端工具姿态和原工作点位置不变为条件, 借助 6R 机器人成熟的逆运动学计算方法, 计算出各关节角度所需要的值, 并将这些值用于 5R 机器人各关节的控制。这样得到的 5R 机器人末端工具位置和姿态, 避免了在任意给定机器人末端工具姿态和其工作点位置的情况下, 5R 机器人往往不存在逆运动学解而无法控制的缺点。



1.5 旋转关节机器人末端工具位姿控制方法,其特征在于:将5旋转关节机器人看做是具有表1所示D-H参数的6旋转关节机器人中令关节6角度 $\theta_6$ 固定为0的特例,在其直角坐标工作空间内任意给定末端工具工作点位置 $(p_x, p_y, p_z)$ 和姿态角 $(\alpha, \beta, \gamma)$ ;

表1:6关节机器人的D-H参数表

连杆号 i	关节角 $\theta_i$	$a_{i-1}$	$a_{i-1}$	$d_i$
1	$\theta_1$	0	0	0
2	$\theta_2$	$-90^\circ$	0	0
3	$\theta_3$	0	$a_2$	0
4	$\theta_4$	$-90^\circ$	$a_3$	$d_4$
5	$\theta_5$	$90^\circ$	0	0
6	$\theta_6$	$-90^\circ$	0	0

根据机器人学,表1中的D-H参数含义如下:

$\theta_i$ ——关节 i 的转角,  $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ ;

$\alpha_{i-1}$ ——关节 i-1 的轴线和关节 i 的轴线之间的夹角,  $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ , 定义  $\alpha_0$  为 0;

$a_{i-1}$ ——关节 i-1 的轴线和关节 i 的轴线之间的公垂线长度,  $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ , 定义  $a_0$  为 0;

$d_i$ ——定义关节 i-1 的轴线和关节 i 的轴线之间的公垂线为  $A_{i-1}$ , 则两个相邻的公垂线  $A_{i-1}$  与  $A_i$  之间的距离定义为  $d_i$ ,  $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ , 定义  $d_0$  为 0; 这种 5 旋转关节机器人的各关节角度的控制值计算过程如下:

步骤 (1) 根据任意给定的机器人末端工具工作点位置  $(p_x, p_y, p_z)$  和姿态角  $(\alpha, \beta, \gamma)$ , 按照已知的机器人领域中的坐标变换公式其位姿矩阵 T 可按下式算出:

$$T = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & p_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & p_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_\alpha c_\beta & c_\alpha s_\beta s_\gamma - s_\alpha c_\gamma & c_\alpha s_\beta c_\gamma + s_\alpha s_\gamma & p_x \\ s_\alpha c_\beta & s_\alpha s_\beta s_\gamma + c_\alpha c_\gamma & s_\alpha s_\beta c_\gamma - c_\alpha s_\gamma & p_y \\ -s_\beta & c_\beta s_\gamma & c_\beta c_\gamma & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中:  $\gamma, \beta, \alpha$  ——机器人末端工具分别为绕固连于机器人底座的直角固定坐标轴 X、Y、Z 旋转的末端工具方位角;

$p_x, p_y, p_z$  ——机器人末端工具工作点在 X、Y、Z 轴上的坐标值;

$c_\alpha, c_\beta, c_\gamma$  ——分别代表  $\alpha, \beta, \gamma$  的余弦;

$s_\alpha, s_\beta, s_\gamma$  ——分别代表  $\alpha, \beta, \gamma$  的正弦;

步骤 (2) 求出 T 后, 根据已知的 6 旋转关节机器人逆运动学公式计算 6 旋转关节机器人关节角度  $\theta_1, \theta_2, \theta_3$  如下:

$$\begin{cases} \theta_1 = \text{atan}(p_y / p_x) \\ \theta_3 = \text{atan}(a_3 / d_4) - \text{atan}\left(\frac{K}{\sqrt{a_3^2 + d_4^2 - K^2}}\right) \\ \theta_2 = \text{atan}(t_1 / t_2) - \theta_3 \end{cases} \quad (2)$$

式中

atan——反正切函数；

式(2)中的其他参数见下式：

$$\begin{cases} K = \frac{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2 - a_2^2 - a_3^2 - d_4^2}{2a_2} \\ t_1 = (c_1 p_x + s_1 p_y)(a_2 s_3 - d_4) - (a_3 + a_2 c_3) p_z \\ t_2 = (a_2 s_3 - d_4) p_z + (a_3 + a_2 c_3)(c_1 p_x + s_1 p_y) \end{cases} \quad (3)$$

式中  $s_i$ 、 $c_i$ ——分别代表  $\sin(\theta_i)$ 、 $\cos(\theta_i)$ ， $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ ；

步骤(3)根据上一步骤计算出的  $\theta_1$  和步骤(1)给出的  $\alpha$ 、 $\beta$ ，按下式求解修正后的姿态角  $\gamma'$  为：

$$\gamma' = \text{atan}\left(\frac{s_\alpha s_\beta - c_\alpha s_\beta \tan \theta_1}{c_\alpha + s_\alpha \tan \theta_1}\right) \quad (4)$$

式中： $s_{ij}$ 、 $c_{ij}$ ——分别代表  $\sin(\theta_i + \theta_j)$ 、 $\cos(\theta_i + \theta_j)$ ， $i, j = 1, 2, 3, 4, 5, 6$

步骤(4)用求出的  $\gamma'$ ，与给定的  $(p_x, p_y, p_z)$  和姿态角  $\alpha$ 、 $\beta$  组成新的位姿  $(\alpha, \beta, \gamma, p_x, p_y, p_z)$ ，这是使6旋转关节机器人中关节角  $\theta_4$  等于0的位姿；

步骤(5)根据新的位姿参数  $(\alpha, \beta, \gamma, p_x, p_y, p_z)$ ，按照下式重新计算机器人位姿矩阵  $T'$ ：

$$T' = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12}' & r_{13}' & p_x \\ r_{21} & r_{22}' & r_{23}' & p_y \\ r_{31} & r_{32}' & r_{33}' & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_\alpha c_\beta & c_\alpha s_\beta s_{\gamma'} - s_\alpha c_{\gamma'} & c_\alpha s_\beta c_{\gamma'} + s_\alpha s_{\gamma'} & p_x \\ s_\alpha c_\beta & s_\alpha s_\beta s_{\gamma'} + c_\alpha c_{\gamma'} & s_\alpha s_\beta c_{\gamma'} - c_\alpha s_{\gamma'} & p_y \\ -s_\beta & c_\beta s_{\gamma'} & c_\beta c_{\gamma'} & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

式中，由于位姿矩阵元素  $r_{11}$ 、 $r_{21}$ 、 $r_{31}$  只和姿态角  $\alpha$ 、 $\beta$  相关，因此在  $\alpha$ 、 $\beta$  确定的前提下可计算  $r_{11}$ 、 $r_{21}$ 、 $r_{31}$ ，见式(1)；

步骤(6)根据上面得出的  $T'$ ，利用6旋转关节机器人逆运动学公式，按下式计算相应的关节角  $\theta_5$ 、 $\theta_6$  的正弦值和余弦值：

$$\begin{cases} s_5 = r_{33}' s_{23} c_4 - r_{13}' (c_1 c_{23} c_4 + s_1 s_4) - r_{23}' (s_1 c_{23} c_4 - c_1 s_4) \\ c_5 = -r_{13}' c_1 s_{23} - r_{23}' s_1 s_{23} - r_{33}' c_{23} \\ s_6 = r_{31}' s_{23} s_4 - r_{11}' (c_1 c_{23} s_4 - s_1 c_4) - r_{21}' (s_1 c_{23} s_4 + c_1 c_4) \\ c_6 = r_{11}' ((c_1 c_{23} c_4 + s_1 s_4) c_5 - c_1 s_{23} s_5) + r_{21}' ((s_1 c_{23} c_4 - c_1 s_4) c_5 - s_1 s_{23} s_5) \\ \quad - r_{31}' (s_{23} c_4 c_5 + c_{23} s_5) \end{cases} \quad (6)$$

步骤(7)在由步骤(2)求出  $\theta_1$  的条件下，进而用下式求出关节角  $\theta_4$ 、 $\theta_5$ 、 $\theta_6$ ：

$$\begin{cases} \theta_4 = \text{atan}\left(\frac{r_{23}^{-1}c_1 - r_{13}^{-1}s_1}{r_{33}^{-1}s_{23} - r_{13}^{-1}c_1c_{23} - r_{23}^{-1}s_1c_{23}}\right) \\ \theta_5 = \text{atan}(s_5/c_5) \\ \theta_6 = \text{atan}(s_6/c_6) \end{cases} \quad (7)$$

其中  $\theta_4$  的计算结果将始终为 0；

步骤 (8) 将上面步骤 (2)、步骤 (7) 计算出的  $\theta_1$ 、 $\theta_2$ 、 $\theta_3$ 、 $\theta_5$ 、 $\theta_6$  作为目标值, 分别应用于 5 旋转关节机器人关节 1 ~ 关节 5 的角度控制, 得到的末端工具姿态和位置即为  $(\alpha, \beta, \gamma, p_x, p_y, p_z)$ , 与初始给定的 5 旋转关节机器人末端工具姿态和位置  $(\alpha, \beta, \gamma, p_x, p_y, p_z)$  相比, 工作点位置  $(p_x, p_y, p_z)$  没有变化, 工作姿态中只有  $\gamma$  角发生了变化。

## 5 旋转关节机器人末端工具位姿控制方法

### (一) 技术领域

[0001] 本发明涉及的是 5R(5 旋转关节) 机器人末端工具在直角坐标工作空间中的位姿控制方法,适用于快速、精确地实现 5R 机器人的轨迹规划及控制。

### (二) 背景技术

[0002] 在工业应用中,5R(5 旋转关节) 机器人具有结构简单、成本低的优点,而且具有 5 个独立自由度,因此能满足很多场合的应用,如焊接、喷涂、下料等。与 5 旋转关节机器人相比,6R(6 旋转关节) 机器人因为具有六个旋转关节,因而在其直角工作空间内能使其末端工具达到任意的六自由度方位,为其直角工作空间内的轨迹规划带来了很大方便。根据已有的研究成果,只要 6 旋转关节机器人能满足 Piper 准则,即有三个相邻的关节其轴线相交于一点,包括三个相邻关节的轴线平行(相当于在无穷远处相交于一点),对任意给定的末端工具的位置和姿态都有对应的逆运动学解。相比之下,5 旋转关节机器人由于少一个自由度而不能使其末端工具达到其直角坐标工作空间内的任意方位,给其直角坐标空间内的逆运动学计算和轨迹规划带来了困难。曾经有国内外学者用螺旋理论推导了 5 旋转关节机器人逆运动学解析解的框架,也有针对早期的 5 自由度 MOTOMAN 机器人给出了用几何方法推导了其逆运动学解的思路,也有的用代数方法对 5 旋转关节机器人逆运动学解析解进行了研究。以上这些方法都从理论上推导了求解一般 5 旋转关节机器人逆解的存在,但并没有进一步给出能用于其轨迹规划的更详细、实用的求解方法。5 旋转关节机器人逆运动学计算的难点在于,由于 5 旋转关节机器人末端工具不能实现任意姿态和位置,当任意给定 5 旋转关节机器人末端工具目标工作点位置和目标姿态时,5 旋转关节机器人的逆运动学往往无解。这就严重限制了 5 旋转关节机器人在实际生产中的应用,尤其是在其直角坐标工作空间的轨迹规划中。由于 6 旋转关节机器人不存在这样的问题,因此目前国内外成熟的轨迹规划方法都是针对 6 旋转关节机器人的,所规划出的轨迹往往都是以离散的位置和姿态的形式出现,这些位置和姿态在直角坐标空间中具有一般性和任意性,因此轨迹上很多中间点的位置和姿态对于只有 5 个自由度的 5 旋转关节机器人来讲难以达到。

[0003] 要解决这一问题,5 旋转关节机器人的逆运动学计算及轨迹规划都应在其可达的直角坐标空间内进行,使其末端工具的位置和姿态都能由 5 旋转关节机器人实现。考虑到 5 旋转关节机器人末端工具在笛卡尔空间内的可达位姿空间是 6 旋转关节机器人可达位姿空间的一个子集,因此可以将 5 旋转关节机器人末端工具位姿看做是 6 旋转关节机器人位姿的特例,只要找到将 6 旋转关节机器人位姿映射到 5 旋转关节机器人位姿的方法即可。因此 5 旋转关节机器人的逆运动学问题可以描述为:在其工作的直角坐标空间中任意给定末端工具的工作点位置和工作姿态,找到一种控制方法,在保证末端工具工作点位置不变的前提下,将这一给定的工作姿态映射为 5 旋转关节机器人能达到的工作姿态,根据这一能达到的姿态和给定的工作点位置再进一步求出 5 旋转关节机器人各关节角的值。

[0004] 如果能找到这种 5 旋转关节机器人的控制方法,就能充分利用 6 旋转关节机器人成熟的轨迹规划方法,将 6 旋转关节机器人轨迹规划中得到的具有任意性的末端工具位置

和姿态快速准确地转变为 5 旋转关节机器人能实现的轨迹。由于 5 旋转关节机器人比 6 旋转关节机器人少一个关节,成本可以大幅度下降,同时又能完成绝大多数 6 旋转关节机器人能完成的功能,因此这种末端工具的姿态控制方法具有很好的实用价值。

### (三) 发明内容

[0005] 为了克服在任意给定末端工具目标姿态和目标工作点位置的情况下 5 旋转关节机器人却往往不存在逆运动学解或不能实现这一目标位置和姿态的缺点,本发明提供了这样的关节角控制方法,能将任意给定的机器人末端工具姿态映射为 5 旋转关节机器人能达到的姿态,同时保证末端工具工作点位置不变。

[0006] 本发明解决其技术问题所采用的技术方案是:

[0007] 5R(5 旋转关节) 机器人末端工具位置和姿态控制方法,针对的是图 1 所示的 5 旋转关节机器人。这种形式的机器人可以看做是图 2 所示的 6 旋转关节机器人的特例。在图 2 中,将机器人关节 4 固定则构成了图 1 的构形。在这种控制方法中,由图 1 所示 5 旋转关节机器人转换来的 6 旋转关节机器人(图 2 所示)被处理成具有表 1 所示的 D-H 参数,本控制方法即是以这种 6 自由度机器人为基础加以实现。

[0008] 表 1 :6 旋转关节机器人的 D-H 参数表

[0009]

关节号 i	关节角 $\theta_i$	$\alpha_{i-1}$	$a_{i-1}$	$d_i$
1	$\theta_1$	0	0	0
2	$\theta_2$	$-90^\circ$	0	0
3	$\theta_3$	0	$a_2$	0
4	$\theta_4$	$-90^\circ$	$a_3$	$d_4$
5	$\theta_5$	$90^\circ$	0	0
6	$\theta_6$	$-90^\circ$	0	0

[0010] 根据机器人学,表 1 中的 D-H 参数含义如下:

[0011]  $\theta_i$ ——关节 i 的转角,  $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ , 见图 1、图 2;

[0012]  $\alpha_{i-1}$ ——关节 i-1 的轴线和关节 i 的轴线之间的夹角,  $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ , 通常定义  $\alpha_0$  为 0;

[0013]  $a_{i-1}$ ——关节 i-1 的轴线和关节 i 的轴线之间的公垂线长度,  $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ , 通常定义  $a_0$  为 0;

[0014]  $d_i$ ——定义关节 i-1 的轴线和关节 i 的轴线之间的公垂线为  $A_{i-1}$ , 则两个相邻的公垂线  $A_{i-1}$  与  $A_i$  之间的距离定义为  $d_i$ ,  $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ , 通常定义  $d_0$  为 0。

[0015] 本发明的思路是,对于由图 1 所示 5 旋转关节机器人转换来的具有图 2 所示结构并具有表 1 所示 D-H 参数的 6 旋转关节机器人,在其工作空间内,任意给定末端工具的姿态和工作点位置,在工作点位置不变的前提下,如果能找到某个对应的新姿态,使这一 6 旋转关节机器人关节 4 的角度始终保持为 0,也就相当于将关节 4 固定而使 6 旋转关节机器人退化为 5 旋转关节机器人,则这一新的姿态可以作为图 1 所示的 5 旋转关节机器人能实现的姿态,同时保持工作点位置不变。在此基础上,进一步求出 5 旋转关节机器人所对应的各关

节角度并加以控制,从而实现末端工具位置和这一新姿态的控制。

[0016] 因此,5 旋转关节机器人末端工具在笛卡尔空间中的可达位置和姿态可用 6 旋转关节机器人定义如下:在 6 旋转关节机器人可达姿态空间中,使某一腕关节转角始终保持不变的那些末端工具的位置姿态。

[0017] 在描述 5 旋转关节机器人末端工具的位姿控制方法之前,首先约定机器人末端工具姿态描述坐标为 X-Y-Z 固定直角坐标系,末端工具绕坐标轴 X、Y、Z 旋转的方位角分别用  $\gamma$ 、 $\beta$ 、 $\alpha$  表示。

[0018] 对于图 1 所示的 5 旋转关节机器人,任意给定其末端工具的工作点位置和姿态,按照以下步骤来控制其 5 个关节角度,就能保证其末端工具工作点位置不变,而姿态却是图 1 所示 5 旋转关节机器人完全能实现的。

[0019] (1) 首先将图 1 所示的 5 旋转关节机器人处理成具有表 2 所示 D-H 参数的 6 旋转关节机器人(图 2 所示)。任意给定末端工具工作点位置  $(p_x, p_y, p_z)$  和姿态角  $(\alpha, \beta, \gamma)$ , 根据机器人领域中常见的坐标变换公式,则末端工具的位姿矩阵 T 可按下式算出:

$$[0020] \quad T = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & p_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & p_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_\alpha c_\beta & c_\alpha s_\beta s_\gamma - s_\alpha c_\gamma & c_\alpha s_\beta c_\gamma + s_\alpha s_\gamma & p_x \\ s_\alpha c_\beta & s_\alpha s_\beta s_\gamma + c_\alpha c_\gamma & s_\alpha s_\beta c_\gamma - c_\alpha s_\gamma & p_y \\ -s_\beta & c_\beta s_\gamma & c_\beta c_\gamma & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

[0021] 式中: $c_\alpha$ 、 $c_\beta$ 、 $c_\gamma$ ——分别代表  $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\gamma$  的余弦;

[0022]  $s_\alpha$ 、 $s_\beta$ 、 $s_\gamma$ ——分别代表  $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\gamma$  的正弦。

[0023] 在表 1 所示的 D-H 参数下,工作点位置  $(p_x, p_y, p_z)$  位于图 2 所示 6 旋转关节机器人的关节 4、关节 5 和关节 6 轴线相交的地方,其所处的直角坐标系原点位于 6 旋转关节机器人的关节 1、关节 2 轴线相交的地方,如图 2 所示。

[0024] (2) 得到末端工具的位姿矩阵 T 后,根据已知的 6 旋转关节机器人逆运动学公式,机器人关节角度  $\theta_1$ 、 $\theta_2$ 、 $\theta_3$  可按下式计算,而  $\theta_4$ 、 $\theta_5$ 、 $\theta_6$  则另式计算:

$$[0025] \quad \begin{cases} \theta_1 = \text{atan}(p_y / p_x) \\ \theta_3 = \text{atan}(a_3 / d_4) - \text{atan}\left(\frac{K}{\sqrt{a_3^2 + d_4^2 - K^2}}\right) \\ \theta_2 = \text{atan}(t_1 / t_2) - \theta_3 \\ \theta_4 = \text{atan}\left(\frac{r_{23}c_1 - r_{13}s_1}{r_{33}s_{23} - r_{13}c_1c_{23} - r_{23}s_1c_{23}}\right) \\ \theta_5 = \text{atan}(s_5 / c_5) \\ \theta_6 = \text{atan}(s_6 / c_6) \end{cases} \quad (2)$$

[0026] 式中

[0027]  $s_{ij}$ 、 $c_{ij}$ ——分别代表  $\sin(\theta_i + \theta_j)$ 、 $\cos(\theta_i + \theta_j)$ ,  $i, j = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ ;

[0028]  $r_{ij}$ ——机器人末端工具的位姿矩阵元素,  $i, j = 1, 2, 3$ , 见式 (1);

[0029]  $p_x, p_y, p_z$ ——末端工具工作点位置坐标,见式 (1);

[0030] atan——反正切函数。

[0031] 式 (2) 中的其他参数见下式:

$$\begin{cases}
 K = \frac{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2 - a_2^2 - a_3^2 - d_4^2}{2a_2} \\
 t_1 = (c_1 p_x + s_1 p_y)(a_2 s_3 - d_4) - (a_3 + a_2 c_3) p_z \\
 t_2 = (a_2 s_3 - d_4) p_z + (a_3 + a_2 c_3)(c_1 p_x + s_1 p_y) \\
 s_5 = r_{33} s_{23} c_4 - r_{13}(c_1 c_{23} c_4 + s_1 s_4) - r_{23}(s_1 c_{23} c_4 - c_1 s_4) \\
 c_5 = -r_{13} c_1 s_{23} - r_{23} s_1 s_{23} - r_{33} c_{23} \\
 s_6 = r_{31} s_{23} s_4 - r_{11}(c_1 c_{23} s_4 - s_1 c_4) - r_{21}(s_1 c_{23} s_4 + c_1 c_4) \\
 c_6 = r_{11}((c_1 c_{23} c_4 + s_1 s_4) c_5 - c_1 s_{23} s_5) + r_{21}((s_1 c_{23} c_4 - c_1 s_4) c_5 - s_1 s_{23} s_5) \\
 \quad - r_{31}(s_{23} c_4 c_5 + c_{23} s_5)
 \end{cases} \quad (3)$$

[0033] 式中,  $s_i$ 、 $c_i$ ——分别代表  $\sin(\theta_i)$ 、 $\cos(\theta_i)$ ,  $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ ;

[0034] (3) 增加约束条件, 令图 2 所示 6 旋转关节机器人的  $\theta_4$  等于 0, 使 6 旋转关节机器人退化为图 1 所示的 5 旋转关节机器人, 根据式 (2) 则有如下关系成立:

$$[0035] \quad \theta_4 = \text{atan}\left(\frac{r_{23} c_1 - r_{13} s_1}{r_{33} s_{23} - r_{13} c_1 c_{23} - r_{23} s_1 c_{23}}\right) = 0 \quad (4)$$

[0036] 由此可得:

$$[0037] \quad r_{23} c_1 - r_{13} s_1 = 0 \quad (5)$$

[0038] (4) 根据增加的约束条件  $\theta_4$  等于 0, 将图 2 所示 6 旋转关节机器人末端工具的一般位姿 ( $\alpha, \beta, \gamma, p_x, p_y, p_z$ ) 修改为符合图 1 所示 5 旋转关节机器人能达到的位姿。具体做法是, 保持末端工具工作点位置 ( $p_x, p_y, p_z$ ) 和姿态方位角中的  $\alpha, \beta$  不变 (或按某种规则重新确定  $\alpha, \beta$ ), 对姿态方位角  $\gamma$  进行修正, 假设修正为  $\gamma'$ , 目的是保证机器人末端工具的位姿 ( $\alpha, \beta, \gamma', p_x, p_y, p_z$ ) 是图 1 所示的 5 旋转关节机器人所能达到的。求解  $\gamma'$  的步骤如下:

[0039] 首先, 由式 (1) 可知, T 中的姿态元素  $r_{13}$ 、 $r_{23}$ 、 $r_{33}$  和机器人末端工具的姿态角有如下关系:

$$[0040] \quad r_{13} = c_\alpha s_\beta c_\gamma + s_\alpha s_\gamma; r_{23} = s_\alpha s_\beta c_\gamma - c_\alpha s_\gamma; r_{33} = c_\beta c_\gamma \quad (6)$$

[0041] 式中:  $c_\alpha$ 、 $c_\beta$ 、 $c_\gamma$ ——分别代表  $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\gamma$  的余弦;

[0042]  $s_\alpha$ 、 $s_\beta$ 、 $s_\gamma$ ——分别代表  $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\gamma$  的正弦。

[0043] 在姿态角  $\alpha$ 、 $\beta$  确定的前提下, 将式 (6) 中的  $r_{13}$ 、 $r_{23}$  代入到式 (5) 中, 可以得到:

$$[0044] \quad (s_\alpha s_\beta c_\gamma - c_\alpha s_\gamma) c_1 - (c_\alpha s_\beta c_\gamma + s_\alpha s_\gamma) s_1 = 0 \quad (7)$$

[0045] 从中可以解出修正后的姿态角  $\gamma'$  为:

$$[0046] \quad \gamma' = \text{atan}\left(\frac{s_\alpha s_\beta - c_\alpha s_\beta \tan \theta_1}{c_\alpha + s_\alpha \tan \theta_1}\right) \quad (8)$$

[0047] 式中的  $\theta_1$  由式 (2) 计算出,  $\alpha$ 、 $\beta$  由步骤 1 中已知的姿态角给出。

[0048] (5) 求出  $\gamma'$  后, 构造新的末端工具位姿参数 ( $\alpha, \beta, \gamma', p_x, p_y, p_z$ ), 按照下式重新构造 5 旋转关节机器人可达位姿矩阵 T' :



$$[0049] \quad T' = \begin{bmatrix} r_{11}' & r_{12}' & r_{13}' & p_x \\ r_{21}' & r_{22}' & r_{23}' & p_y \\ r_{31}' & r_{32}' & r_{33}' & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_\alpha c_\beta & c_\alpha s_\beta s_{\gamma'} - s_\alpha c_{\gamma'} & c_\alpha s_\beta c_{\gamma'} + s_\alpha s_{\gamma'} & p_x \\ s_\alpha c_\beta & s_\alpha s_\beta s_{\gamma'} + c_\alpha c_{\gamma'} & s_\alpha s_\beta c_{\gamma'} - c_\alpha s_{\gamma'} & p_y \\ -s_\beta & c_\beta s_{\gamma'} & c_\beta c_{\gamma'} & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

[0050] 式中,由于  $r_{11}'$ 、 $r_{21}'$ 、 $r_{31}'$  只和  $\alpha$ 、 $\beta$  有关,如果  $\alpha$ 、 $\beta$  已知则可算出  $r_{11}'$ 、 $r_{21}'$ 、 $r_{31}'$ 。根据上面得出的  $T'$ ,利用式(3),可进一步求解相应的关节角  $\theta_5$ 、 $\theta_6$  的正弦和余弦表达式如下:

$$[0051] \quad \begin{cases} s_5 = r_{33}' s_{23} c_4 - r_{13}' (c_1 c_{23} c_4 + s_1 s_4) - r_{23}' (s_1 c_{23} c_4 - c_1 s_4) \\ c_5 = -r_{13}' c_1 s_{23} - r_{23}' s_1 s_{23} - r_{33}' c_{23} \\ s_6 = r_{31}' s_{23} s_4 - r_{11}' (c_1 c_{23} s_4 - s_1 c_4) - r_{21}' (s_1 c_{23} s_4 + c_1 c_4) \\ c_6 = r_{11}' ((c_1 c_{23} c_4 + s_1 s_4) c_5 - c_1 s_{23} s_5) + r_{21}' ((s_1 c_{23} c_4 - c_1 s_4) c_5 - s_1 s_{23} s_5) \\ \quad - r_{31}' (s_{23} c_4 c_5 + c_{23} s_5) \end{cases} \quad (10)$$

[0052] (6) 根据式(9)得出的  $T'$ 、步骤(2)求出的  $\theta_1$ 、 $\theta_2$ 、 $\theta_3$  和式(10)求解出的  $\theta_5$ 、 $\theta_6$  的正弦值和余弦值,按照式(2)进一步求出  $\theta_4$ 、 $\theta_5$ 、 $\theta_6$  如下:

$$[0053] \quad \begin{cases} \theta_4 = \text{atan}\left(\frac{r_{23}' c_1 - r_{13}' s_1}{r_{33}' s_{23} - r_{13}' c_1 c_{23} - r_{23}' s_1 c_{23}}\right) \\ \theta_5 = \text{atan}(s_5 / c_5) \\ \theta_6 = \text{atan}(s_6 / c_6) \end{cases} \quad (11)$$

[0054] 式中,所求出的  $\theta_4$  将始终为 0。

[0055] (7) 将式(2)中求出的  $\theta_1$ 、 $\theta_2$ 、 $\theta_3$  和式(11)中求出的  $\theta_5$ 、 $\theta_6$  分别作为图 1 所示 5 旋转关节机器人关节 1~关节 5 的控制目标,也就是将关节 1 控制为  $\theta_1$ ,将关节 2 控制为  $\theta_2$ ,将关节 3 控制为  $\theta_3$ ,将关节 4 控制为  $\theta_5$ ,将关节 5 控制为  $\theta_6$ ,此时末端工具的姿态和工作点位置则一定为  $(\alpha, \beta, \gamma', p_x, p_y, p_z)$ ,这是图 1 所示的 5 旋转关节机器人能实现的位置和姿态,与任意给定的姿态和工作点位置  $(\alpha, \beta, \gamma, p_x, p_y, p_z)$  相比,工作点位置不变,仍然为  $(p_x, p_y, p_z)$ ,姿态角中  $\alpha$ 、 $\beta$  不变,只有  $\gamma$  有所变化。

#### (四) 附图说明

[0056] 图 1 是适用于本发明的 5 旋转关节机器人结构原理图。

[0057] 图 2 是 6 旋转关节机器人结构原理图。

#### (五) 具体实施方式

[0058] 下面结合附图对本发明作进一步描述。

[0059] 针对图 1、图 2 所示的带有工具的机器人,其工具工作点  $(p_{\text{tool}x}, p_{\text{tool}y}, p_{\text{tool}z})$  往往不会位于腕中心点位置(例如图 1 所示关节 4、关节 5 轴线相交处,或图 2 所示关节 4、关节 5、关节 6 轴线相交处),而是位于腕中心点之外。本发明中实施例中,这个工作点在机器人最后一个关节坐标系中的位置转换矩阵需要设置为:

$$[0060] \quad T_7 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & d_x \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

[0061] 式中的  $d_x$  为工具工作点与腕中心点之间的距离, 而且工具工作点必须位于过腕中心点且垂直于关节 5 轴线的平面内, 这样可获得式 (12) 所表示的工作点转换矩阵。根据机器人运动学中坐标变换的原理, 工具位姿矩阵  $T_{tool}$  可表示为如下矩阵的乘积:

$$[0062] \quad T_{tool} = T \cdot T_7 = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & p_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & p_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & d_x \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$= \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & p_x + d_x r_{11} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & p_y + d_x r_{21} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & p_z + d_x r_{31} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & p_{toolx} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & p_{tooly} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & p_{toolz} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

[0063] 式中,  $T$  为式 (1) 所示位姿矩阵。

[0064] 通常在机器人应用中, 往往给出的是工具工作点的位置 ( $p_{toolx}, p_{tooly}, p_{toolz}$ ) 和姿态角 ( $\alpha, \beta, \gamma$ ), 根据机器人运动学, 组成的位姿矩阵  $T_{tool}$  可表示如下:

$$[0065] \quad T_{tool} = \begin{bmatrix} c_\alpha c_\beta & c_\alpha s_\beta s_\gamma - s_\alpha c_\gamma & c_\alpha s_\beta c_\gamma + s_\alpha s_\gamma & p_{toolx} \\ s_\alpha c_\beta & s_\alpha s_\beta s_\gamma + c_\alpha c_\gamma & s_\alpha s_\beta c_\gamma - c_\alpha s_\gamma & p_{tooly} \\ -s_\beta & c_\beta s_\gamma & c_\beta c_\gamma & p_{toolz} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & p_{toolx} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & p_{tooly} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & p_{toolz} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (14)$$

[0066] 根据上式给出的位姿矩阵  $T_{tool}$  和式 (13) 给出的关系, 可以得到式 (1) 中的位姿矩阵  $T$  与  $T_{tool}$  的关系如下:

$$[0067] \quad T = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & p_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & p_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & p_{toolx} - d_x r_{11} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & p_{tooly} - d_x r_{21} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & p_{toolz} - d_x r_{31} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (15)$$

[0068] 用式 (15) 得出  $T$  后, 就可以用式 (1) ~ 式 (11) 给出的过程求解图 1 所示 5 旋转关节机器人各关节角的控制值。从式 (15) 可以看出, 给定工作点坐标 ( $p_{toolx}, p_{tooly}, p_{toolz}$ ) 后, 根据式 (1)、式 (9) 或式 (14), 只要  $\alpha, \beta$  确定则可计算出  $r_{11}, r_{21}, r_{31}$ , 从而求出坐标 ( $p_x, p_y, p_z$ ), 这也是工作点在机器人最后一个关节坐标系中的位置转换矩阵需要设置为式 (12) 形式的原因。

## 实施例

[0069] 针对图 1 所示的带有末端工具的 5 旋转关节机器人, 任意给定末端工具工作点位置 ( $p_{toolx}, p_{tooly}, p_{toolz}$ ) 和姿态角 ( $\alpha, \beta, \gamma$ ), 按如下步骤求出其关节 1 ~ 关节 5 的目标角

度值或控制值：

[0070] (1) 首先将图 1 所示 5R 机器人结构处理成具有表 2 所示 D-H 参数的 6 旋转关节机器人 (图 2 所示) 结构, 工具工作点转换矩阵需要按式 (12) 进行设置。任意给定末端工具所期望的工作点位置  $(p_{toolx}, p_{tooly}, p_{toolz})$  和姿态角  $(\alpha, \beta, \gamma)$ , 用式 (14) 和式 (15) 得到式 (1) 所表示的  $T$ , 并计算出  $T$  中的工作点位置  $(p_x, p_y, p_z)$  ;

[0071] (2) 根据步骤 (1) 计算出的工作点位置  $(p_x, p_y, p_z)$ , 用式 (2)、式 (3) 计算出  $\theta_1$ 、 $\theta_2$ 、 $\theta_3$ ;

[0072] (3) 根据步骤 (2) 计算出的  $\theta_1$ , 以及步骤 (1) 给出的工具姿态角  $\alpha$ 、 $\beta$ , 用式 (8) 计算修正后的  $\gamma'$  ;

[0073] (4) 用求出的  $\gamma'$  与  $\alpha$ 、 $\beta$  一起组成新的姿态角  $(\alpha, \beta, \gamma')$ , 这是图 1 所示的 5 旋转关节机器人末端工具能实现的姿态角 ;

[0074] (5) 用新的工具姿态角  $(\alpha, \beta, \gamma')$  和步骤 (1) 中算出的  $(p_x, p_y, p_z)$ , 按照式 (9) 重新构造位姿矩阵  $T'$  ;

[0075] (6) 根据步骤 (5) 得出的位姿矩阵  $T'$  和步骤 (2) 计算出的  $\theta_1$ 、 $\theta_2$ 、 $\theta_3$ , 利用式 (11) 计算关节角  $\theta_4$ 、 $\theta_5$ 、 $\theta_6$ , 计算结果中的  $\theta_4$  将始终为 0。

[0076] (7) 将步骤 (2) 和步骤 (6) 得出的  $\theta_1$ 、 $\theta_2$ 、 $\theta_3$ 、 $\theta_5$ 、 $\theta_6$ , 分别作为图 1 所示 5 旋转关节机器人关节 1 ~ 关节 5 的目标值加以控制, 也就是将关节 1 控制为  $\theta_1$ , 将关节 2 控制为  $\theta_2$ , 将关节 3 控制为  $\theta_3$ , 将关节 4 控制为  $\theta_5$ , 将关节 5 控制为  $\theta_6$ , 所得到的末端工具的工作点位置和姿态即为  $(\alpha, \beta, \gamma', p_{toolx}, p_{tooly}, p_{toolz})$ , 这是图 1 所示 5 旋转关节机器人能够实现的姿态角和工作位置, 与最初给出的任意工作点位置和姿态相比, 工作点位置  $(p_{toolx}, p_{tooly}, p_{toolz})$  不变, 方位角  $\alpha$ 、 $\beta$  不变, 只有方位角  $\gamma$  有所变化。

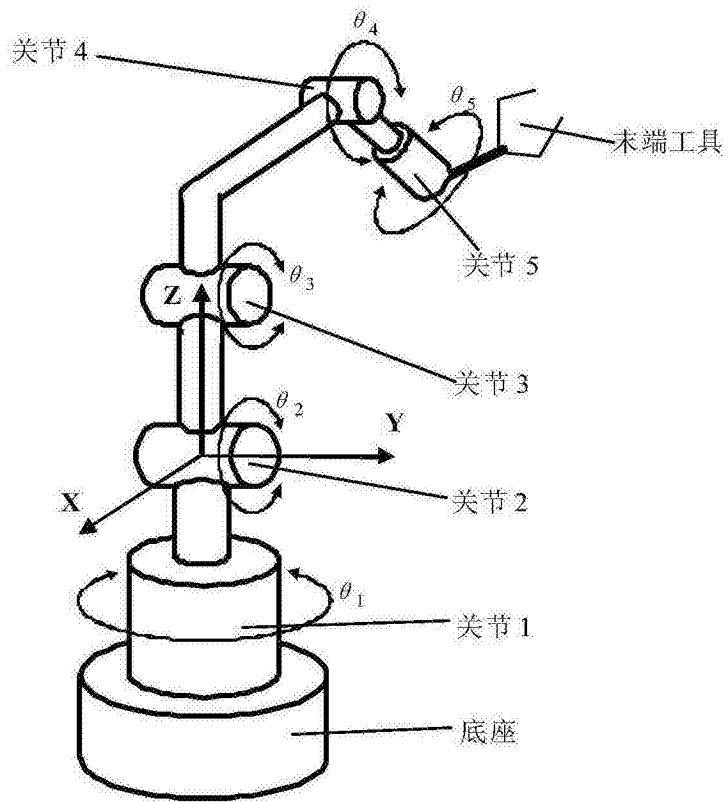


图 1

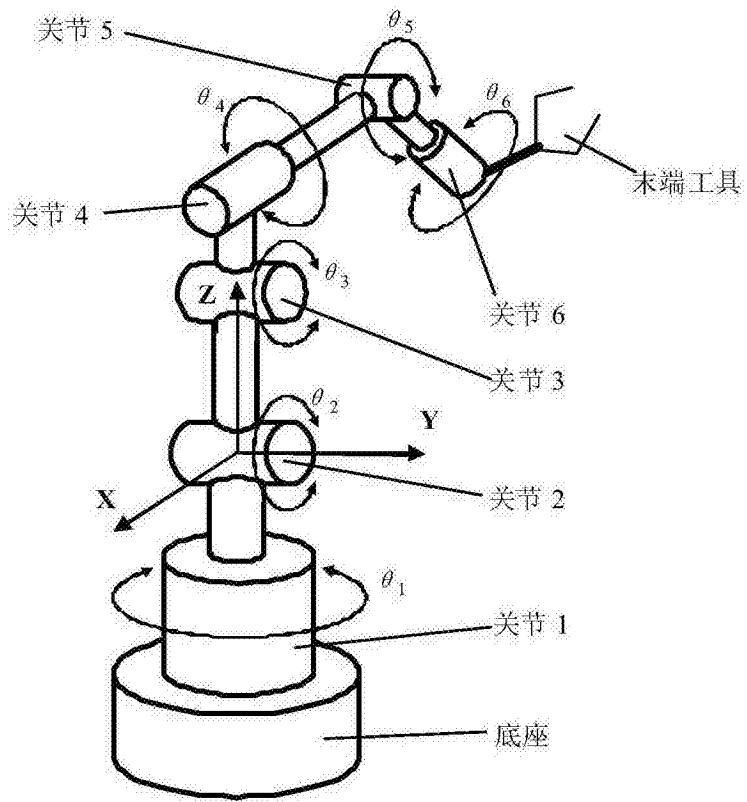


图 2